ÉCOLE DES PONTS PARISTECH,
ISAE-SUPAERO, ENSTA PARIS,
TELECOM PARIS, MINES PARISTECH,
MINES SAINT-ÉTIENNE, MINES NANCY,
IMT Atlantique, ENSAE PARIS,
CHIMIE PARISTECH - PSL.

Concours Mines-Télécom,
Concours Centrale-Supélec (Cycle International).

CONCOURS 2022

ÉPREUVE DE SCIENCES INDUSTRIELLES

Durée de l'épreuve : 3 heures

L'usage de la calculatrice et de tout dispositif électronique est interdit.

Les candidats sont priés de mentionner de façon apparente
sur la première page de la copie :

SCIENCES INDUSTRIELLES - MP

L'énoncé de cette épreuve comporte 12 pages de texte et un complément de 3 pages regroupant les annexes de 1 à 4.
Le travail doit être reporté sur un document-réponse de 10 pages distribué avec le sujet.
Un seul document-réponse est fourni au candidat.
Le renouvellement de ce document en cours d'épreuve est interdit.
Pour valider ce document-réponse, chaque candidat doit obligatoirement y inscrire à l'encre, à l'intérieur du rectangle d'anonymat situé en haut de chaque copie, ses nom, prénoms, numéro d'inscription et signature.

Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.

Les sujets sont la propriété du GIP CCMP. Ils sont publiés selon les termes de la licence
Creative Commons Attribution - Pas d'Utilisation Commerciale - Pas de Modification 3.0 France.
Tout autre usage est soumis à une autorisation préalable du Concours commun Mines Ponts.

Stabilisateur gyroscopique de bateau

1. Présentation

1.1. Mouvement de roulis

Le système étudié est un dispositif de stabilisation gyroscopique pour bateaux permettant de neutraliser le mouvement de roulis (voir **Figure 1**). Cette rotation suivant l'axe longitudinal du navire est la première cause du mal de mer. Dans tout le sujet, seul ce mouvement de roulis, rotation autour de l'axe $(O, \overrightarrow{x_0})$, sera considéré. Si l'idée d'utiliser un gyroscope pour stabiliser un bateau remonte à plus d'un siècle, sa mise en œuvre n'est que très récente notamment grâce à la société Seakeaper. Les principaux verrous technologiques étaient la capacité à mettre et maintenir en rotation un volant d'inertie à des vitesses très élevées ainsi qu'à développer des moyens de contrôles actifs afin de s'adapter à toutes les conditions de houle. La demande concerne en particulier la navigation de plaisance (yacht) avec une exigence de performance forte lors de la phase de fonctionnement bateau à l'arrêt, ancre descendue.

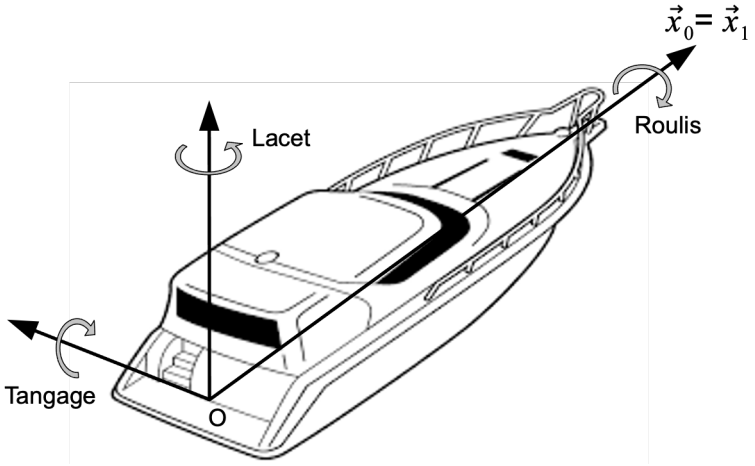


Figure 1 : Définition des 3 rotations orientant le bateau par rapport au référentiel terrestre

1.2. Le stabilisateur gyroscopique

Les stabilisateurs gyroscopiques peuvent être adaptés à tous les types d'embarcation grâce à un encombrement réduit et une masse limitée par rapport aux caractéristiques des navires. Le maintien de leur efficacité est assuré pour une grande variété de positionnement sur le bateau. Ainsi, leur installation peut être envisagée directement lors de la construction du navire aussi bien que par une intégration en cours de cycle de vie de l'embarcation. La **Figure 2** représente l'installation d'un stabilisateur dans le plan de symétrie du bateau $(O, \overrightarrow{x_1}, \overrightarrow{z_1})$, configuration retenue par la suite de l'étude.

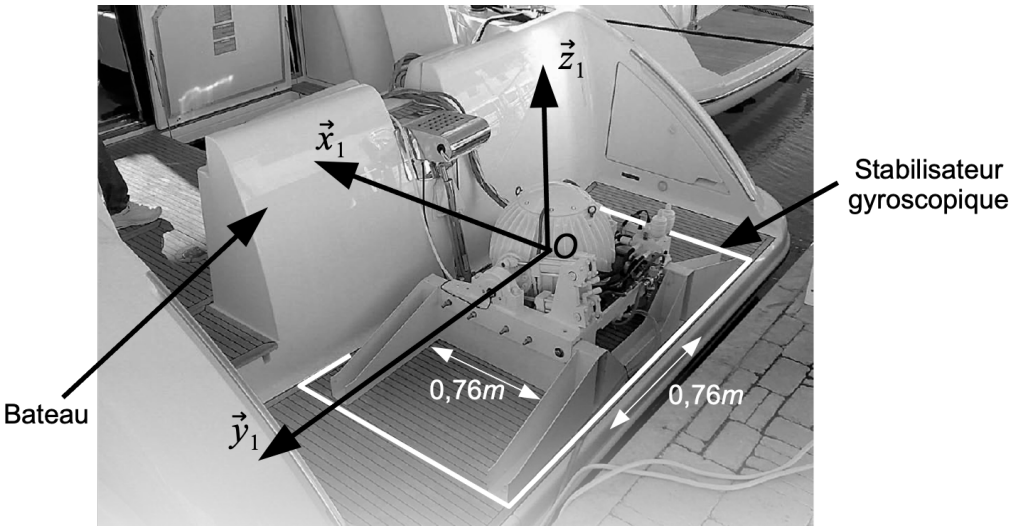


Figure 2 : Stabilisateur gyroscopique monté sur un bateau

Le stabilisateur (voir **Figure 3**) est constitué d'une enceinte **2** en liaison pivot selon l'axe de Cardan $(O, \overrightarrow{y_1})$ par rapport au bateau **1**. Un volant d'inertie **3**, en liaison pivot d'axe $(O, \overrightarrow{z_2})$ par rapport à l'enceinte **2**, est maintenu en rotation grâce à un moteur électrique.

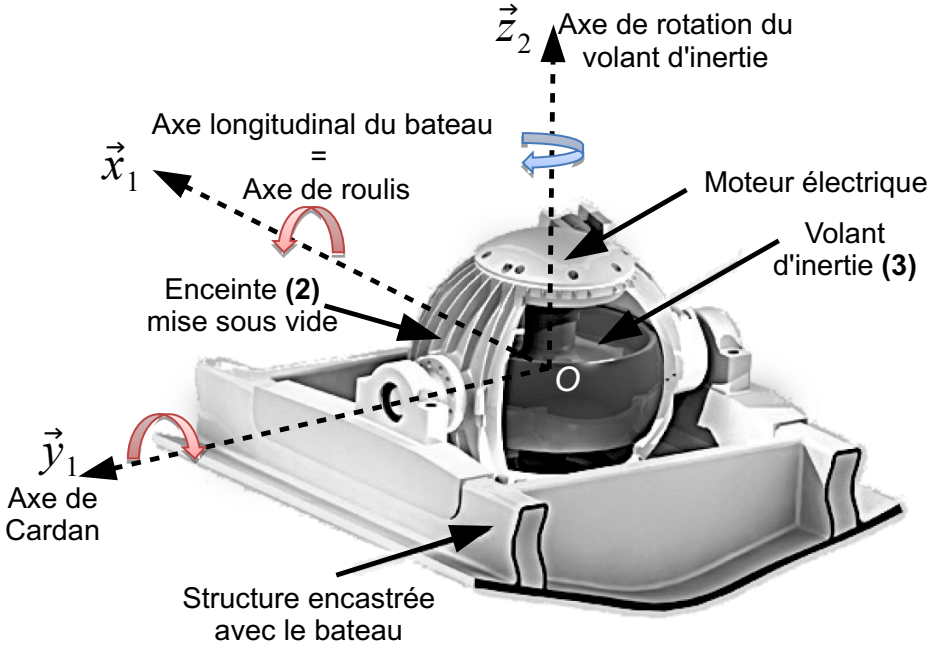


Figure 3 : Structure interne du stabilisateur gyroscopique

Les vitesses angulaires très élevées (de l'ordre de $10000\, tr.min^{-1}$ au maximum) du volant nécessitent :

- la mise sous vide de l'enceinte **2** afin de limiter les actions mécaniques aérodynamiques qui s'exercent sur le volant d'inertie lors de son mouvement de rotation et ainsi minimiser la consommation électrique ;
- le développement d'une motorisation spécifique avec entrainement direct ;
- un guidage de haute précision (de l'ordre du micromètre) réalisé par des roulements à billes en céramique.

Si la compréhension fine de la dynamique du stabilisateur nécessite la mise en équations du stabilisateur (objet du questionnement à venir), le découpage séquentiel du fonctionnement peut être décrit de la manière suivante :

- l'initiation d'un mouvement de roulis engendre un basculement du volant d'inertie suivant l'axe de cardan ;
- la combinaison de la rotation du volant et de celle de l'axe de cardan génère alors un couple gyroscopique suivant la direction de roulis ;
- ce couple tend à s'opposer au mouvement du bateau et ainsi à lui assurer une stabilisation suivant la direction de roulis ;
- il apparait ainsi que les mouvements de roulis et de tangage sont couplés. En contrôlant le mouvement de rotation de l'axe de Cardan de façon active par un système hydraulique, les performances de stabilisation de roulis sont optimisées.

Le diagramme des exigences techniques du système Seakeeper est donné sur la **Figure 4**.

