



CONCOURS ARTS ET MÉTIERS ParisTech - ESTP - POLYTECH

Épreuve de Sciences Industrielles MP

Durée 3 h

Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, d'une part il le signale au chef de salle, d'autre part il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en indiquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.

081

L'usage de calculatrices est autorisé.

Composition du sujet :

- 1 cahier de 17 pages de texte numérotées de 1 à 17.
- 3 pages de documents annexes.

AVERTISSEMENT

La **présentation**, la lisibilité, l'orthographe, la qualité de la **rédaction**, la **clarté et la précision** des raisonnements entreront pour une **part importante** dans **l'appréciation des copies**. En particulier, les résultats non justifiés ne seront pas pris en compte. Les candidats sont invités à encadrer les résultats de leurs calculs.

Tournez la page S.V.P.

Il est interdit aux candidats de signer leur composition ou d'y mettre un signe quelconque pouvant indiquer sa provenance.



1. INTRODUCTION

Présentation du projet Roméo.

Roméo est un projet labellisé par le pôle de compétitivité Cap Digital et financé par la Région Ile-de-France, la Direction Générale de la Compétitivité, de l'Industrie et des Services (DGCIS) et la Ville de Paris.

Il vise à développer un robot humanoïde destiné à devenir un véritable assistant des personnes en perte d'autonomie. Pour cela, il doit être capable d'intervenir sur les objets du quotidien (ouvrir et fermer une porte, manipuler un verre, une bouteille, un trousseau de clés...). Mais il devra également aider une personne à se déplacer à domicile, et même, lui porter secours en cas de chute.

Au-delà de ses capacités physiques, Roméo doit offrir une interface homme-machine accessible au plus grand nombre : la voix et les gestes doivent être les principaux moyens de communication avec le robot qui devra être capable de comprendre ce qu'on lui dit, d'entretenir un court dialogue et même de percevoir les intentions et les émotions de son interlocuteur pour en déduire les actions qu'il doit mettre en œuvre.

Un premier prototype de ce robot humanoïde a été développé en mars 2011. La seconde version devrait être opérationnelle courant 2014. A l'issue du projet, Romeo sera évalué auprès de patients de l'Institut de la vision.

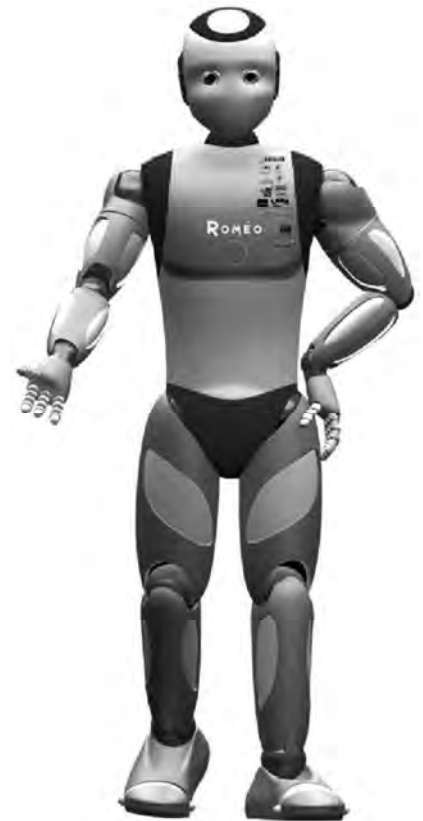


Figure 1 : Robot ROMEO, développé par la société ALDEBARAN ROBOTICS

Roméo, un robot d'assistance à la personne.

Le challenge est de faire de Roméo, un assistant pour une personne âgée, malvoyante et/ou en perte d'autonomie. Le robot peut aider tout au long de la journée dans les tâches quotidiennes lorsque la personne est seule. Il peut aller chercher des objets qui se trouvent dans une autre pièce et ranger ceux qui ne sont pas à leur place, et rendre ainsi l'environnement d'une personne mal voyante, par exemple, moins accidentogènes. Roméo peut également être un assistant de mobilité en aidant la personne à marcher ou à se relever de son fauteuil.

Pour être accessible au plus grand nombre, Roméo offre une interface homme-machine très intuitive : il se commande à la voix. Il est capable de dialoguer avec son interlocuteur pour demander des précisions sur ce qu'on attend de lui. Il est également capable d'interpréter les gestes qu'on lui fait pour illustrer certains ordres.

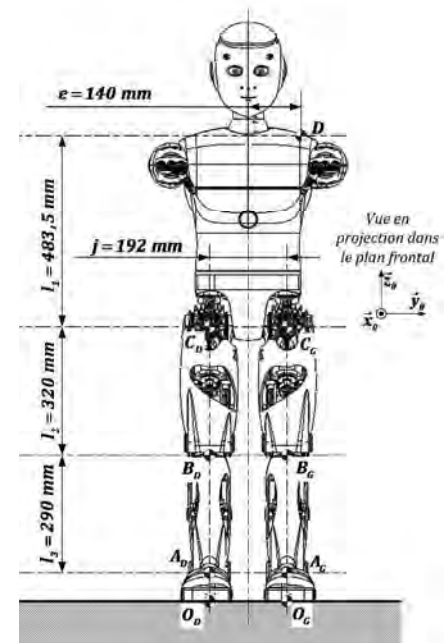


Figure 2 : Dimensions frontales

1. Description

1.1. Description structurelle

(Voir en annexe 1: Définition dimensionnelle partielle du robot)

Le prototype en cours de finalisation, mesure 1,43m. Cette petite taille lui permet de limiter son poids à environ 40kg (batteries incluses) et donc d'être moins dangereux pour ses propres articulations et pour les personnes qui l'entourent. Ses proportions sont similaires à un individu de corpulence moyenne.

Concernant sa motricité, il est doté de :

- 4 actionneurs au niveau du cou
- 6 actionneurs dans chaque jambe
- 7 actionneurs dans chaque bras
- 1 articulation élastique passive sur chaque pied

Au total, Roméo est composé de 32 moteurs à courant continu, répartis dans 4 catégories de puissances différentes (11W, 20W, 60W, 150W).

Ses yeux sont aussi motorisés afin de modifier leurs orientations et ainsi augmenter leur champ visuel. Un projet de colonne vertébrale est à l'étude pour améliorer la flexibilité posturale de Roméo.

1.2. Scénario proposé

Nous allons étudier le robot dans une phase d'assistance spécifique qui consistera à aider une personne à se lever de sa chaise. Le protocole se décomposera en ces termes :

- Appel vocal ou électronique du robot
- Roméo se rapproche et se positionne correctement pour aider la personne
- Roméo adapte la hauteur de son épaule grâce à une gèneuflexion
- La personne pose une main sur l'épaule de Roméo pour s'aider de cet appui
- Roméo contrôle ses articulations pour assurer son équilibre tout en soutenant l'effort de la personne
- La personne lâche l'épaule du robot quand elle est levée
- Roméo s'écarte de la personne tout en assurant sa sécurité

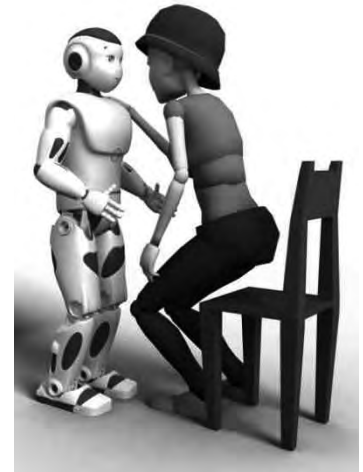


Figure 3 : Scénario; assistance pour relever une personne.

<i>Appel vocal ou électronique du robot</i>	<i>Roméo se rapproche et se positionne correctement pour aider la personne</i>	<i>Roméo adapte la hauteur de son épaule grâce à une gèneuflexion</i>
<i>La personne pose une main sur l'épaule de Roméo pour s'aider de cet appui</i>	<i>Roméo contrôle ses articulations pour assurer son équilibre tout en soutenant l'effort de la personne</i>	

Figure 4 : Scénario illustré; assistance pour relever une personne

1.3. Description fonctionnelle

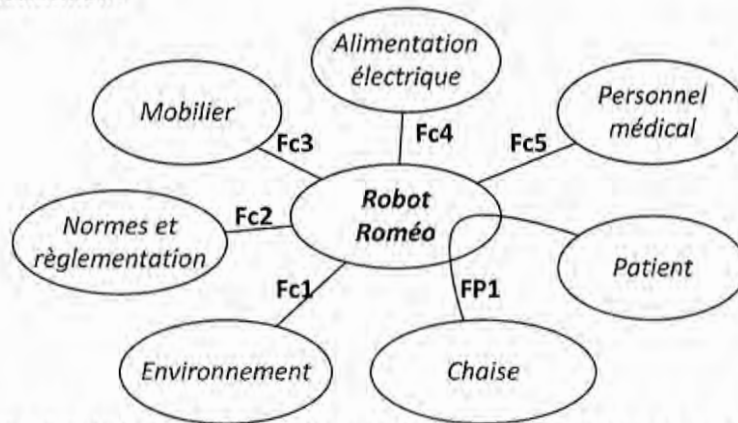


Figure 5 : Diagramme des interacteurs de Roméo lors d'une assistance au patient d'une position assise sur une chaise vers une position debout