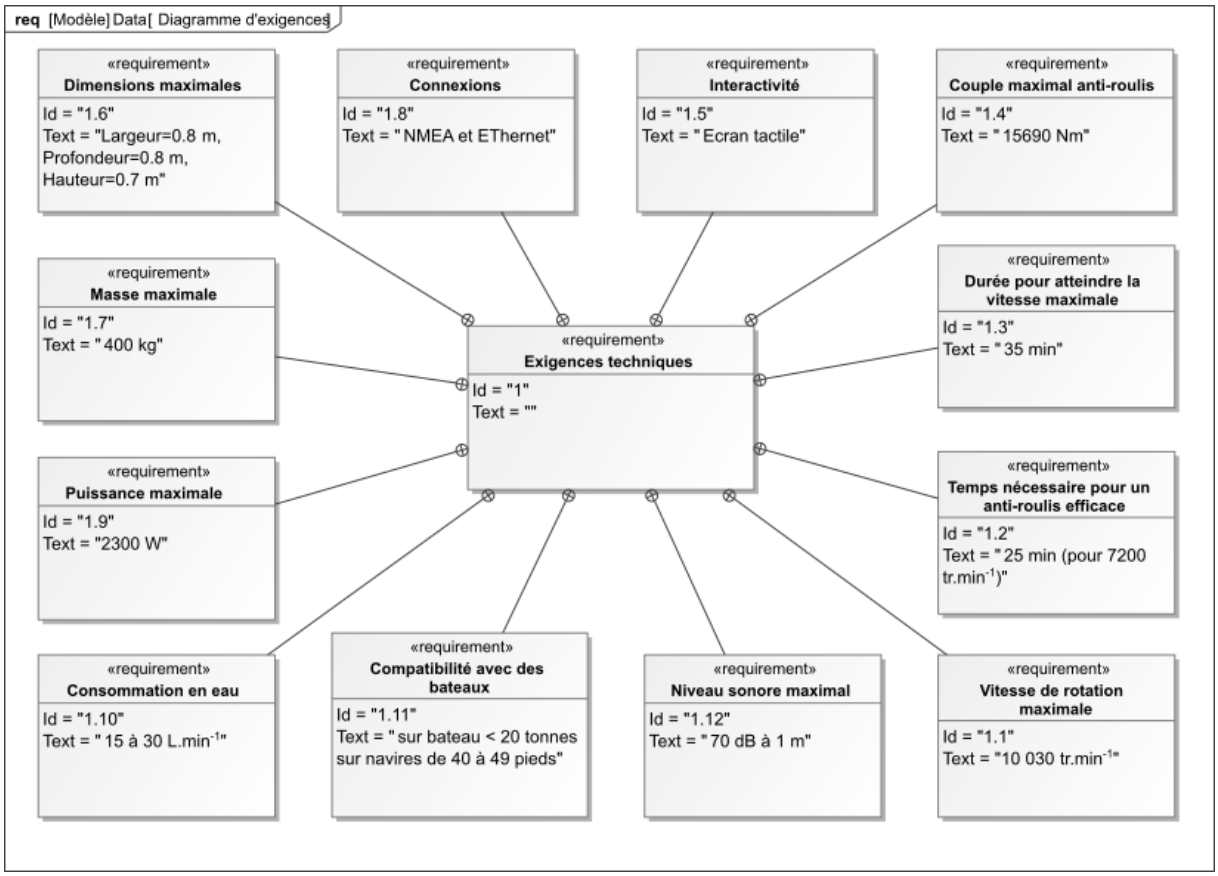


Figure 4 : Diagramme des exigences

L'objectif des activités proposées dans ce sujet est d'analyser les solutions techniques qui rendent efficace le stabilisateur gyroscopique et notamment quantifier l'atténuation de l'amplitude des oscillations du bateau en roulis comme indiqué sur la Figure 5.

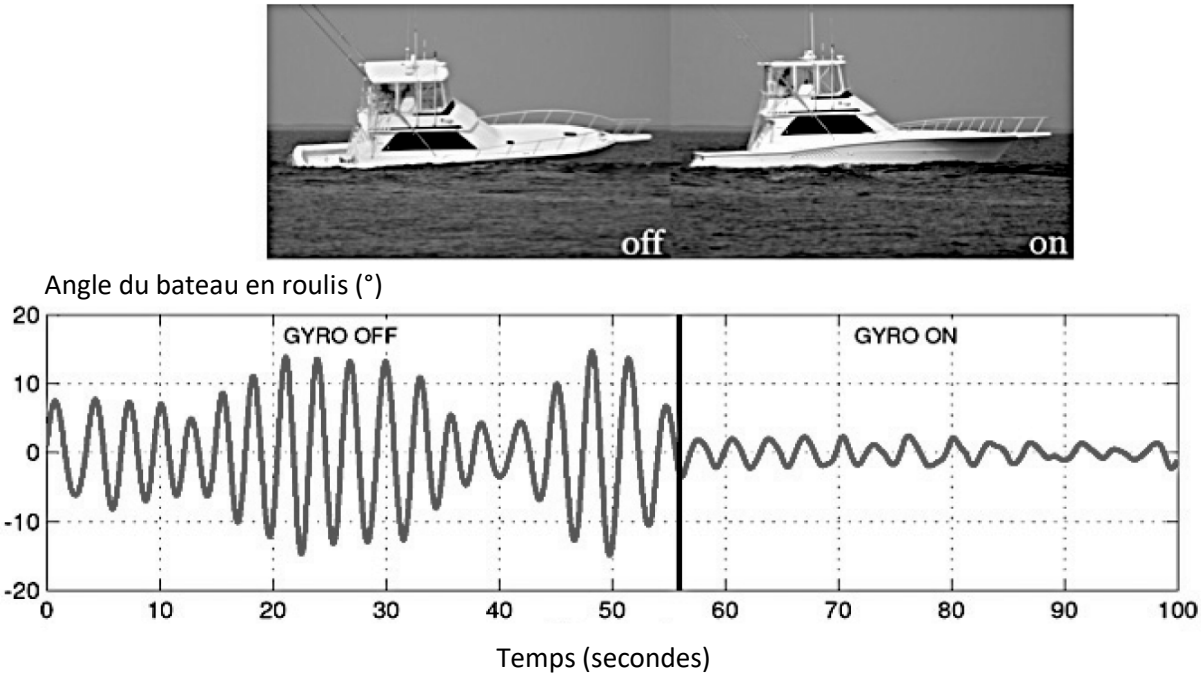


Figure 5 : Mesure des oscillations du bateau en roulis sans, puis avec, stabilisateur gyroscopique

2. Gestion du système

L'objectif de cette partie est d'appréhender les modes de fonctionnement du stabilisateur gyroscopique.

Le Seakeeper est équipé d'un écran tactile permettant de contrôler le fonctionnement du système. Comme nous le verrons dans la suite du sujet, il est nécessaire de mettre en rotation le volant d'inertie (gyroscope) et de pouvoir contrôler le système de stabilisation qui ne sera efficace que si la vitesse du volant d'inertie est suffisante. La mise en place de la stabilisation prend du temps et il est indispensable d'informer l'utilisateur de l'état du système.

L'**annexe 1** présente une vue de cet écran en précisant les fonctions de chaque bouton.
L'écran tactile possède un menu d'accueil qui regroupe un certain nombre d'éléments pour gérer le fonctionnement du système. Un autre menu délivre des informations sur le fonctionnement du système par l'intermédiaire des capteurs qui équipent le Seakeeper (capteurs de température, de vitesse du gyroscope ω_m, d'angle de roulis α, de courant électrique…). Le passage du menu d'accueil aux autres menus n'est pas étudié ici.

La zone d'affichage peut être de type *courbe* ou *cadran* pour observer l'évolution de l'angle de roulis.
Lorsqu'un bouton est appuyé, il change de couleur (il passe de gris à bleu et inversement).

Le diagramme d'état partiel de l'**annexe 3** caractérise le fonctionnement du système accessible depuis le menu Accueil.
On donne sur le document réponses une liste d'événements correspondant à l'utilisation de l'écran tactile.

Question 1. En vous aidant du diagramme d'état, compléter le tableau du document réponses en **entourant** pour chaque situation repérée S1 à S7 **ce qui est affiché à l'écran** et en précisant la couleur pour les boutons (bleu, gris ou caché si le bouton n'est pas présent). **Entourer** sur le chronogramme les actions sur les boutons qui sont impossibles.

3. Modélisation du système de contrôle

La compréhension de l'architecture du stabilisateur gyroscopique et sa mise en équation permet dans cette partie d'aboutir à un modèle de la chaîne d'énergie.

3.1. Architecture du système

La figure de l'**annexe 2** présente l'architecture du régulateur hydraulique.
L'inclinaison du gyroscope est commandée par un contrôleur électronique et un dispositif hydraulique de manière à optimiser le couple fourni pour diminuer le roulis du bateau.
Ce régulateur hydraulique est constitué d'un servo-distributeur commandé par le contrôleur électronique. Le servo-distributeur module le débit d'alimentation des deux vérins. La translation des vérins est transformée par la structure articulée en une rotation de l'ensemble enceinte **2** et volant d'inertie **3** autour de l'axe de Cardan. Un couple gyroscopique est alors généré sur l'axe de roulis du bateau afin de le stabiliser.
On réalise un asservissement en mesurant l'angle de roulis $\alpha(t)$ du bateau à l'aide d'une centrale inertielle. L'écart $\varepsilon(t)$ entre la consigne d'angle $\alpha_c(t)$ et la mesure de l'angle $\alpha(t)$ est traité par le contrôleur électronique qui délivre le courant de commande $i(t)$ au servo-distributeur.

Question 2. A l'aide du texte descriptif, compléter le tableau du document réponses associé aux constituants du schéma-blocs fonctionnel de l'asservissement en position du bateau.

3.2. Modélisation de la chaîne d'énergie

3.2.1. Stabilisateur gyroscopique et bateau

Un schéma cinématique partiel du stabilisateur gyroscopique est fourni **Figure 6**. Il sera enrichi au fur et à mesure des études du sujet. Le paramétrage s'établit de la manière suivante :

- $R_0(O,\overrightarrow{x_0},\overrightarrow{y_0},\overrightarrow{z_0})$, repère supposé galiléen lié à la terre ;
- $R_1(O,\overrightarrow{x_1},\overrightarrow{y_1},\overrightarrow{z_1})$, repère lié au bateau **1**. La configuration cinématique retenue est un bateau **1** soumis à un unique mouvement de roulis d'axe $(O,\overrightarrow{x_0})$ par rapport à R_0. Par souci de simplicité, on modélise la liaison entre le bateau et le repère terrestre par une liaison pivot d'axe $(O,\overrightarrow{x_0})$.