1.4. Extrait du cahier des charges fonctionnel

Fonctions	Noms	Critères	Niveaux
FP1	Aider le patient à se lever de sa chaise	Poids de la personne Temps d'exécution	< 100 Kg < 30 s
Fc1	S'adapter et protéger l'environnement	Largeur de passage Eco-conception	> 80 cm CO ₂ minimum Consommation minimale
Fc2	Respecter les normes et réglementation en vigueur	A définir	
Fc3	S'adapter au mobilier environnant	Reconnaissance visuelle de l'encombrement de la chaise	±2 cm
Fc4	Charger sa batterie de manière autonome	Alimentation sur secteur	230 V~ < 15 A
Fc5	Communiquer avec le personnel médical	Dialogue vocal en français Dialogue via Smart-Phone ou tablette	

Figure 6 : Extrait du cahier des charges fonctionnel

1.5. Développement de la fonction principale FP1 : analyse fonctionnelle de type FAST

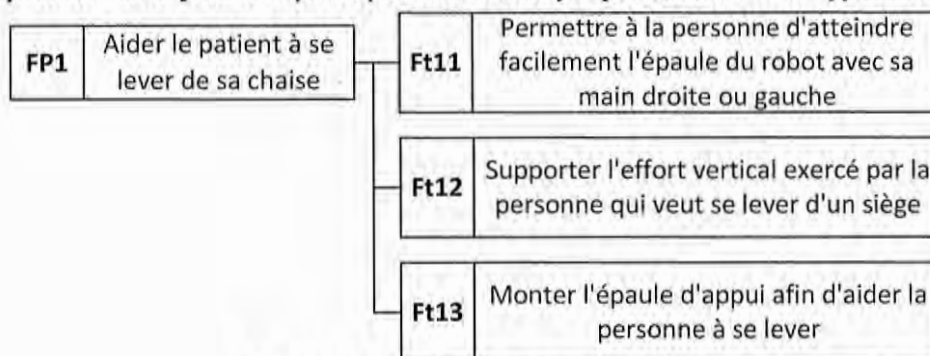


Figure 7 : Diagramme de type FAST

1.6. Extrait du cahier des charges fonctionnel : Caractérisation des fonctions techniques

Fonction technique	Critère	Niveau	Flexibilité
Permettre à la personne d'atteindre facilement l'épaule du robot avec sa main droite ou gauche	Distance optimisée vers l'avant (origine : épaule de la personne)	200 mm	2
	Distance optimisée sur le côté (origine : épaule de la personne)	200 mm	2
	Distance optimisée vers le haut (origine : sol)	900 mm	1
Supporter l'effort vertical exercé par la personne qui veut se lever d'un siège	Effort maximum	< 100 N	1
	Maintien de la position sous charge (Variation de hauteur du point d'appui)	< 5 mm	2
	Dépassement de position face à un échelon de sollicitation :	< 5%	2
	Temps de maintien d'un effort supérieur à 1N	< 10 s	2
	Temps de montée maximal	15 s	2
	Temps de montée minimal	10 s	2
Monter l'épaule d'appui afin d'aider la personne à se lever	Élévation nécessaire	< 150 mm	2

Figure 8: Extrait du cahier des charges fonctionnel ; caractérisation des fonctions techniques

2. ETUDE DU CAHIER DES CHARGES FONCTIONNEL

La personne qui désire se lever est initialement en position assise. Elle positionne sa main droite ou sa main gauche sur l'épaule du robot (0,9 à 1,1 m de haut) puis exerce un effort vertical sur celle-ci afin d'aider ses membres inférieurs.

Afin d'établir la valeur de l'effort que devra supporter le robot pour assister la personne qui se relève, une série d'expériences est réalisée avec des personnes âgées. Un capteur de force monoaxial enregistre au cours du temps l'effort vertical qu'exerce la personne sur un support fixe représentant l'épaule du robot.

(Voir exemple d'enregistrement d'essai en annexe 2)

Q1. Afin de choisir le capteur de force nécessaire à cette campagne de mesures, donner un ordre de grandeur de l'étendue de mesures nécessaire, ainsi qu'un ordre d'idée de la précision requise.

L'étude qui suit (parties 3 à 7 du sujet) porte sur la détermination des couples des moteurs installés dans les articulations des jambes du Robot.

Un paramètre important est aussi la durée des couples d'application exercés par les moteurs : de ces temps de maintien dépendra l'échauffement des moteurs, et donc la fiabilité du robot.

Q2. A partir d'un enregistrement de l'effort de relèvement en fonction du temps (simulé lors d'une expérience), donné en annexe 2, déterminer graphiquement le temps de maintien d'un effort supérieur à 10 N associée à cette courbe.

3. ANALYSE STRUCTURELLE DU ROBOT ROMEO – VALIDATION DU MODELE

L'objet de cette étude est l'analyse structurelle du Robot ROMEO et la validation du modèle proposé. Le modèle sera ensuite utilisé pour évaluer les performances attendues du Robot, relativement au cahier des charges.

Un modèle très simplifié de la partie inférieure de ROMEO (pieds, jambes, bassin) est proposé sur la figure 9 ci-contre :

Cette chaîne de solides est composée :

- du bassin du robot : (1)
- de deux cuisses (2D) et (2G)
- de deux tibias (3D) et (3G)
- de deux pieds (4D) et (4G)

Les deux pieds sont en appui sur le sol (0).

Les deux cuisses sont en liaison pivot ($C_D, \vec{y}_1$) et ($C_G, \vec{y}_1$) avec le bassin : **Hanche**

Les deux cuisses sont en en liaison pivot ($B_D, \vec{y}_1$) et ($B_G, \vec{y}_1$) avec les deux tibias : **Genoux**.

Les deux tibias sont en en liaison rotule (A_D) et (A_G) avec les deux pieds : **Chevilles**.

Les deux pieds sont en en liaison appui plan ($O_D, \vec{z}_0$) et ($O_G, \vec{z}_0$) avec le sol : **Plante des pieds**.

Remarque : dans la suite de l'étude $\vec{y}_1 = \vec{y}_0$

Tous les degrés de mobilité de chaque liaison sont pilotés par des moteurs.

On suppose une position (quelconque) du bassin du robot à atteindre :

Dans la démarche de vérification, cette position devient une contrainte de positionnement du bassin, en position et en orientation. Définir cette position revient à bloquer le bassin par rapport au sol. Le modèle suivant (figures 10, 11 et 12) introduit une liaison encastrement entre le bassin et le sol et permet ainsi la prise en compte de cette contrainte de position du bassin dans le modèle.

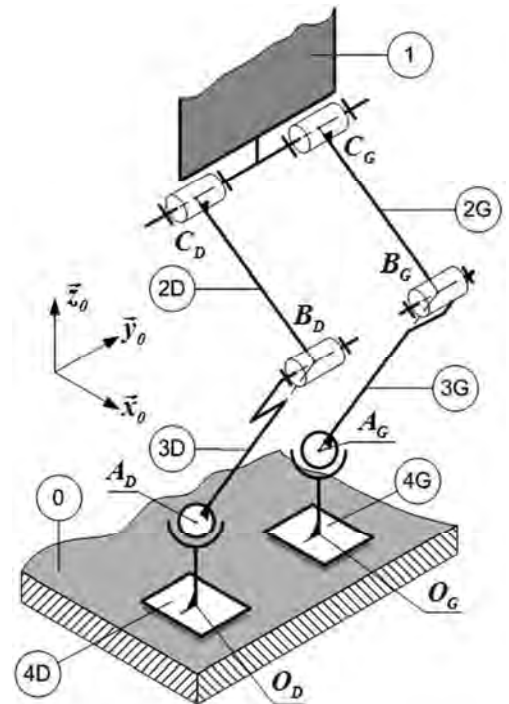


Figure 9 : Modèle simplifié de la partie inférieure du Robot ROMEO (Vue isométrique)

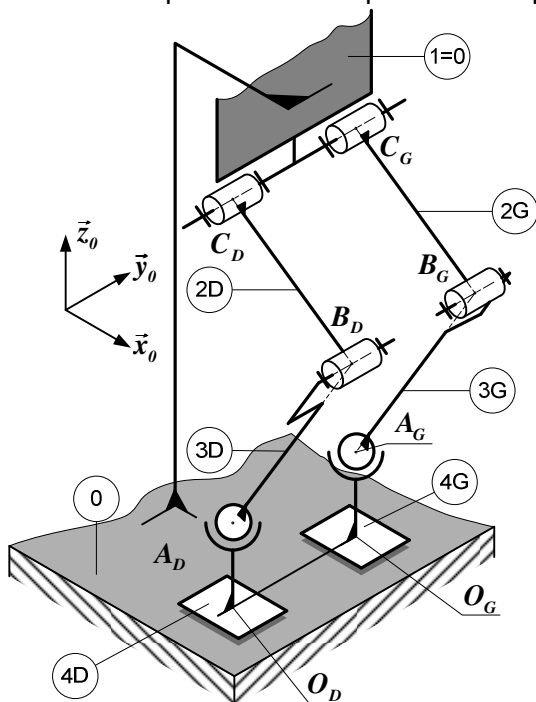


Figure 10 : Modèle simplifié, position du bassin fixée (Vue isométrique)

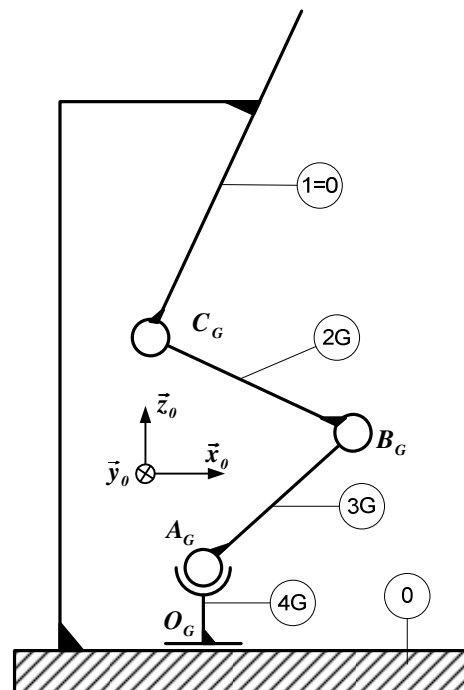


Figure 11 : Modèle simplifié, position du bassin fixée (Vue jambe gauche en projection dans la plan sagittal ($\vec{z}_0, \vec{x}_0$))

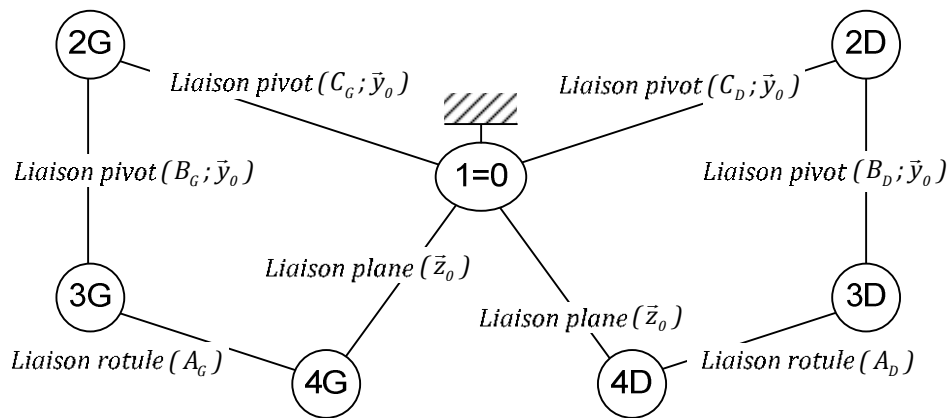


Figure 12 : Graphe des liaisons

Attention : l'étude demandée est une étude spatiale.

- Q3.** Mettre en évidence sur la figure 11 reprise sur la copie, à l'aide de flèches, les deux mobilités de la chaîne fermée de solides (01 – 2G – 3G – 4G – 01). (Dans cette question, on ne prendra en compte qu'une seule des deux chaînes fermées : voir figure 12).
- Q4.** En considérant les mobilités des deux chaînes fermées, vérifier que le modèle complet (chaines de solides (01 – 2G – 3G – 4G – 01) + (01 – 2D – 3D – 4D – 01)) est isostatique.

Cela conduit à dire que ce modèle de structure est cohérent. Le pilotage de chaque mobilité dans chacune des liaisons conduit au positionnement du bassin.

Cette chaîne de solides, bien qu'isostatique, reste néanmoins insuffisante pour approcher toutes les postures d'un humain. On remarque aisément qu'à une position définie du bassin, correspond chez l'homme, une infinité de positions possibles des deux jambes, dans des amplitudes très variables d'un sujet à l'autre. On mesure ainsi toute la complexité de la commande en position des diverses actionneurs qui régissent la position, la vitesse, l'accélération des mouvements d'un robot humanoïde.

En fait, ROMEO est, pour sa partie inférieure (Pieds, jambes, bassin), équipé de 12 axes de commandes (12 pivots motorisés).

4. VALIDATION DU CRITERE DE NON-BASCULEMENT : FONCTION FT12

Il est important de vérifier que le robot pourra réaliser le scénario proposé en s'assurant qu'il ne basculera pas suite à l'appui de la personne sur l'épaule.

Dans cette étude statique, on suppose toutes les articulations bloquées : les moteurs fournissent les couples de maintien nécessaires.

On propose le modèle simplifié, plan, de la figure 13, page suivante : Le Robot (ensemble (E)) en équilibre, les deux pieds en appui sur le sol.

Les liaisons *pieds / sol* sont modélisées par deux liaisons ponctuelles aux points O_D et O_G (Droit et Gauche)

L'effort de la personne sur le robot est modélisé par une force verticale $\vec{F} = -F \cdot \vec{z}_0$ appliquée au point D situé sur l'épaule comme défini par la figure 13 : $\overrightarrow{OD} \cdot \vec{y}_0 = e = 140 \text{ mm}$

La gravité exerce une force verticale $\vec{P} = -Mg \cdot \vec{z}_0$ appliquée au centre de masse G du robot.

Le point O est situé à égale distance des deux pieds : $\overrightarrow{OD} \cdot \vec{y}_0 = \overrightarrow{OG} \cdot \vec{y}_0 = d$

Notation : Pour la suite de l'étude, le torseur modélisant les actions transmissibles du solide j sur le solide i par la liaison de centre A , exprimé dans le repère $R_k(\vec{x}_k, \vec{y}_k, \vec{z}_k)$ s'écrit :

$$T\{j \rightarrow i\} = \left\{ \begin{array}{l} X_{ji} \cdot \vec{x}_k + Y_{ji} \cdot \vec{y}_k + Z_{ji} \cdot \vec{z}_k \\ L_{ji} \cdot \vec{x}_k + M_{ji} \cdot \vec{y}_k + N_{ji} \cdot \vec{z}_k \end{array} \right\}_A = \left\{ \begin{array}{l} X_{ji} \\ Y_{ji} \\ Z_{ji} \end{array} \middle| \begin{array}{l} L_{ji} \\ M_{ji} \\ N_{ji} \end{array} \right\}_{A, R_k}$$

Q5. Écrire les expressions de tous les torseurs des actions mécaniques extérieures appliqués au robot (E) ainsi modélisé et isolé.

Q6. Déterminer les expressions des composantes des deux torseurs des actions mécaniques du sol (0) sur chacun des pieds en fonction F, M, g, d et e , lorsqu'ils sont exprimés respectivement aux points O_G et O_D .

Pour vérifier le respect du critère de non-bascullement du robot, il faut que les contacts en O_G et O_D respectent toujours la contrainte d'unilatéralité : le sol ne peut exercer qu'un effort de réaction vertical ascendant sous chacun des pieds.

Q7. Écrire les deux inégalités qui découlent du respect de ce critère.

Données :

Masse du Robot Roméo : $M = 40,5 \text{ kg}$.

Accélération de la pesanteur : $g = 9,81 \text{ m.s}^{-2}$

Données géométriques :

$d = 96 \text{ mm}$; $e = 140 \text{ mm}$

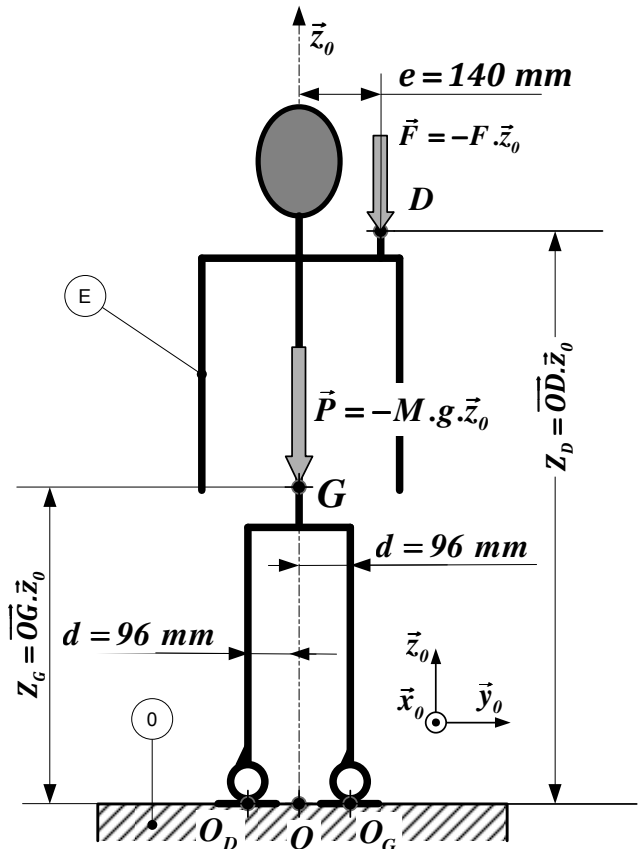


Figure 13 : Robot en genuflexion. Modèle plan (projection dans le plan frontal)

Q8. Quel est l'effort maximum qui peut être exercé sur le robot au point D , tout en assurant la condition de non-bascullement. Conclure quant au respect du cahier des charges.