  Le torseur cinématique est alors : $\{V_{1/0}\} = \begin{Bmatrix} \frac{d\alpha(t)}{dt}\overrightarrow{x_0} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_O$ avec $\alpha(t) = (\overrightarrow{y_0},\overrightarrow{y_1}) = (\overrightarrow{z_0},\overrightarrow{z_1})$, M_1 la masse du bateau **1** et $[I(O,1)] = \begin{bmatrix} A_1 & 0 & -E_1 \\ 0 & B_1 & 0 \\ -E_1 & 0 & C_1 \end{bmatrix}_{(\overrightarrow{x_1},\overrightarrow{y_1},\overrightarrow{z_1})}$ la matrice d'inertie du bateau **1** au point O. Le centre d'inertie du bateau G_1 appartient à l'axe $(O,\overrightarrow{x_0})$;

- $R_2(O,\overrightarrow{x_2},\overrightarrow{y_2},\overrightarrow{z_2})$, repère lié à l'enceinte **2**. L'enceinte **2** est en liaison pivot d'axe $(O,\overrightarrow{y_1})$ avec le bateau **1**, paramétrée par $\beta(t) = (\overrightarrow{z_1},\overrightarrow{z_2}) = (\overrightarrow{x_1},\overrightarrow{x_2})$.
  Les caractéristiques de masse et inertie de **2** sont négligées.
  $\overrightarrow{\Omega_{2/1}} = \frac{d\beta(t)}{dt}\overrightarrow{y_1}$;
- $R_3(O,\overrightarrow{x_3},\overrightarrow{y_3},\overrightarrow{z_3})$, repère lié au volant d'inertie **3**. Le volant **3** est en liaison pivot d'axe $(O,\overrightarrow{z_2})$ avec l'enceinte **2**, paramétrée par $\gamma(t) = (\overrightarrow{x_2},\overrightarrow{x_3}) = (\overrightarrow{y_2},\overrightarrow{y_3})$, M_3 la masse du volant **3** et $[I(O,3)] = \begin{bmatrix} A_3 & 0 & 0 \\ 0 & A_3 & 0 \\ 0 & 0 & C_3 \end{bmatrix}_{(-,-,\overrightarrow{z_2}=\overrightarrow{z_3})}$ la matrice d'inertie du volant **3** au point O, centre d'inertie du solide **3**.
  $\overrightarrow{\Omega_{3/2}} = \frac{d\gamma(t)}{dt}\overrightarrow{z_2} = \omega_m\,\overrightarrow{z_2}$ avec ω_m la vitesse angulaire du volant **3** par rapport à **2** supposée connue et constante.

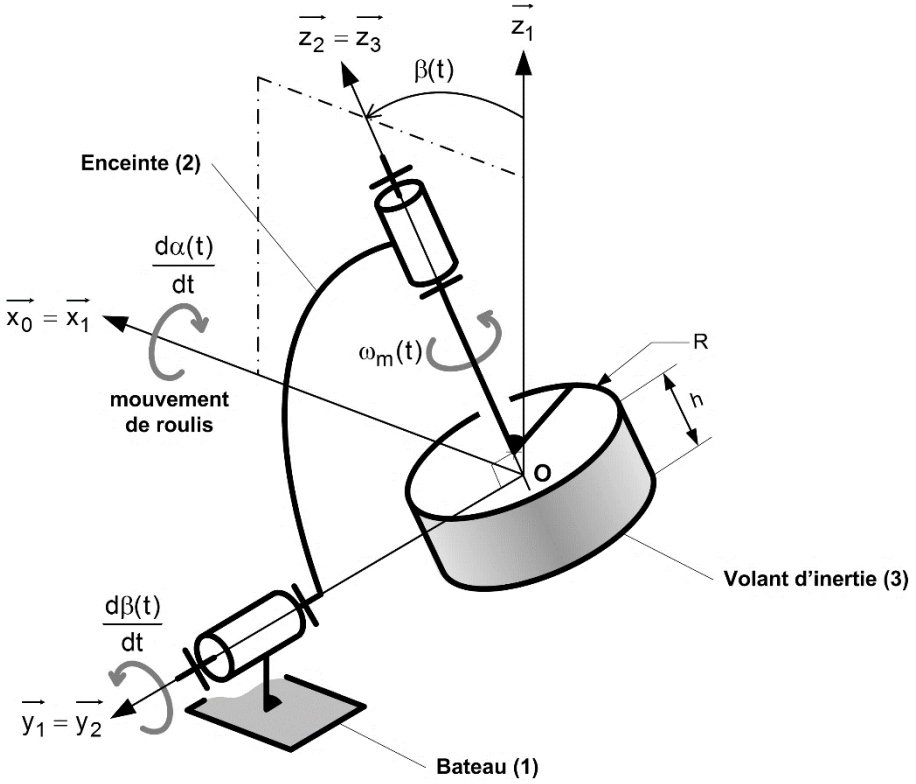


Figure 6 : Schéma cinématique partiel du stabilisateur Gyroscopique (motorisation non représentée)

Question 3. Compléter les figures de changement de bases associées au paramétrage des 3 rotations. Déterminer le vecteur vitesse angulaire $\overrightarrow{\Omega_{3/0}}$ en l'exprimant dans la base associée au repère R_2.

La **Figure 7** ci-dessous représente le volant d'inertie à l'intérieur de l'enceinte.

Figure 7 : Représentation du volant d'inertie

Question 4. Justifier la forme de la matrice d'inertie du volant **3**.

Les liaisons sont supposées énergétiquement parfaites. Le champ de gravitation est noté $-g\,\overrightarrow{z_0}$.
Un moteur monté entre **2** et **3** (stator lié à **2** et rotor lié au volant d'inertie **3**) exerce un couple moteur modélisé par le torseur couple suivant :

$$\{T_{Moteur\to 3}\} = {}_{\forall M}\begin{Bmatrix} \vec{0} \\ C_{mot}(t)\,\overrightarrow{z_3} \end{Bmatrix}$$

Un système nommé « modulateur hydraulique » monté entre **1** et **2** exerce une action mécanique modélisée par le torseur suivant :

$$\{T_{Modulateur\to 2}\} = {}_{O}\begin{Bmatrix} \overrightarrow{R_h}(t) \\ C_h(t)\,\overrightarrow{y_2} \end{Bmatrix}$$

L'eau exerce sur le bateau **1** une action mécanique modélisée par le torseur suivant :

$$\{T_{eau\to 1}\} = {}_{O}\begin{Bmatrix} \overrightarrow{R_{eau}}(t) \\ C_{eau}(t)\,\overrightarrow{x_0} \end{Bmatrix}$$

Question 5. Compléter le graphe des liaisons du document réponses. Vous y ferez apparaître notamment l'ensemble des actions mécaniques autres que celles transmissibles par les liaisons.

Question 6. En appliquant le Principe Fondamental de la Dynamique à l'ensemble $\{\mathbf{2},\mathbf{3}\}$, déterminer l'équation de mouvement donnant l'évolution du paramètre β(t). Vous veillerez à expliciter votre démarche et à justifier l'équation retenue (résultante ou moment, point d'application éventuel, projection effectuée).

Pour simplifier l'étude du système, il est nécessaire de linéariser l'équation de mouvement autour du point de fonctionnement défini par $\beta = 0$ et $\alpha = 0$. On considère également que $\omega_m \gg \frac{d\alpha}{dt}$.

Question 7. Linéariser l'équation de mouvement obtenue à la **Question 6** en tenant compte des hypothèses formulées précédemment. L'équation sera mise sous la forme suivante, où vous préciserez l'expression de I_g :

$$I_g \frac{d^2\beta(t)}{dt^2} = C_h(t) + C_3\omega_m \frac{d\alpha(t)}{dt} \qquad \textbf{(eq 1)}$$

L'équation associée au comportement dynamique en roulis du bateau **1** par rapport au repère R_0 est admise :

$$I_b \frac{d^2\alpha(t)}{dt^2} = C_{mer}(t) - f_b \frac{d\alpha(t)}{dt} - k_b\alpha(t) - C_3\omega_m \frac{d\beta(t)}{dt} \qquad \textbf{(eq 2)}$$

- $C_{mer}(t)$ représente le moment induit par les vagues entretenant le mouvement de roulis ;
- $-f_b \frac{d\alpha(t)}{dt}$ caractérise le moment des actions mécaniques dissipatives liées au mouvement relatif entre l'eau et la coque (f_b : coefficient de frottement visqueux) ;
- $-k_b\alpha(t)$ caractérise le moment de redressement lié à l'action combinée de la pesanteur et de la pression de l'eau sur la coque (poussée d'Archimède) ;
- le terme $C_3\omega_m \frac{d\beta(t)}{dt}$ provient du couplage gyroscopique et sera détaillé dans la suite.

Question 8. A partir des deux équations de dynamique (**eq1**, **eq2**), déterminer la fonction de transfert $H(p)$ telle que $\alpha(p) = H(p).C_{mer}(p)$ (avec $C_h = 0$) et la mettre sous la forme $\frac{1}{K+A\,p+Bp^2}$ où les expressions de K, A et B seront précisées. Indiquer en le justifiant si le système, de fonction de transfert $H(p)$, est stable.

3.2.2. Modélisation de la structure articulée

Pour compléter le modèle de la chaîne d'action globale, il est nécessaire de déterminer les équations qui caractérisent le système hydraulique. Le système est modélisé par le schéma cinématique de la **Figure 8**.