5. VALIDATION STATIQUE DU CRITERE DE MAINTIEN EN POSITION DE GENUFLEXION : FONCTION FT12

L'articulation du genou est particulièrement sollicitée lorsque le robot a les genoux fléchis. La personne qui s'appuie sur l'épaule augmente le couple nécessaire au niveau des genoux pour maintenir une posture stable du robot.

Il est nécessaire d'estimer ce couple dans la position la plus défavorable et de vérifier si le robot et ses moteurs pourront supporter une telle charge.

On pourrait montrer que c'est l'articulation du genou qui est la plus sollicitée.

Pour établir une estimation de ce couple, on isole le sous ensemble $E_{12} = \{1,2\}$, pour mener une étude statique : voir modèle plan proposé page suivante, figure 14.

On note G_{12} le centre de masse du sous ensemble $E_{12} = \{1,2\}$ et M_{12} sa masse. $M_{12} = 32 \text{ kg}$

Pour les applications numériques, on prendra g (accélération de la pesanteur) : $g = 9,81 \text{ m.s}^{-2}$

On suppose que le robot est en position limite d'équilibre : Seule la jambe gauche est sollicitée et le pied droit du robot est à la limite du décollement.

La force exercée par le patient, sur le robot est : $\vec{F} = -F \cdot \vec{z}_0$ appliquée au point D

Paramétrage :

- **Solide (1)** : Tronc + Bras + Tête
- **Solide (2)** : Cuisses
- **Solide (3)** : Tibias
- **Solide (4)** : Pieds

Figure 14 ci-contre : Robot en génuflexion : Solides (1) et (2) isolés; Les autres solides voisins en traits fins. (Les efforts de (3) sur (2) ne sont pas représentés).

$R_0(\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$: Repère fixe lié au sol (0)

$R_1(\vec{x}_1, \vec{y}_0, \vec{z}_1)$: Repère lié au solide (1) :

- $\theta_{10} = (\vec{x}_0, \vec{x}_1) = (\vec{z}_0, \vec{z}_1)$

$R_2(\vec{x}_2, \vec{y}_0, \vec{z}_2)$: Repère lié au solide (2) :

- $\theta_{21} = (\vec{x}_1, \vec{x}_2) = (\vec{z}_1, \vec{z}_2)$

$R_3(\vec{x}_3, \vec{y}_0, \vec{z}_3)$: Repère lié au solide (3) :

- $\theta_{32} = (\vec{x}_2, \vec{x}_3) = (\vec{z}_2, \vec{z}_3)$

$R_4 = R_0(\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$: Repère lié au solide (4)

- $\theta_{43} = (\vec{x}_3, \vec{x}_4) = (\vec{z}_3, \vec{z}_4) = (\vec{x}_3, \vec{x}_0) = (\vec{z}_3, \vec{z}_0)$

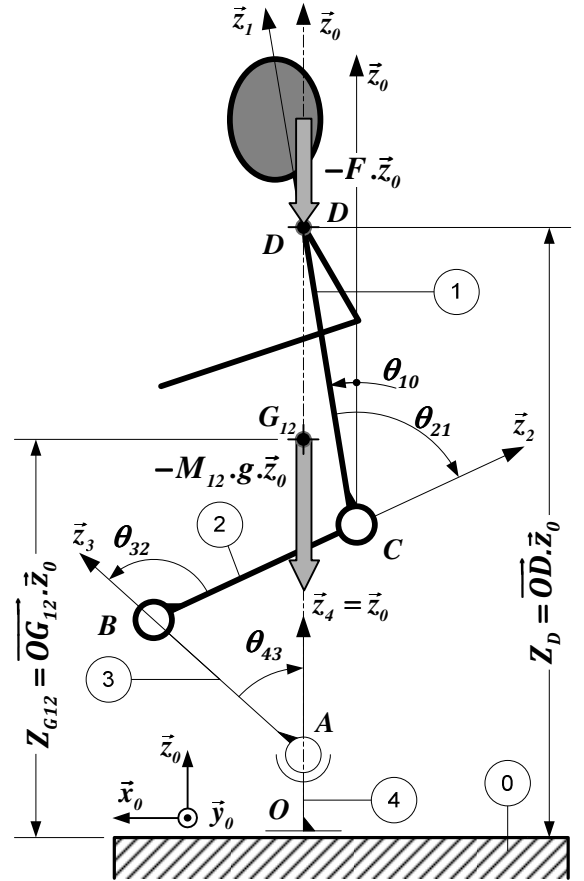


Figure 14 : Modèle cinématique plan, en projection dans le plan sagittal ($\vec{x}_0, \vec{z}_0$) :

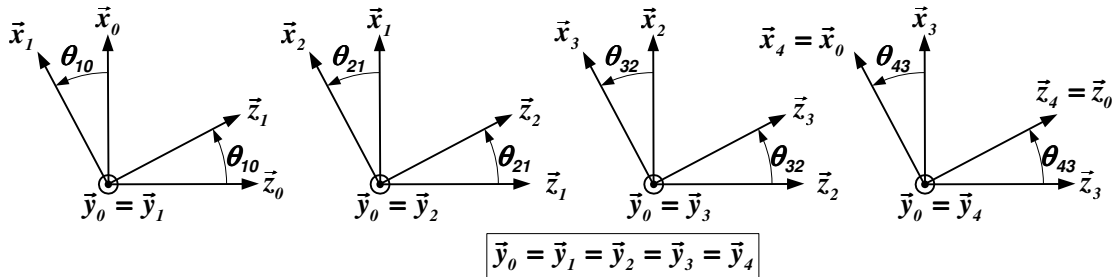


Figure 15 : Orientations relatives des différents repères et paramétrages angulaires

L'inclinaison du torse (vers l'avant) est de $\theta_{10} = 10^\circ$

L'étude est menée pour la position de génuflexion maximale du scénario envisagé, soit pour une cote du point D de : $Z_D = \vec{OD} \cdot \vec{z}_0 = 900 \text{ mm}$.

On note C_{32} le couple qu'exerce le tibia (3) sur la cuisse (2) permettant le maintien de la posture. Les points D et G_{12} sont supposés, dans ce modèle plan, à l'aplomb des articulations de la cheville.

Dans cette partie, on suppose l'étude modélisable dans le plan de projection sagittal ($\vec{x}_0, \vec{z}_0$) : **ETUDE PLANE.**

Données géométriques :

- $\overrightarrow{OA} = l_4 \cdot \vec{z}_0$; $\overrightarrow{AB} = l_3 \cdot \vec{z}_3$; $\overrightarrow{BC} = l_2 \cdot \vec{z}_2$; $\overrightarrow{CD} = l_1 \cdot \vec{z}_1$;
- $l_1 = 485 \text{ mm}$; $l_2 = 320 \text{ mm}$; $l_3 = 290 \text{ mm}$; $l_4 = 67 \text{ mm}$
- $\theta_{21} = -73^\circ$; $\theta_{32} = +106^\circ$; $\theta_{43} = -44^\circ$; $\theta_{10} = 10^\circ$

Ces valeurs induisent alors les positions des points D et G_{12} , avec :

- $\overrightarrow{OD} = Z_D \cdot \vec{z}_0$ avec $Z_D = 900 \text{ mm}$
- $\overrightarrow{OG_{12}} = Z_{G_{12}} \cdot \vec{z}_0$ avec $Z_{G_{12}} \approx 550 \text{ mm}$

Q9. A l'aide d'une étude statique dans le plan sagittal, donner l'expression littérale du couple C_{32} nécessaire au niveau du genou pour maintenir cette posture sous charge en fonction de l_3 , θ_{43} , F et M_{12} .

L'application numérique donne pour C_{32} une valeur proche de 80 N.m , que l'on adoptera pour la suite de l'étude : $C_{32} = 85 \text{ N.m}$

Ce couple C_{32} est créé par le motoréducteur implanté dans l'articulation du genou.

- moteurs de référence **Maxon RE40 148877** (Voir documentation technique en annexe 4)
- rapport de réduction du réducteur: $r_{32} = \left| \frac{\dot{\theta}_{\text{moteur}}}{\dot{\theta}_{32}} \right| = 95,91$.

Q10. Application numérique : En prenant en compte le rapport de réduction du motoréducteur, calculer le couple délivré par le moteur et comparer le au couple de calage (*stall torque en anglais dans la documentation*), indiqué dans la documentation. Conclure quant à la capacité du robot à rester en position de genuflexion, face au patient qui est en appui sur son épaule.

Que le moteur soit capable de supporter le couple est une chose, encore faut-il que la commande du moteur soit suffisamment robuste face aux sollicitations extérieures et notamment à l'appui du patient sur l'épaule de Roméo.

C'est cette commande moteur que nous allons étudier maintenant.

6. VALIDATION DYNAMIQUE DU CRITERE DE MAINTIEN EN POSITION DE GENUFLEXION : FONCTION FT12

On veut étudier la rigidité du robot face au couple résistant dû à l'appui du patient sur son épaule : Lorsque le patient sollicite le robot pour se relever, le robot ne doit pas s'affaisser.