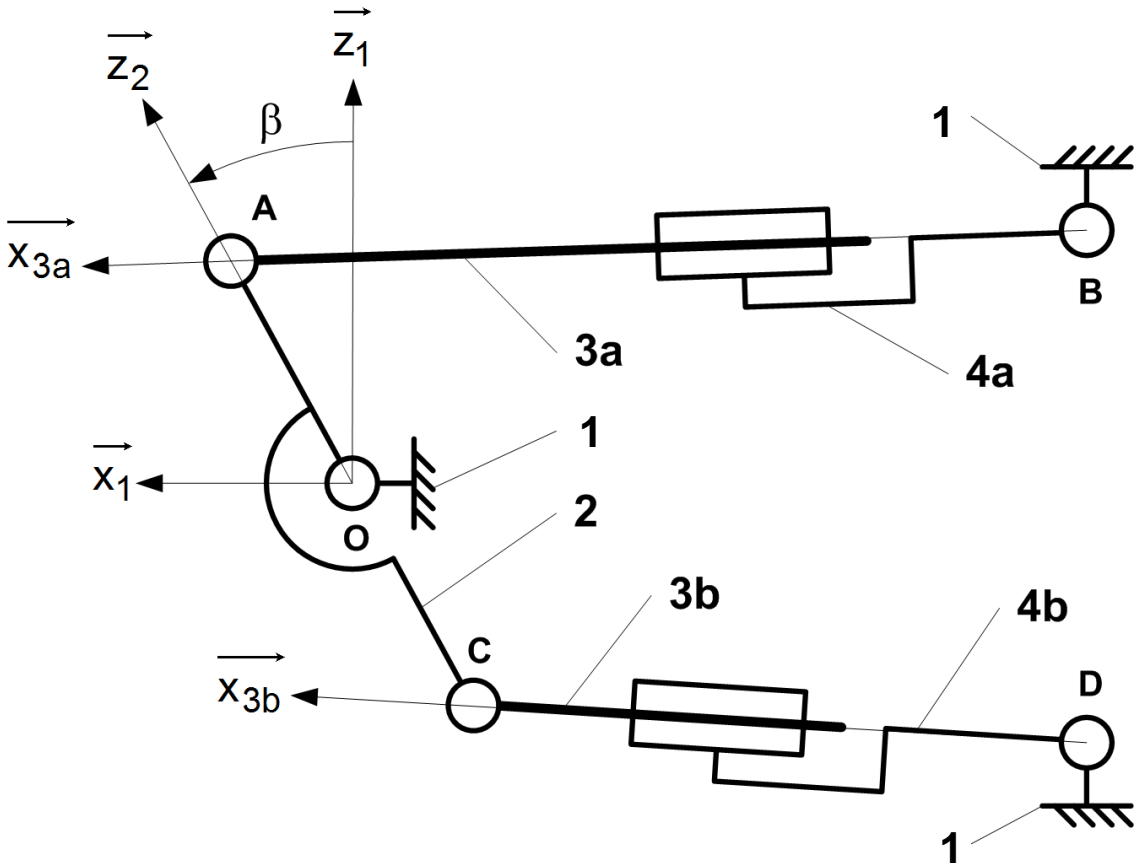


Figure 8 : Schéma cinématique de la structure articulée

On associe :

- le repère $R_1(O, \overrightarrow{x_1}, \overrightarrow{y_1}, \overrightarrow{z_1})$ au carter du système lié au bateau **1** ;
- le repère $R_2(O, \overrightarrow{x_2}, \overrightarrow{y_1}, \overrightarrow{z_2})$ lié à l'enceinte **2**. On note $\beta = (\overrightarrow{z_1}, \overrightarrow{z_2}) = (\overrightarrow{x_1}, \overrightarrow{x_2})$ l'angle de l'enceinte **2** par rapport à **1** selon $\overrightarrow{y_1}$;
- le repère $R_{3a}(A, \overrightarrow{x_{3a}}, \overrightarrow{y_1}, \overrightarrow{z_{3a}})$ au vérin **a** (constitué d'une tige notée **3a** et d'un corps noté **4a**)
- et le repère $R_{3b}(C, \overrightarrow{x_{3b}}, \overrightarrow{y_1}, \overrightarrow{z_{3b}})$ au vérin **b** (tige **3b** et corps **4b**).

Les angles formés par ces vérins avec $\overrightarrow{x_1}$ sont notés :
$\gamma_a = (\overrightarrow{z_1}, \overrightarrow{z_{3a}}) = (\overrightarrow{x_1}, \overrightarrow{x_{3a}})$ et $\gamma_b = (\overrightarrow{z_1}, \overrightarrow{z_{3b}}) = (\overrightarrow{x_1}, \overrightarrow{x_{3b}})$.
On donne :
$\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{CO} = e\,\overrightarrow{z_2} \quad \overrightarrow{BA} = \lambda_a(t)\,\overrightarrow{x_{3a}} \quad \overrightarrow{DC} = \lambda_b(t)\overrightarrow{x_{3b}}$
$\overrightarrow{OB} = -L\overrightarrow{x_1} + d\overrightarrow{z_1}$ et $\overrightarrow{OD} = -L\overrightarrow{x_1} - d\,\overrightarrow{z_1}$.

Question 9. Déterminer une équation donnant l'évolution de λ_a en fonction de β et une autre équation reliant l'angle γ_a en fonction β.

Une hypothèse de modélisation plane des actions mécaniques est faite, dans le plan $(O, \overrightarrow{x_1}, \overrightarrow{z_1})$.
On note $\overrightarrow{F_a}$ (respectivement $\overrightarrow{F_b}$) la résultante de l'action mécanique exercée par la tige du vérin **3a** (respectivement **3b**) sur l'enceinte **2** (action mécanique de type glisseur en modélisation plane). L'action mécanique exercée par le bâti sur le corps de vérin **4a** (respectivement **4b**) est également un glisseur. Le moment global exercé par les deux vérins sur l'enceinte au point O en projection sur $\overrightarrow{y_1}$ est noté C_h. Les quantités dynamiques associées aux vérins sont supposées négligeables devant les autres actions mécaniques mises en jeu.

Question 10. Justifier que $\overrightarrow{F_a} = F_a\,\overrightarrow{x_{3a}}$ (respectivement $\overrightarrow{F_b} = F_b\,\overrightarrow{x_{3b}}$). Détailler le ou les systèmes mécaniques isolés, le bilan des actions mécaniques extérieures s'exerçant sur ces systèmes, le ou les théorèmes généraux utilisés.

Question 11. Déterminer le moment C_h correspondant à la somme des moments en O exercés par les deux vérins.

A partir des résultats de la **Question 9**, l'évolution de l'angle γ_a en fonction de β est tracée.

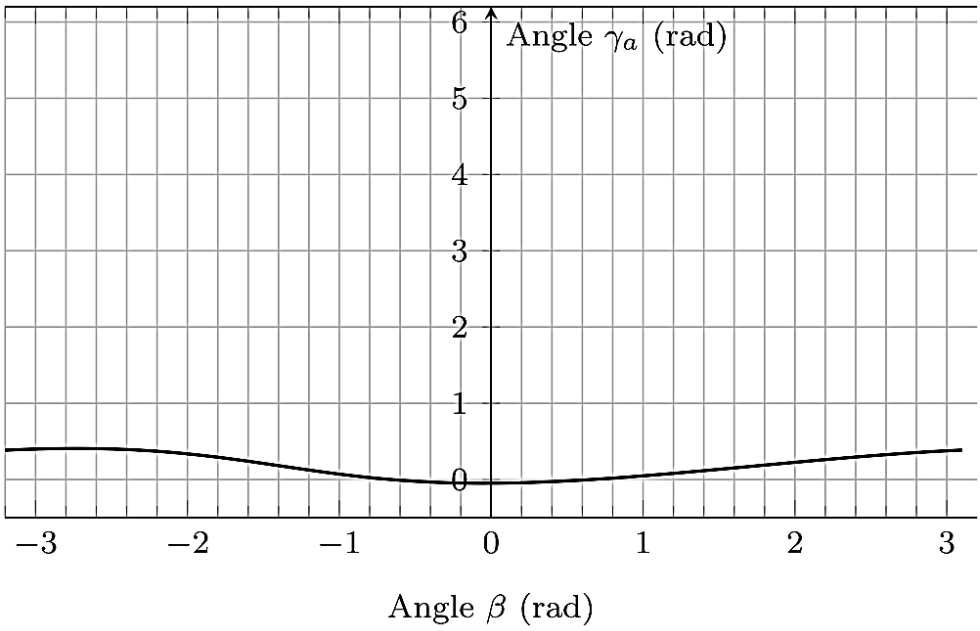


Figure 9 : Evolution de l'angle γ_a en fonction de β

Question 12. A partir de la courbe **Figure 9**, formuler une hypothèse sur les angles γ_a et γ_b sachant que l'angle β varie entre $\pm 45° = \pm 0{,}7\ rad$. En déduire une relation approchée sur le moment C_h tenant compte de l'hypothèse formulée.

On adopte les notations suivantes $\Omega_\alpha(p)$ et $\Omega_\beta(p)$ transformées de Laplace respectives des vitesses angulaires : $\omega_\alpha(t) = \frac{d\alpha(t)}{dt}$ et $\omega_\beta(t) = \frac{d\beta(t)}{dt}$.

En utilisant les équations simplifiées obtenues par l'étude géométrique et le principe de conservation de la masse pour un fluide compressible, on peut établir l'équation suivante reliant le débit volumique total $q(t)$, la vitesse angulaire $\omega_\beta(t)$ et le couple $C_h(t)$:

$$q(t) = S.e\frac{d\beta(t)}{dt} + \frac{V_0}{2.B.S.e}\frac{dC_h(t)}{dt} \qquad \textbf{(eq 3)}$$

où S représente la section utile équivalente, aux 2 vérins identiques **a** et **b**, sur laquelle s'exercent les actions mécaniques de pression du fluide, V_0 est le demi volume équivalent aux 2 vérins et B le coefficient de compressibilité isotherme de l'huile.

Le servo-distributeur fournit un débit $q(t)$ proportionnel au courant $i(t)$ tel que $q(t) = K_{sv}\ i(t)$.

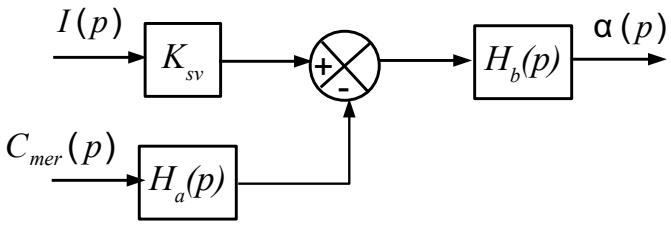
On rappelle que les équations qui caractérisent le bateau et le gyroscope sont les suivantes :

$$I_g\frac{d^2\beta(t)}{dt^2} = C_h(t) + C_3\omega_m\frac{d\alpha(t)}{dt} \qquad \textbf{(eq 1)}$$

$$I_b\frac{d^2\alpha(t)}{dt^2} + f_b\frac{d\alpha(t)}{dt} + k_b\alpha(t) = C_{mer}(t) - C_3\omega_m\frac{d\beta(t)}{dt} \qquad \textbf{(eq 2)}$$

Question 13. A l'aide des équations (**eq 1**, **eq 2**, **eq 3)** et en supposant les conditions initiales nulles, donner les fonctions de transfert H_1 à H_6 du schéma-blocs du document réponses.