Dans le cahier des charges, cela se traduit par :

Maintien de la position sous charge (Variation de hauteur du point d'appui)	$< 5 \text{ mm}$	Flexibilité : 2
Dépassement de position face à un échelon de sollicitation :	$< 5\%$	Flexibilité : 2

On supposera que la variation de hauteur du point d'appui est sensiblement la variation de hauteur d'un point de la hanche (point C sur la figure 14)

Description de la commande du moteur (voir figure 16 : Modèle de commande de mouvement du genou)

Pour que le robot puisse prendre une posture conforme à celle demandée par le cahier des charges, il faut un positionnement suffisamment précis des diverses articulations, et en particulier, celle du genou.

Cette position doit pouvoir être maintenue sous l'action de charges extérieures, comme l'appui du patient sur l'épaule de Roméo dans le cas du scénario proposé à l'étude.

Il faut donc que la commande du moteur du genou soit suffisamment précise et robuste, ce qui impose un asservissement de position angulaire.

Lors de la phase de relevée du patient, le mouvement ascensionnel découle des mouvements articulaires Hanche, Genou et Cheville. Les mouvements doivent donc être synchronisés en position mais aussi en

Le couple résistant total est donc $c_r(t) = c_{rp}(t) + c_{rg}(t)$ et dans le domaine de Laplace :

$$C_r(p) = C_{rp}(p) + C_{rg}(p).$$

On modélise l'action du patient sur l'épaule du Robot par un échelon de couple $c_{rp}(t) = c_{rp} \cdot u(t)$ où la fonction $u(t)$ est la fonction Heaviside.

Puisque l'on veut extraire de l'étude la seule influence de l'action du patient sur le robot, le théorème de superposition réduit l'étude au modèle suivant : figure 17

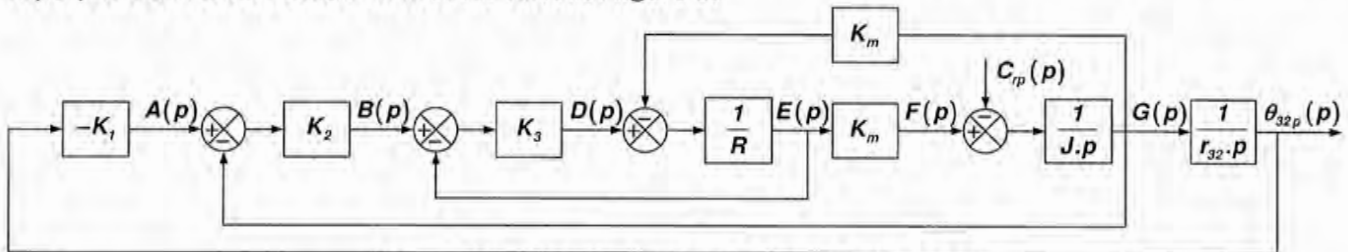


Figure 17 : Modèle de comportement du genou

- Q14.** Que représente la grandeur $\theta_{32p}(t)$ ($\theta_{32p}(p)$ dans le domaine de Laplace)? Réécrire l'équation (5) dans le cas de l'étude proposée : seule l'influence de l'action du patient sur le robot est recherchée.
- Q15.** A partir des équations (4) et (5), déterminer l'expression de $B(p)$ en fonction de $\theta_{32p}(p) \Rightarrow$ Équation notée (6).
- Q16.** A partir des équations (6) et (3), déterminer l'expression de $D(p)$ en fonction de $F(p)$ et de $\theta_{32p}(p) \Rightarrow$ Équation notée (7).
- Q17.** A partir des équations (7) et (2), déterminer l'expression de $F(p)$ en fonction de $\theta_{32p}(p) \Rightarrow$ Équation notée (8).
- Q18.** Finalement, montrer que l'expression de $\theta_{32p}(p)$ en fonction de $C_{rp}(p)$ peut s'écrire sous la forme

$$\theta_{32p}(p) = \frac{\alpha}{1 + \beta \cdot p + \gamma \cdot p^2} C_{rp}(p)$$

Préciser les expressions de α , β , et γ , en fonction des diverses constantes.

On choisit les gains K_1 , K_2 et K_3 égaux à 100 (USI)

On pose l'inertie équivalente ramenée à l'arbre moteur : $J = 1,4 \cdot 10^{-5} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$

Les valeurs numériques de la résistance aux bornes du moteur (*terminal resistance*, en anglais dans la documentation) et de la constante de couple (*torque constant*, en anglais dans la documentation) sont indiquées en annexe 4 dans la documentation moteur.

On rappelle que le rapport de réduction est : $r_{32} = 95,91$.

- Q19.** Calculer la valeur numérique du gain α de la fonction de transfert $\frac{\theta_{32p}(p)}{C_{rp}(p)}$, en précisant les unités.

Pour la suite de l'étude, on prendra : Valeurs données en unité du système international.

$$\theta_{32p}(p) = \frac{-1,7 \cdot 10^{-3}}{1 + 0,960 \cdot p + 2,25 \cdot 10^{-6} \cdot p^2} C_{rp}(p)$$

- Q20.** Calculer la valeur numérique du coefficient d'amortissement de cette fonction de transfert. Commenter ce résultat en s'appuyant sur les exigences du cahier des charges.

Application numérique :

- la personne pose sa main et exerce un effort de 100 N ce qui induit un couple C_{rp} estimé à $C_{rp} = 1\text{ N.m}$ (valeur surestimée, proche de celle déterminée lors de la vérification du couple de calage).
- Cette sollicitation induit alors une rotation de l'articulation du genou : $\delta\theta_{32}$. C'est la variation angulaire de l'articulation du genou due seulement à l'appui du patient sur le robot.

Q21. Calculer la variation angulaire au niveau du genou $\delta\theta_{32}$ induite par cette perturbation. On donnera le résultat en degré.

On suppose que la position initiale avant appui du patient est celle décrite par la figure 14 et par les données géométrique suivantes :

- $l_2 = 320\text{ mm}$
- $\theta_{21} = -73^\circ$; $\theta_{10} = 10^\circ$: soit une inclinaison de la cuisse par rapport à la verticale de 63°

Le cahier des charges précise que le maintien de la position sous charge (Variation de hauteur du point d'appui qui est sensiblement la variation de hauteur de la hanche) doit être inférieur à 5 mm

Q22. Est-ce que l'influence de cette perturbation est compatible avec les exigences du cahier des charges ? Quelles sont les éventuelles solutions pour limiter l'influence de cette perturbation ?

7. VALIDATION DES CAPACITES DYNAMIQUES A REpondre A LA FONCTION FT13

L'objectif de cette partie est de vérifier les performances du robot pour assurer la fonction FT13 "Monter l'épaule d'appui afin d'aider la personne à se lever".

Le moteur doit être capable de tourner suffisamment vite pour accompagner le patient dans son mouvement. Le couple de démarrage du moteur (valeur donnée par le constructeur) doit être suffisamment élevé pour assurer la mise en mouvement sous charge et donc les accélérations des solides constituant le robot.

Rappel extrait du cahier des charges : temps de montée : $\Delta t < 10\text{ s}$ (à 95% de la valeur finale)

Le constructeur du robot donne les rapports de réduction de chacune des chaînes cinématiques des articulations de la jambe du robot. Elles sont actionnées par un moteur identique : **Maxon RE40 148877** (Voir documentation technique en annexe 4)

Articulation		Cheville	Genou	Hanche
Nom de l'angle		θ_{43}	θ_{32}	θ_{21}
Ref. moteur		Maxon RE40 148877		
Rapport de réduction	$r = \frac{\omega_{moteur}}{\omega_{articulation}}$	$r_{43} = 117,07$	$r_{32} = 95,91$	$r_{21} = 117,07$

On suppose toujours le cas limite d'équilibre : Seule la jambe gauche est sollicitée et le pied droit du robot est à la limite du décollement : On admet alors le modèle plan proposé, figure 19.

Le constructeur a adopté, pour le pilotage de tous les moteurs du robot, une loi d'évolution de vitesse parabolique. (Voir figure 18 page suivante, pour une rotation positive)

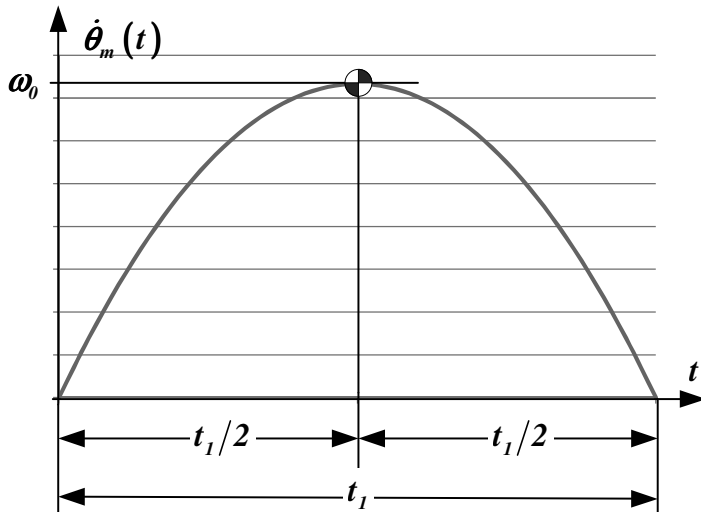


Figure 18 : Loi d'évolution de la vitesse de rotation du moteur en fonction du temps.

Avec :

- $|\omega_0|$: la fréquence de rotation maximale commandée ($\omega_0 = cst$, pour un déplacement donné)
- t_1 : la durée du mouvement commandé ($t_1 = cst$, pour un déplacement donné)

L'accélération angulaire maximale du moteur, pour cette loi de commande, est notée : $\ddot{\theta}_{Max}$

$$\ddot{\theta}_{Max} = \max(|\ddot{\theta}_m(t)|) \text{ pour } 0 \leq t \leq t_1$$

Q23. A partir de l'équation temporelle de la loi de commande, donner l'expression de l'accélération angulaire maximale $\ddot{\theta}_{Max}$ en fonction de $|\omega_0|$ et t_1

On pose : $\theta_m(t = 0) = 0$

Q24. Déterminer l'expression de $\theta_m(t)$, rotation du moteur au cours d'une phase de fonctionnement, en fonction du temps t et des paramètres ω_0 et t_1 .

En déduire l'expression de $\Delta\theta_m = \theta_m(t_1) - \theta_m(t = 0)$, la rotation du moteur pour une phase complète de fonctionnement.

Au cours de cette phase de fonctionnement, si la rotation du moteur est $\Delta\theta_m$, la rotation de l'articulation du genou correspondante est $\Delta\theta_{32}$.

Q25. En considérant le rapport de réduction r_{32} , donner l'expression de ω_0 , en fonction de $\Delta\theta_{32}$, t_1 et r_{32}

Avec cette loi parabolique, on veut que le robot se relève en 10 secondes.

On suppose que le débattement angulaire est $\Delta\theta_{32} = -40^\circ$

Q26. Application numérique : Calculer la vitesse de rotation maximale $\Omega_0 = |\omega_0|$ à programmer pour réaliser ce relèvement en 10 secondes et pour une amplitude de mouvement du genou de -40° . Vérifier que la vitesse de rotation nominale (*Nominal speed*, en anglais dans la documentation), n'est pas dépassée.

Q27. Calculer l'accélération angulaire maximale $|\ddot{\theta}_{32Max}|$ de l'articulation du genou.

Cette accélération, induisant des effets d'inertie, conduit à la vérification du couple de démarrage du moteur (*Stall torque*, en anglais dans la documentation).

Cette vérification est menée grâce à une étude dynamique sur le sous-ensemble $E = \{1,2,3,4\}$.

On suppose, dans cette partie, que la commande des moteurs est suffisamment robuste pour que cette loi de commande soit effective : temps de réponse faible, erreur de trainage faible, pas de retard pur ...)

L'équation de cette loi de vitesse est donc :

$$\dot{\theta}_m(t) = -\frac{4 \cdot \omega_0}{t_1^2} \cdot \left(t - \frac{t_1}{2}\right)^2 + \omega_0$$

$\omega_0 > 0$ pour une rotation positive : $\dot{\theta}_m(t_1) > 0$

$\omega_0 < 0$ pour une rotation négative : $\dot{\theta}_m(t_1) < 0$

On propose le modèle simplifié, plan, suivant : Voir ci-contre, la figure 19.

L'inclinaison du torse est $\theta_{10} = cst = 10^\circ$

Ce sous-ensemble est constitué :

- Du solide (1) : tronc du robot + tête + deux bras + jambe droite, de masse M_1 .
- Du solide (2) : cuisse gauche. La masse de (2) et les inerties sont négligées.
- Du solide (3) : Tibia gauche. La masse de (3) et les inerties sont négligées.
- Du solide (4) : Pied gauche. La masse de (4) et les inerties sont négligées.

Rappel : On suppose toujours le cas limite d'équilibre : Seule la jambe gauche est sollicitée et le pied droit du robot est à la limite du décollement. La jambe droite, pilotée par ces propres moteurs, n'influence pas la dynamique du cas étudié.

On note $\dot{Z}_D(t)$, la vitesse ascensionnelle du tronc du Robot :

$$\dot{Z}_D(t) = \frac{d}{dt} Z_D(t)$$

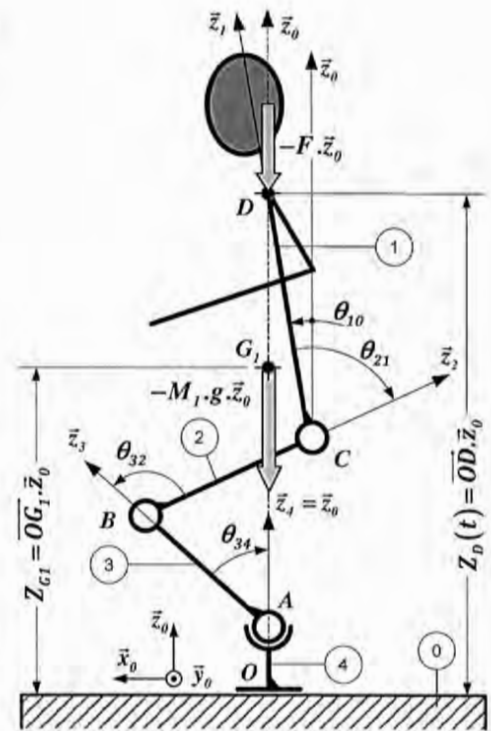


Figure 19 : Modèle cinématique plan, en projection dans le plan sagittal $(\vec{x}_0, \vec{z}_0)$: Robot en genuflexion

Efforts jouant un rôle significatif dans l'étude dynamique :

- Les motoréducteurs induisent des efforts dans les articulations en A, B et C :
- En C, entre les solides (1) et (2) : motoréducteur de hanche qui induit un effort modélisé par le torseur :

$$\circ T\{1 \rightarrow 2\} = \left\{ \begin{array}{c} \vec{0} \\ C_{12} \cdot \vec{y}_0 \end{array} \right\}_C \text{ (effort intérieur à } E = \{1,2,3,4\})$$

- En B, entre les solides (2) et (3) : motoréducteur de genoux qui induit un effort modélisé par le torseur :

$$\circ T\{2 \rightarrow 3\} = \left\{ \begin{array}{c} \vec{0} \\ C_{23} \cdot \vec{y}_0 \end{array} \right\}_B = \left\{ \begin{array}{c} \vec{0} \\ -C_{32} \cdot \vec{y}_0 \end{array} \right\}_B \text{ (effort intérieur à } E = \{1,2,3,4\})$$

- En A, entre les solides (3) et (4) : motoréducteurs de cheville qui induit un effort modélisé par le torseur :

$$\circ T\{3 \rightarrow 4\} = \left\{ \begin{array}{c} \vec{0} \\ C_{34} \cdot \vec{y}_0 \end{array} \right\}_A \text{ (effort intérieur à } E = \{1,2,3,4\})$$

➤ Effort du patient sur le robot :

On suppose que le patient qui demande assistance, exerce une force verticale descendante de module F , au point D. (Malgré la dissymétrie induite par cette force, on conserve un modèle plan.) Lors du mouvement étudié, le point D reste sur la verticale $(A, \vec{z}_0)$.

$$T\{\text{patient} \rightarrow 1\} = \left\{ \begin{array}{c} -F \cdot \vec{z}_0 \\ \vec{0} \end{array} \right\}_D$$

➤ Effort de pesanteur :

Pour simplifier l'étude, on suppose que le centre de masse G_1 du solide (1), est toujours sur la verticale $(A, \vec{z}_0)$. On a alors $\vec{V}(G_1, 1/0) = \vec{V}(D, 1/0) = \dot{Z}_D(t) \cdot \vec{z}_0$, ce qui conduit à dire que le mouvement du solide (1) est une translation rectiligne, de direction $\vec{z}_0$.

Les poids des autres solides sont négligés.

$$T\{poids \rightarrow 1\} = \left\{ \begin{matrix} -M_1 \cdot g \cdot \vec{z}_0 \\ \vec{0} \end{matrix} \right\}_{G_1}$$

➤ Effort du sol sur de Robot :

Le pied est en appui plan sur le sol. L'effort transmissible par cette liaison est modélisable par le torseur suivant :

$$T\{0 \rightarrow 4\} = \left\{ \begin{matrix} Z_{04} \cdot \vec{z}_0 \\ M_{04} \cdot \vec{y}_0 \end{matrix} \right\}_O$$

➤ On suppose toutes les liaisons parfaites.

Q28. Ecrire l'expression de l'énergie cinétique galiléenne du sous ensemble E en fonction de M_1 et de $\dot{Z}_D(t)$ (On rappelle que la masse de (1) est le seul paramètre d'inertie influant dans cette étude).

Q29. Ecrire l'expression des puissances extérieures au système isolé.

Q30. Ecrire l'expression des puissances intérieures au système isolé.

Q31. Ecrire l'expression issue du théorème de l'énergie cinétique, appliqué à l'ensemble E .

Pour calculer le couple C_{12} , il est nécessaire d'isoler (1) (tronc du robot + tête + deux bras + jambe droite). Voir le modèle associé à cette partie d'étude, figure 20.