Question 14. Montrer que ce schéma-blocs peut être mis sous la forme suivante où l'on précisera l'expression de H_b et H_a en fonction de H_1 à H_6 uniquement. (Ne surtout pas remplacer par les expressions trouvées à la question précédente).



On donne, dans le document réponses, la réponse indicielle $\alpha(t)$ pour un entrée de $i(t) = 1\ A$ avec $C_{mer} = 0$.

Question 15. Proposer un modèle de comportement de la chaîne d'action (fonction de transfert $G(p) = K_{sv}H_b(p)$) à partir de la réponse indicielle. Identifier les valeurs numériques des paramètres caractéristiques intervenant dans la fonction de transfert. Vous justifierez votre réponse en reportant les tracés nécessaires sur le document réponses. On pourra utiliser les abaques donnés en **annexe 4**.

4. Performances du système de contrôle

Dans cette partie, un modèle complet de l'asservissement en roulis du bateau est construit afin d'en étudier les performances. Le choix des correcteurs et l'optimisation de leurs paramètres de réglage vis-à-vis des performances attendues permettent de conclure sur les capacités de stabilisation du dispositif.

L'asservissement de position peut être représenté par le schéma-blocs suivant :

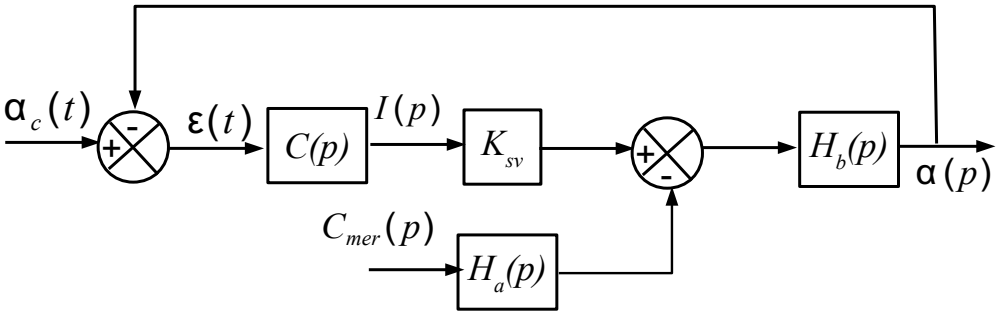


Figure 10 : Schéma-blocs de l'asservissement en roulis du bateau

Les performances attendues de l'asservissement sont les suivantes :

Performances	**Critères**
Stabilité	Marge de phase = 60° Marge de gain > 0*dB*
Précision	Erreur statique (régime stationnaire) ≤ 5% pour une consigne α_c en échelon
Rapidité	Temps de réponse à 5% < 5 *s* Bande passante à 0*dB* de la FTBO : $]0\,;\ \omega_{0dB} = 10\ rad.s^{-1}]$
Amortissement	Premier dépassement $D_1(\%)$ < 20%

La fonction de transfert $H_a(p)$ s'écrit sous la forme $H_a(p) = K_a\left(1 + \frac{p^2}{\omega_2^2}\right)$. Quelles que soient les valeurs trouvées à la question précédente, on adopte pour fonction de transfert : $G(p) = K_{sv}.H_b(p) = K_{sv}.\frac{K_b}{1+2\xi\frac{p}{\omega_0}+\frac{p^2}{\omega_0^2}}$ avec $K_{sv}.K_b = 2\ rad.A^{-1}$.

Dans un premier temps, un correcteur propostionnel $C(p) = K_p$ est envisagé.

Question 16. Déterminer l'erreur statique associée à une entrée $\alpha_c(t)$ en échelon d'amplitude α_{c0} (avec $C_{mer} = 0$). En déduire la valeur minimale de K_p assurant le critère de précision.

Par une étude temporelle obtenue avec un correcteur proportionnel, on observe que la rapidité et l'amortissement ne sont pas conformes aux valeurs définies par le cahier des charges.

On choisit d'utiliser alors un correcteur proportionnel à avance de phase de la forme :

$$C(p) = \frac{K_p(1+a\tau p)}{1+\tau p} \text{ avec } a > 1$$

Le réglage de ce correcteur doit permettre de respecter simultanément le critère de rapidité ($\omega_{0dB} = 10\ rad.s^{-1}$) et une marge de phase de 60°.

Les diagrammes de Bode de la $FTBO(p) = C(p)\ K_{sv}\ H_b(p)$ sont tracés sur le document réponses pour $K_p = 1\ A.s^{-1}$ avec $a = 14$ et $\tau = 0{,}027s$.

Question 17. Déterminer la valeur de K_p permettant de respecter le critère de bande passante à 0 dB (on laissera éventuellement la valeur de K_p sous la forme 10^x). Vérifier que le critère de marge de phase est respecté également. Les tracés seront reportés sur le document réponses.

Le moment exercé par la mer sur le bateau peut être modélisé par une somme de fonctions sinusoïdales de différentes pulsations comprises généralement entre 0 et $10\,rad.s^{-1}$. On suppose donc, pour simplifier, des vagues régulières dont le couple exercé sur le bateau est de la forme : $C_{mer}(t) = C_0 \sin(\omega t)$.

On donne les diagrammes de Bode de la fonction $H_r(p) = \frac{\alpha(p)}{C_{mer}(p)}$ après réglage du correcteur.

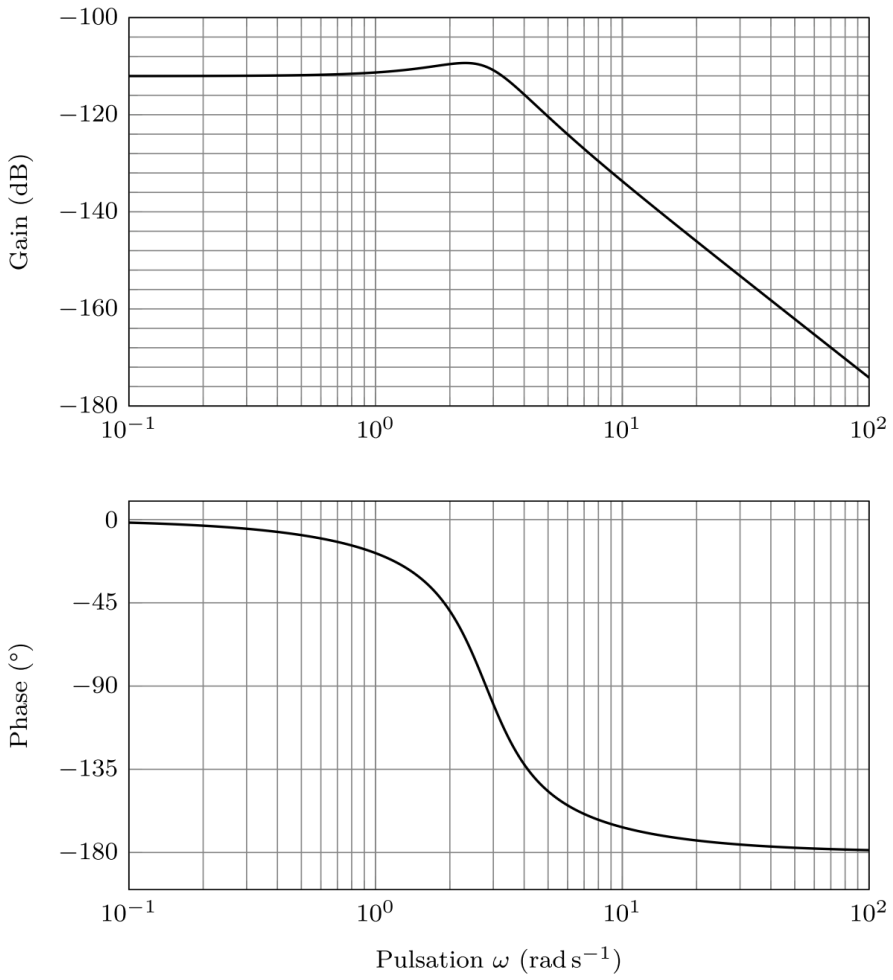


Figure 11 : Diagrammes de Bode de la fonction de transfert $H_r(p)$
Le module $|H_r(j\,\omega)|$ est en $rad.N^{-1}.m^{-1}$

Question 18. Donner la forme de l'expression de l'angle en régime établi $\alpha(t)$ en réponse à cette entrée sinusoïdale $C_{mer}(t)$. Compléter le tableau du document réponses en précisant les valeurs numériques du rapport d'amplitudes α/C_{mer} (sous la forme 10^x) et du déphasage dans le cas d'un bateau avec stabilisation gyroscopique pour $\omega = 1\,rad.s^{-1}$ et $\omega = 10\,rad.s^{-1}$. Conclure sur l'intérêt de ce système avec stabilisation gyroscopique.

La réponse temporelle du système est obtenue pour une entrée sinusoïdale de moment C_{mer}. Au bout de 40 *s*, le système de stabilisation est activé.