On notera $C_{21} = -C_{12}$ la valeur algébrique du couple de la cuisse (2) sur le tronc (1)

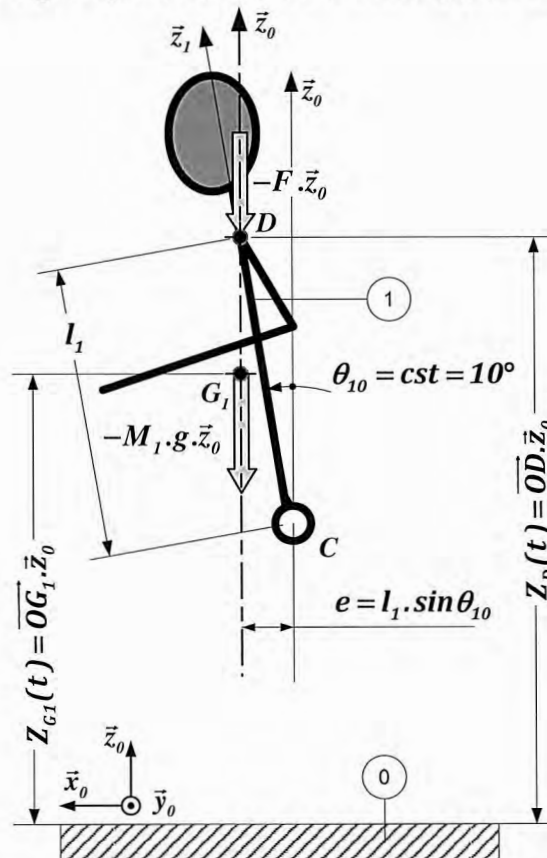


Figure 20 : Modèle cinématique plan, en projection dans le plan sagittal $(\vec{x}_0, \vec{z}_0)$: Solide (1) isolé.

Q32. Par application du théorème du moment dynamique appliqué au point C , donner l'expression de C_{21} en fonction de M_1 , l_1 , $\ddot{Z}_D(t)$ et θ_{10} . (Voir remarques ci-après)

Remarques : On explicitera clairement le moment cinétique $\vec{\sigma}(C, 1/0)$, puis le moment dynamique $\vec{\delta}(C, 1/0)$ avant d'appliquer le théorème du moment dynamique.

On remarque que C n'est pas un point fixe.

On notera, si nécessaire, $I(G_1, 1)$, la matrice d'inertie du solide (1) exprimée au point G_1 centre de masse du solide (1).

Une étude dynamique sur le pied (4) isolé (non demandée dans cette étude), montre que :

$$|C_{43} \cdot \dot{\theta}_{43}| \ll |C_{32} \cdot \dot{\theta}_{32}|$$

Les études dynamiques précédentes conduisent à l'équation suivante :

$$M_1 \cdot \dot{Z}_D(t) \cdot \ddot{Z}_D(t) = -(M_1 \cdot g + F) \cdot \dot{Z}_D(t) + l_1 \cdot \sin \theta_{10} \cdot (M_1 \cdot (g + \ddot{Z}_D(t)) + F) \cdot \dot{\theta}_{21} - C_{32} \cdot \dot{\theta}_{32} \quad (*)$$

La figure 23, en annexe 3, fait apparaître que les lois d'évolution des angles θ_{21} , θ_{32} et θ_{43} sont quasiment proportionnelles à d'élévation du tronc (linéarisation des lois d'évolution).

On peut donc écrire : (vitesse angulaire en $rad.s^{-1}$ et vitesse en $m.s^{-1}$)

$$\begin{aligned}\dot{\theta}_{32} &= -5 \cdot \dot{Z}_D \\ \dot{\theta}_{21} &= +2,5 \dot{Z}_D = -0,5 \cdot \dot{\theta}_{32} \\ \dot{\theta}_{43} &= +2,5 \dot{Z}_D = -0,5 \cdot \dot{\theta}_{32}\end{aligned}$$

Q33. En utilisant les lois linéarisées des lois de vitesse, et leur dérivée par rapport au temps, en utilisant l'expression (*) donnée page précédente, déduire l'expression du couple C_{32} en fonction de M_1 , F , l_1 , θ_{10} et $\ddot{\theta}_{32}$. On mettra cette relation sous la forme $C_{32} = A \cdot \ddot{\theta}_{32} + B$ et on identifiera A et B

Une application numérique avec $M_1 = 25 \text{ kg}$, $g = 9,81 \text{ m.s}^{-2}$, $F = 100 \text{ N}$, $\theta_{10} = 10^\circ$ et $l_1 = 480 \text{ mm}$ conduit à l'évaluation des grandeurs A et B .

Pour la suite de l'étude, on prendra donc : $A = -0,8 \text{ kg.m}^2$ et $B = 55 \text{ kg.m}^2.s^{-2}$

Le document constructeur relatif au moteur utilisé dans la chaîne d'énergie de cette articulation donne le couple de démarrage du moteur (*Stall torque*, en anglais dans la documentation).

Rappel : Rapport de réduction du motoréducteur du genou $r_{32} = 95,91$

Pour réaliser l'application numérique on prendra $|\ddot{\theta}_{32Maxi}| = 0,04 \text{ rad.s}^{-2}$: valeur maximale de l'accélération angulaire.

Q34. Vérifier que le moteur est suffisamment dimensionné du point de vue du couple de démarrage.

*** FIN DU QUESTIONNAIRE ***

ANNEXE 1 : Définition dimensionnelle partielle du robot

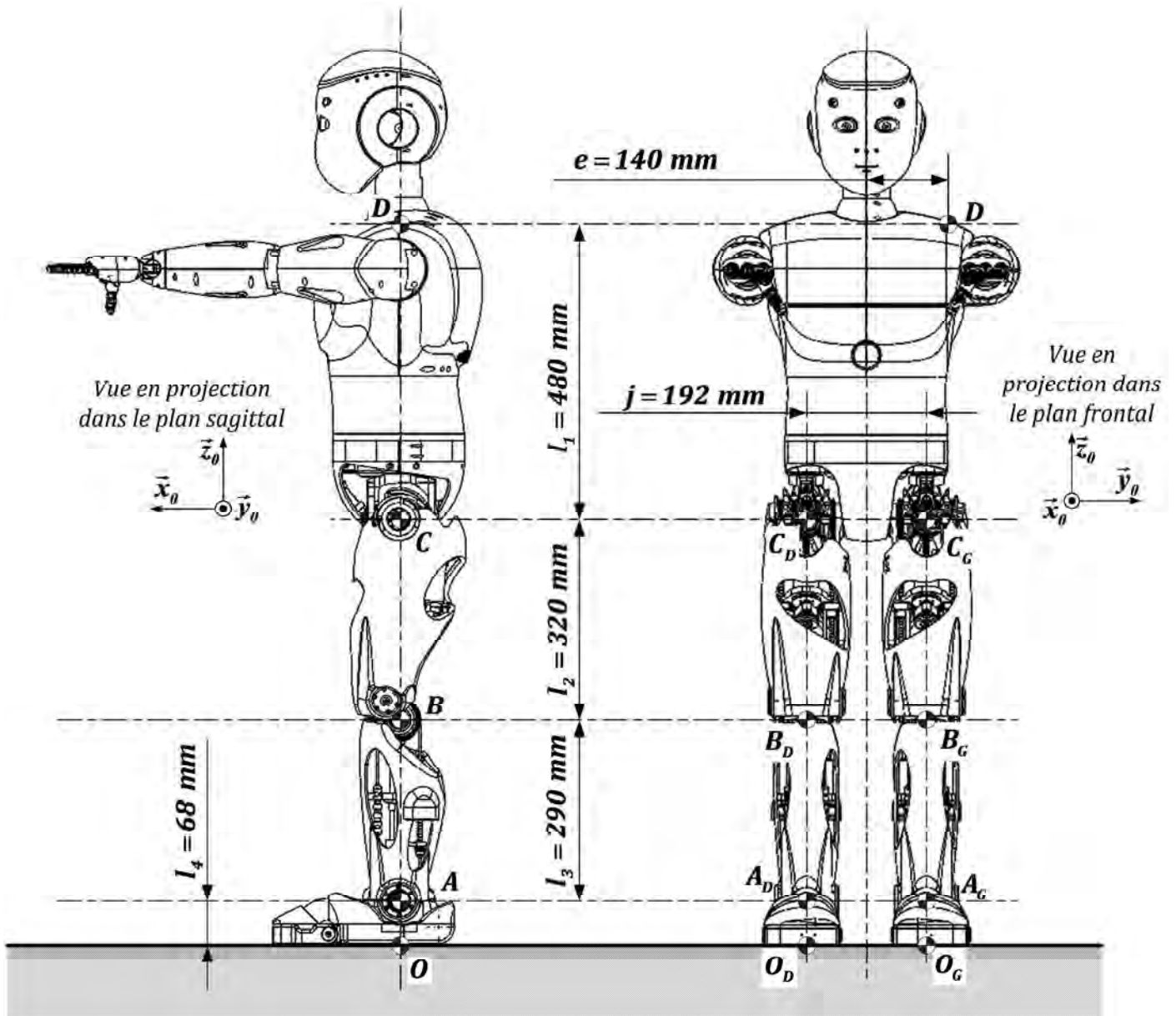


Figure 21 : Document extrait du document constructeur : Définition dimensionnelle partielle du robot.