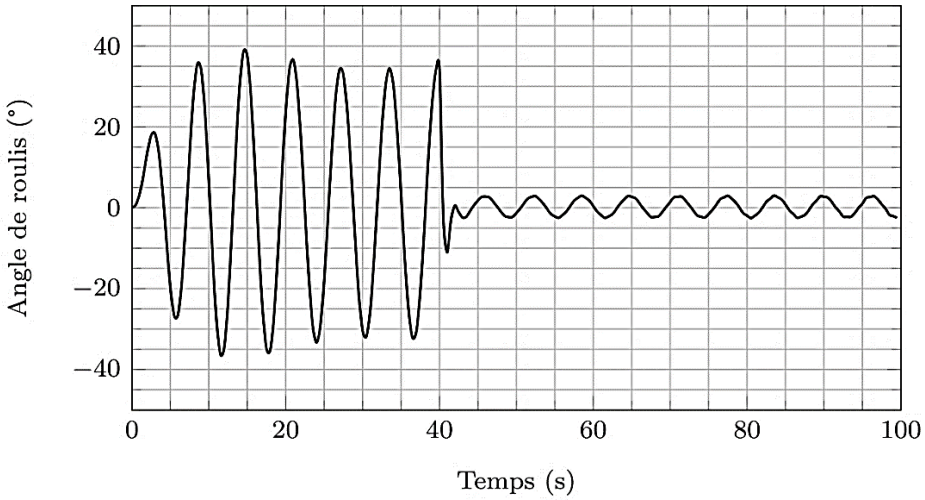
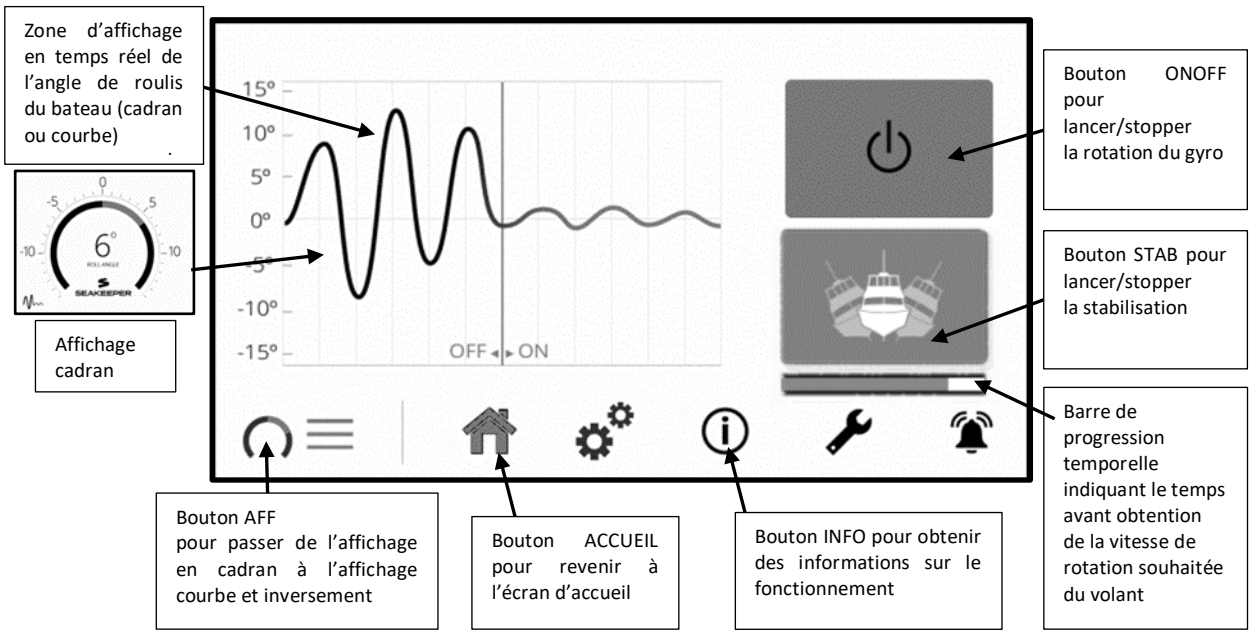


Figure 12 : Angle de roulis (en °) en fonction du temps (en s)

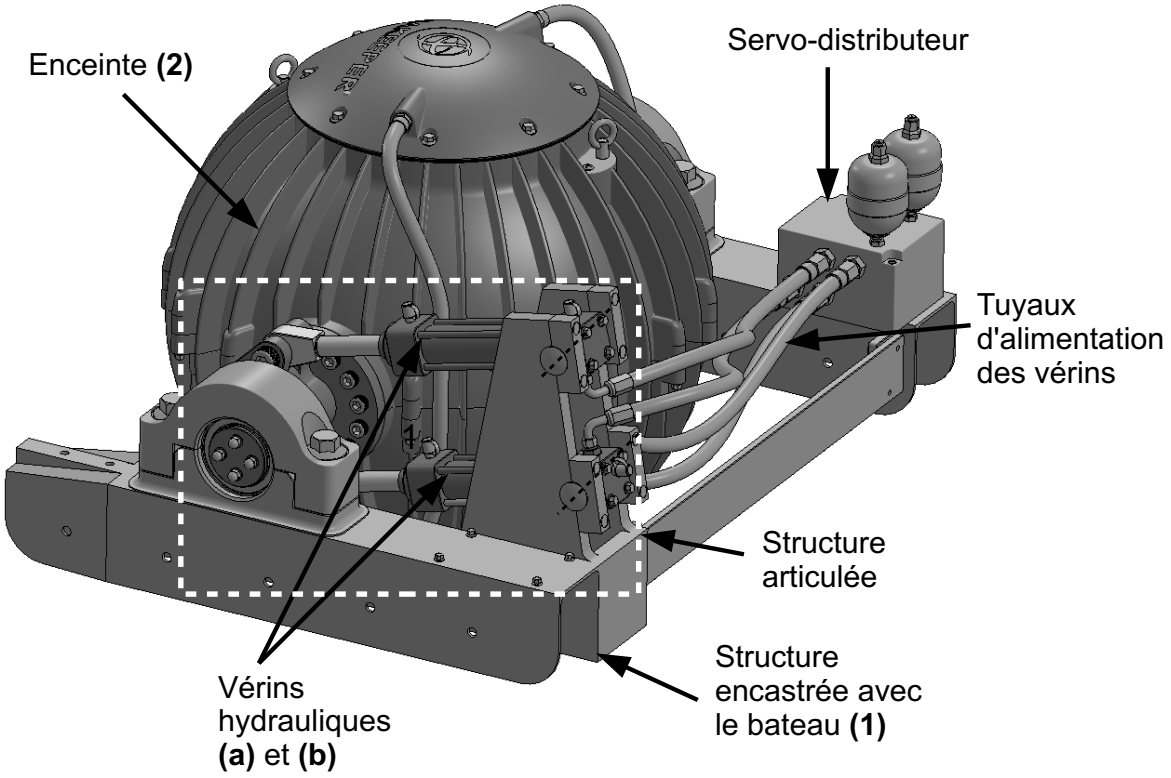
Question 19. Préciser la pulsation du moment C_{mer} notée ω_{mer} utilisée dans la simulation temporelle. Préciser l'atténuation apportée par le système de stabilisation (rapport de l'amplitude de l'angle de roulis avec stabilisation sur l'amplitude sans stabilisation) à partir de la réponse temporelle.

Annexes

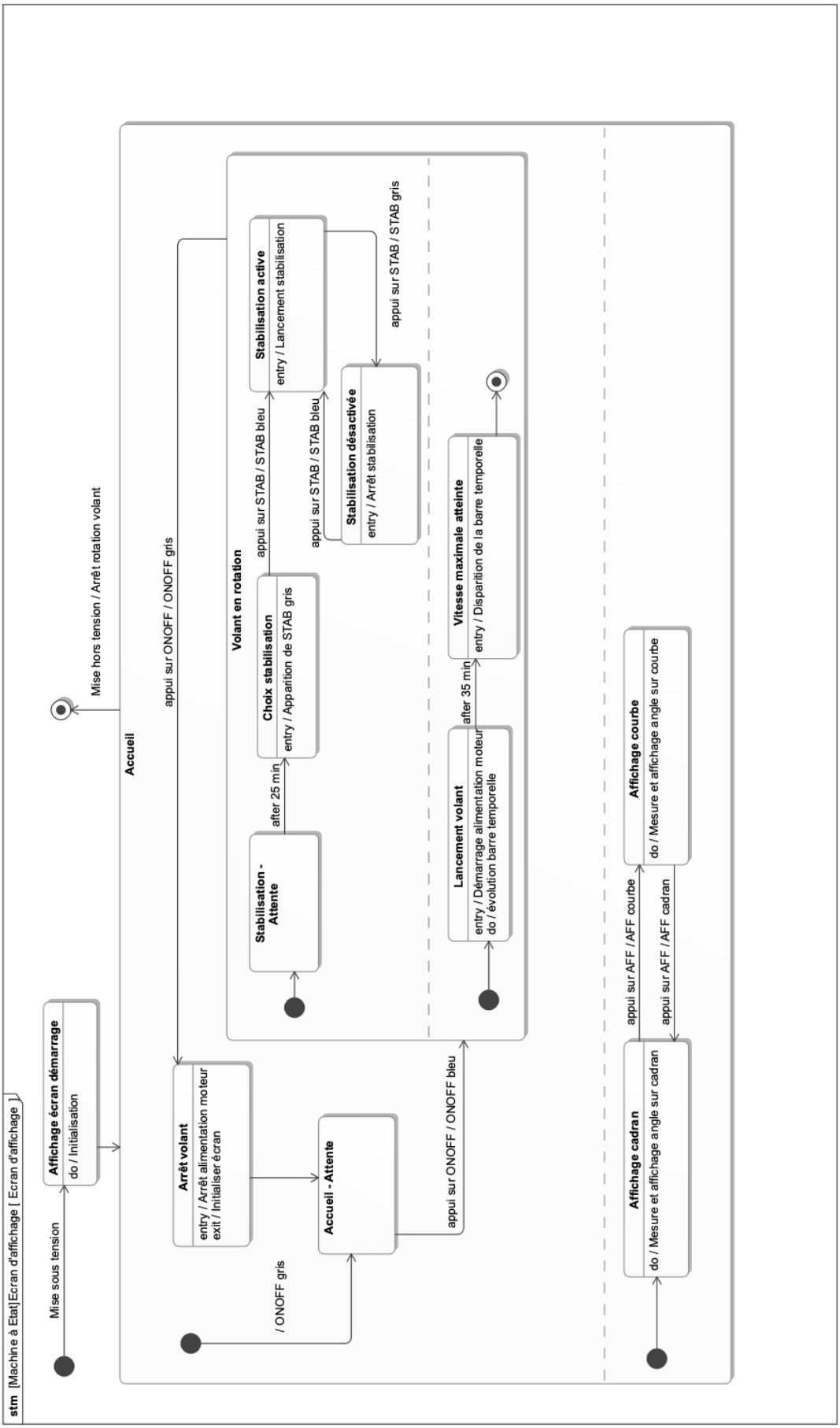
Annexe 1 : Ecran du pupitre de contrôle



Annexe 2 : Principaux constituants du régulateur hydraulique



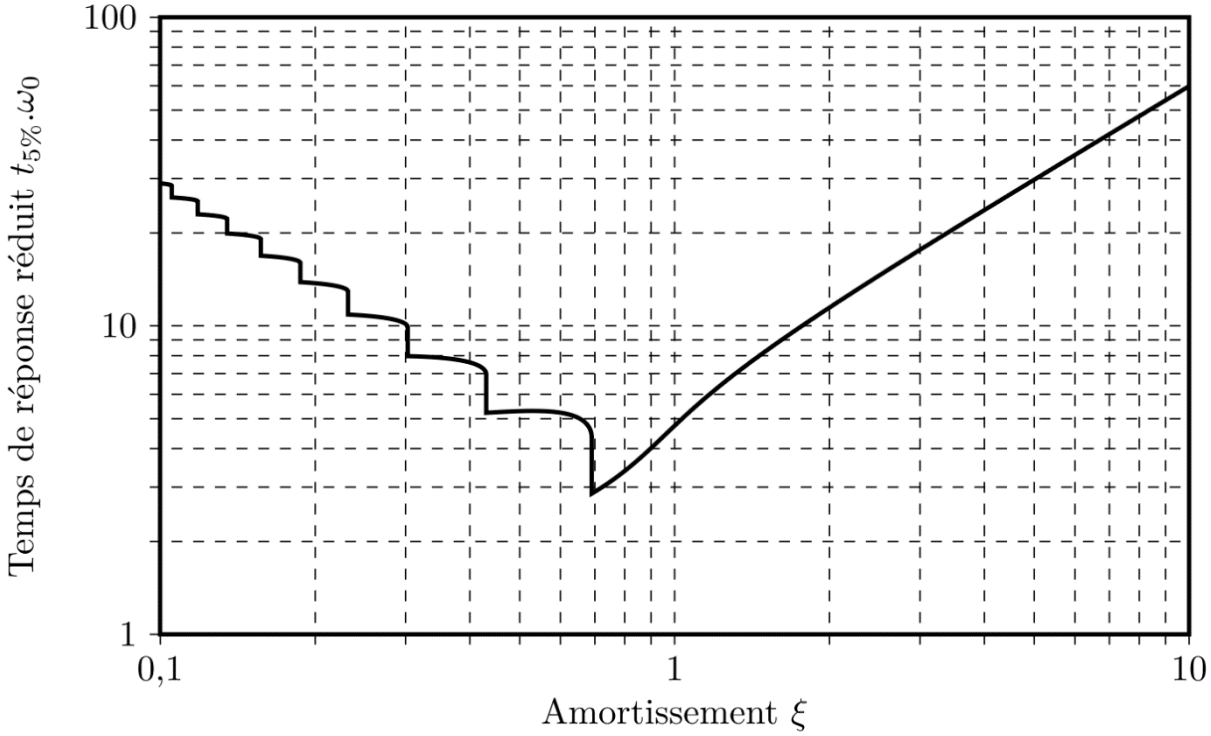
Annexe 3 : Diagramme d'état partiel du système

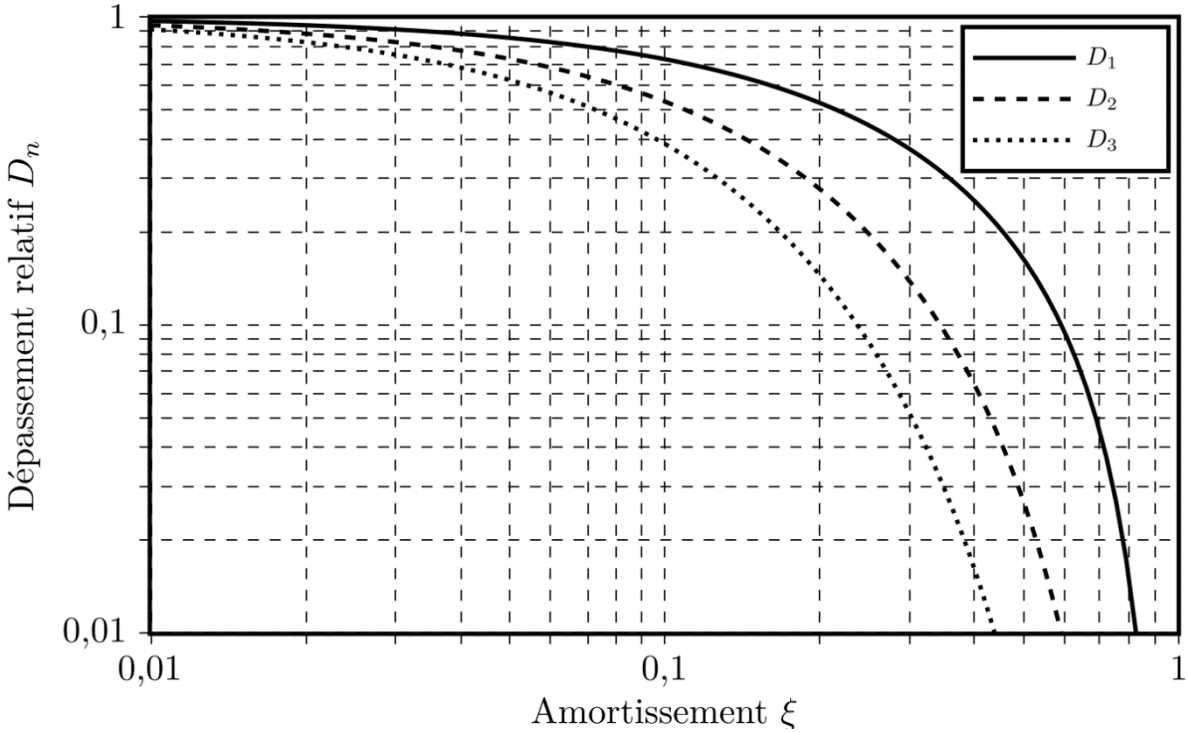


Remarque : L'action « Initialiser écran » implique :

- la disparition de la barre temporelle ;
- la disparition du bouton STAB.

Annexe 4 : Abaques d'identification d'un système du second ordre





Numéro d'inscription

Né(e) le / /

Signature

Nom

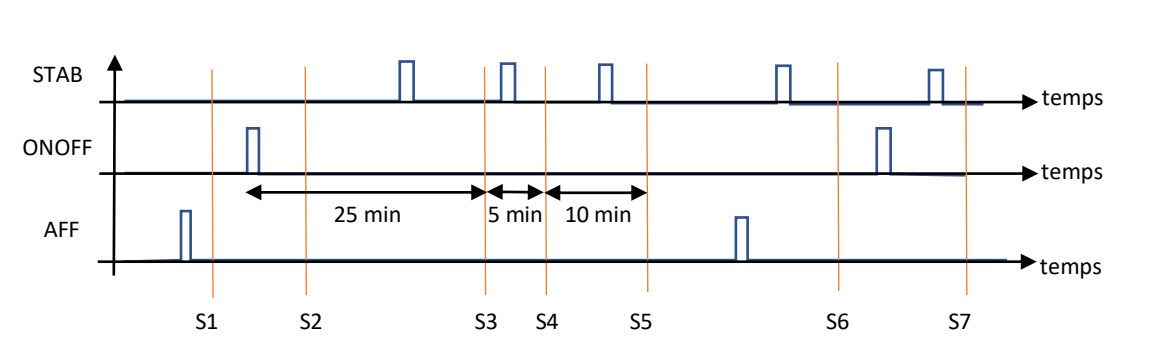
Prénom (s)

Épreuve : .....

Les feuilles dont l'entête d'identification n'est pas entièrement renseignée ne seront pas prise en compte pour la correction.

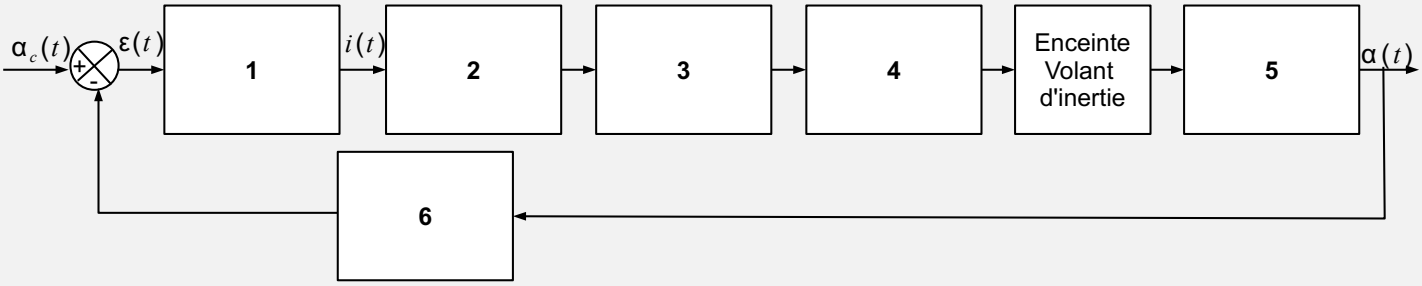
Feuille /

Question 1 :



Situations	Zone d'affichage	Bouton ONOFF	Bouton STAB	Barre de progression visible
S1	Courbe / Cadran	Bleu / Gris / Caché	Bleu / Gris / Caché	Oui / Non
S2	Courbe / Cadran	Bleu / Gris / Caché	Bleu / Gris / Caché	Oui / Non
S3	Courbe / Cadran	Bleu / Gris / Caché	Bleu / Gris / Caché	Oui / Non
S4	Courbe / Cadran	Bleu / Gris / Caché	Bleu / Gris / Caché	Oui / Non
S5	Courbe / Cadran	Bleu / Gris / Caché	Bleu / Gris / Caché	Oui / Non
S6	Courbe / Cadran	Bleu / Gris / Caché	Bleu / Gris / Caché	Oui / Non
S7	Courbe / Cadran	Bleu / Gris / Caché	Bleu / Gris / Caché	Oui / Non