ANNEXE 2 : Mesure de la force verticale qu'exerce une personne sur un support fixe, pour se relever. (Exemple)

Enregistrement réalisé à partir d'une expérience de simulation de relèvement d'une personne, de la position assise à la position debout, avec un appui avec la main sur un support fixe.

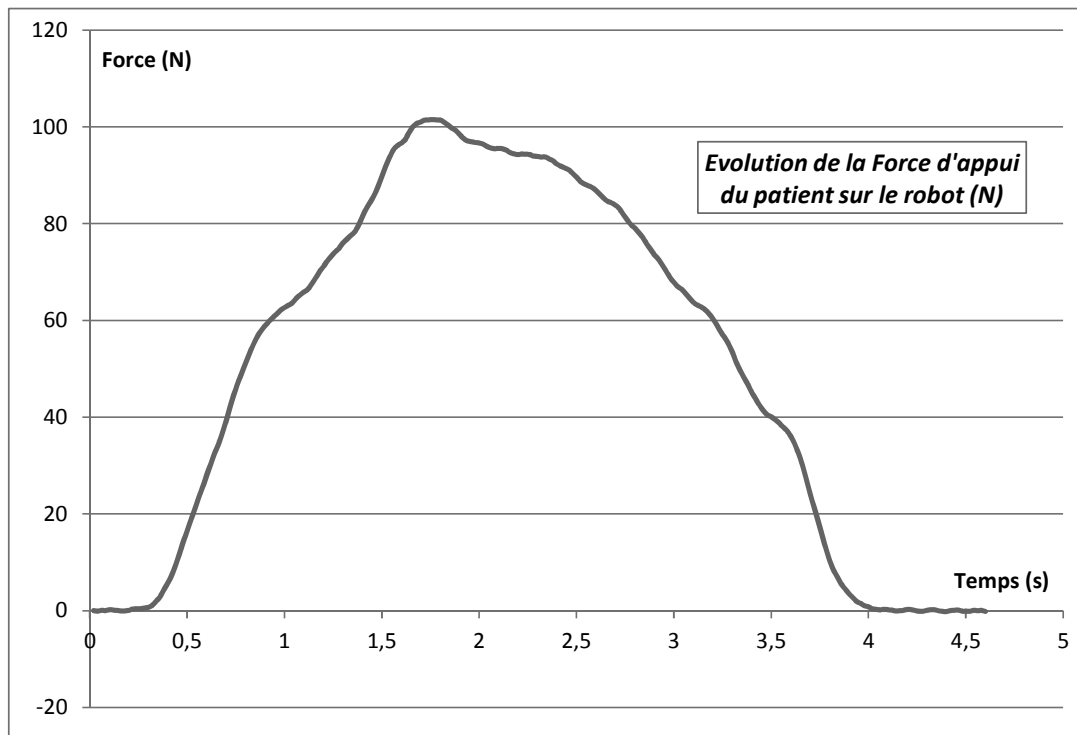


Figure 22 : Force verticale qu'exerce une personne sur un support fixe, pour se relever.

ANNEXE 3 : Simulation numérique - Etude des vitesses articulaires pour garantir un mouvement de translation vertical du tronc

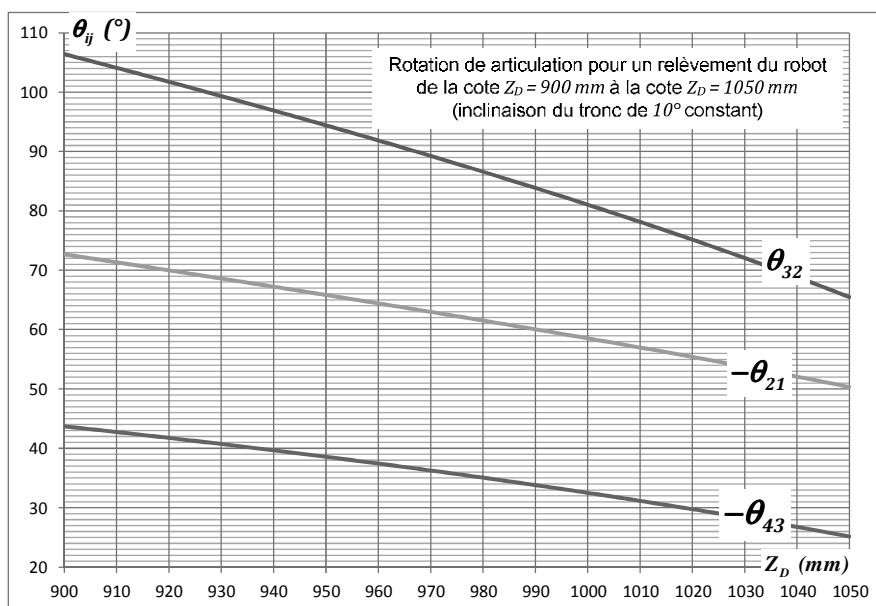


Figure 23 : Rotation des articulations pour un relèvement du Robot de la cote $Z_D = 900$ mm à la cote $Z_D = 1050$ mm (inclinaison du tronc de 10° constant)

ANNEXE 4 : Documentation technique du moteur RE40

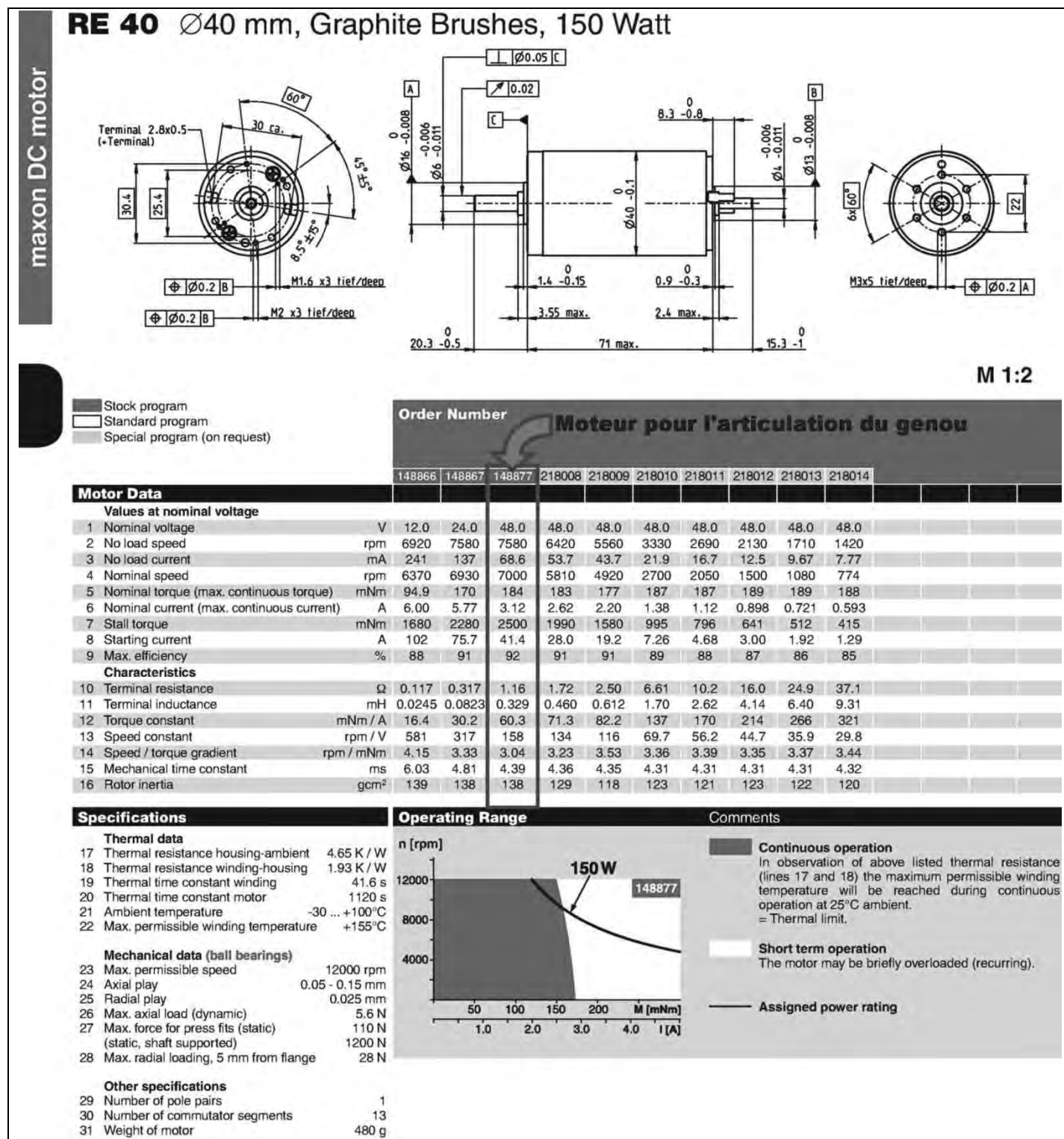


Figure 24 : Documentation constructeur : caractéristiques techniques du moteur utilisé dans l'articulation du genou

Remarque : les caractéristiques du moteur utilisé, MAXON RE40 148877, sont à extraire de l'encadré du document technique