Question 2 : **Schéma-blocs fonctionnel**



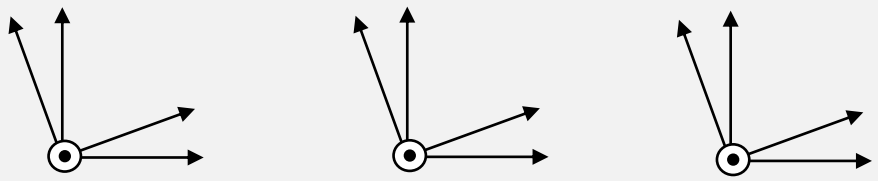
Repères	Constituants du schéma-blocs
1	
2	
3	

Repères	Constituants du schéma-blocs
4	
5	
6	

NE RIEN ÉCRIRE

DANS CE CADRE

Question 3 : **Figures de calcul**

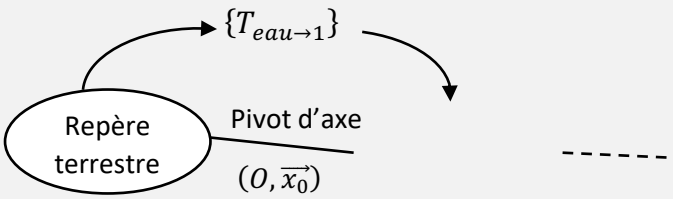


Expression de $\overrightarrow{\Omega_{3/0}}$ dans la base associée au repère R_2

$\overrightarrow{\Omega_{3/0}} =$	$\overrightarrow{x_2} +$	$\overrightarrow{y_2} +$	$\overrightarrow{z_2}$

Question 4 : **Matrice d'inertie du volant**

Question 5 : **Graphe des liaisons**



Question 6 : **Equation de mouvement en β**

Equation de mouvement

Question 7 : **Linéarisation**

$I_g =$

Question 8 : **Fonction de transfert H(p)**

K=

A=

B=

Stable : oui / non Justification stabilité :

Numéro d'inscription

Né(e) le / /

Signature

Nom

Prénom (s)

Épreuve : .....

Les feuilles dont l'entête d'identification n'est pas entièrement renseignée ne seront pas prise en compte pour la correction.

Feuille /

Question 9 : **Equations λ_a et γ_a en fonction de β**

$\lambda_a =$

$\gamma_a =$

Question 10 : **Action mécanique d'un vérin**

NE RIEN ÉCRIRE

DANS CE CADRE

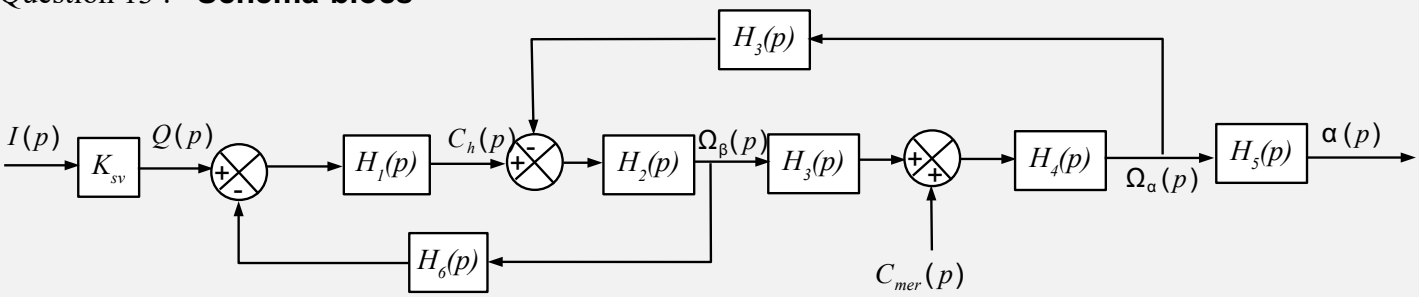
Question 11 : **Moment C_h**

$C_h =$

Question 12 : **Hypothèse et relation approchée pour le moment C_h**

$C_h =$

Question 13 : **Schéma-blocs**

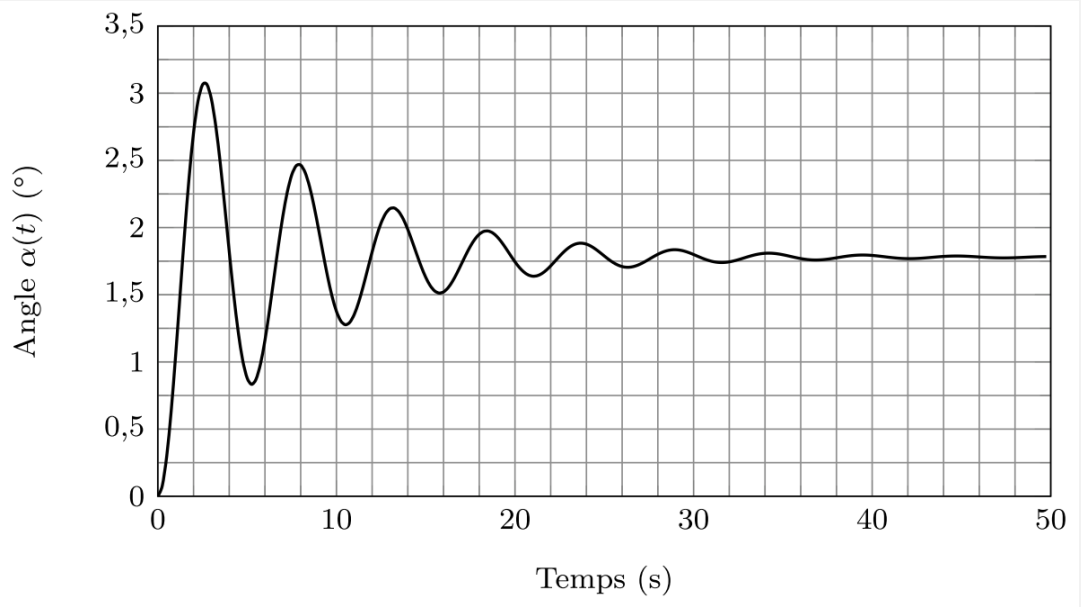


$H_1(p) =$	$H_4(p) =$
$H_2(p) =$	$H_5(p) =$
$H_3(p) = -C_3\ \omega_m$	$H_6(p) =$

Question 14 : **Equivalence de schémas-blocs**

$H_a(p) =$	$H_b(p) =$

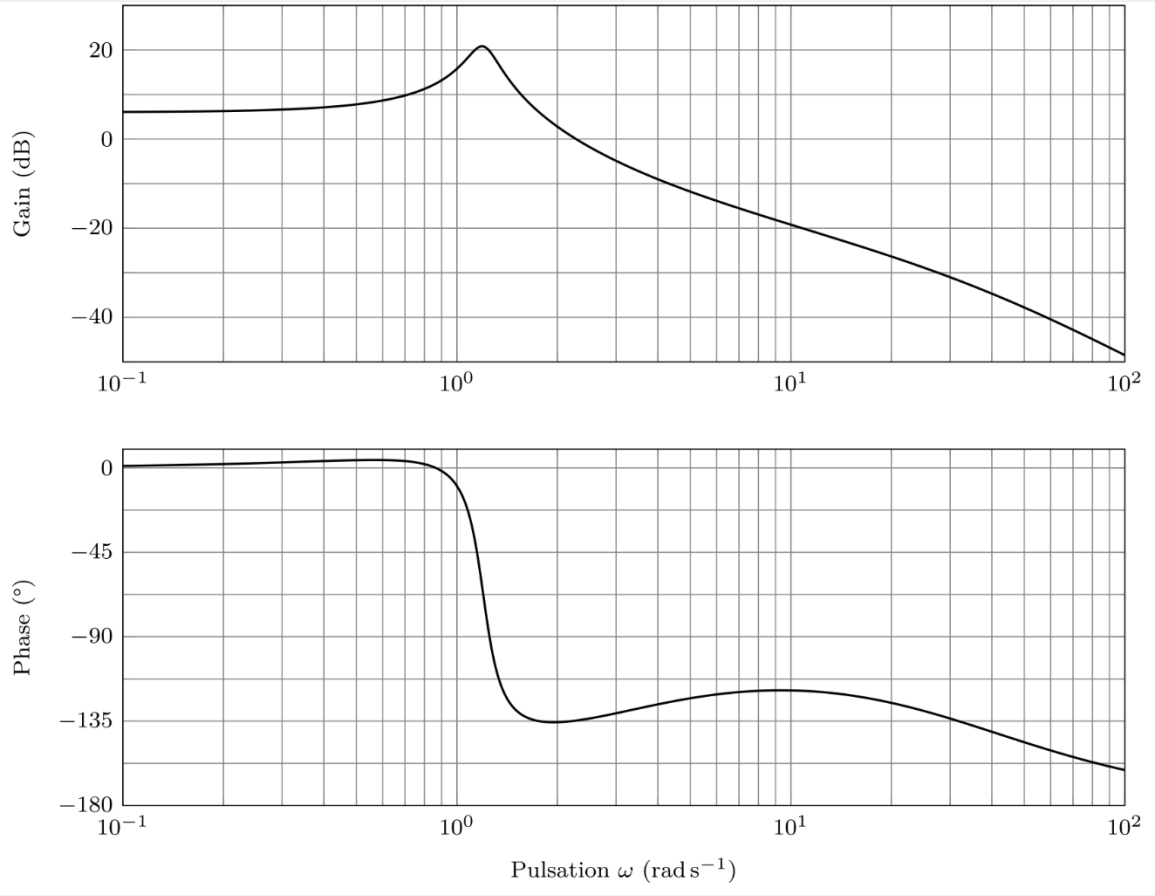
Question 15 : **Identification**



Valeurs des paramètres caractéristiques :

Question 16 : **Précision**

Question 17 : **Valeur de K_p**



K_p=

Numéro d'inscription

Né(e) le / /

Signature

Nom

Prénom (s)

Épreuve : .....

Les feuilles dont l'entête d'identification n'est pas entièrement renseignée ne seront pas prise en compte pour la correction.

Feuille /

Question 18 : **Influence d'une perturbation**

Expression de $\alpha(t)$=

Pulsation	Rapport d'amplitude		Déphasage	
	Sans stabilisation	Avec stabilisation	Sans stabilisation	Avec stabilisation
1 rad/s	$10^{-\frac{90}{20}}$		$-20°$	
10 rad/s	$10^{-\frac{135}{20}}$		$-180°$	

Conclusion :

Question 19 : **Apport du système de stabilisation**

NE RIEN ÉCRIRE

DANS CE CADRE