

ÉCOLE NATIONALE DE L'AVIATION CIVILE

Session 2019

CONCOURS POUR LE RECRUTEMENT
D'INGÉNIEURS DU CONTRÔLE DE LA NAVIGATION AÉRIENNE



**ÉPREUVE OBLIGATOIRE A OPTION
SCIENCES INDUSTRIELLES POUR L'INGÉNIEUR**

Durée : 4 heures

Coefficient : 3



Cette épreuve comporte :

- 1 page de garde
- 2 pages de consignes recto-verso pour remplir le QCM
- 1 page d'avertissements
- 31 pages de texte/questions recto-verso (page 1 à 31)
- 5 pages d'annexes recto (page 32 à 36)

TOUT DISPOSITIF ÉLECTRONIQUE EST INTERDIT (EN PARTICULIER L'USAGE DE LA CALCULATRICE)

**ÉPREUVE OBLIGATOIRE A OPTION DE
SCIENCES INDUSTRIELLES POUR L'INGÉNIEUR*****A LIRE TRÈS ATTENTIVEMENT***

L'épreuve obligatoire à option de mathématiques de ce concours est un questionnaire à choix multiple qui sera corrigé informatiquement.

- 1) Pour remplir ce QCM, vous devez utiliser un stylo à encre foncée : bleue ou noire et à bille ou feutre. Vous devez **cocher ou noircir** complètement la case en vue de la lecture informatisée de votre QCM.
- 2) Utilisez le sujet comme brouillon (ou les feuilles de brouillons qui vous sont fournies à la demande par la surveillante qui s'occupe de votre rangée) et ne retranscrivez vos réponses qu'après vous être relu soigneusement.
- 3) Votre QCM ne doit pas être souillé, froissé, plié, écorné ou porter des inscriptions superflues, sous peine d'être rejeté informatiquement et de ne pas être corrigé.
- 4) Si vous voulez corriger votre réponse, **n'utilisez pas de correcteur** mais indiquez la nouvelle réponse sur la ligne de repentir.
- 5) Cette épreuve comporte 50 questions obligatoires, **certaines, de numéros consécutifs, peuvent être liées. La liste de ces questions est donnée sur la page d'avertissements.**

Chaque question comporte au plus deux réponses exactes.

- 6) A chaque question numérotée entre 1 et 50, correspond sur la feuille-réponses une ligne de cases qui porte le même numéro (les lignes de 51 à 80 seront neutralisées). Chaque ligne comporte 5 cases A, B, C, D, E.

Pour chaque ligne numérotée de 1 à 40, vous vous trouvez en face de 4 possibilités :

- soit vous décidez de ne pas traiter cette question,
la ligne correspondante doit rester vierge.
- soit vous jugez que la question comporte une seule bonne réponse :
vous devez noircir l'une des cases A, B, C, D.
- soit vous jugez que la question comporte deux réponses exactes :
*vous devez noircir deux des cases A, B, C, D **et deux seulement.***
- soit vous jugez qu'aucune des réponses proposées A, B, C, D n'est bonne :
vous devez alors noircir la case E.

Attention, toute réponse fausse peut entraîner pour la question correspondante une pénalité dans la note.

7) EXEMPLES DE REPONSES

Question 1. Le torseur cinématique du solide S en mouvement par rapport à un référentiel R_0 en un point A est noté $\{V_{S/R_0}\}_A = \begin{Bmatrix} \vec{\Omega}_{S/R_0} \\ \vec{V}_{A,S/R_0} \end{Bmatrix}$. A partir de la formule de changement de point, indiquer l'expression du vecteur vitesse $\vec{V}_{B,S/R_0}$.

A)	B)	C)	D)
$\vec{V}_{A,S/R_0} + \vec{BA} \wedge \vec{\Omega}_{S/R_0}$	$\vec{V}_{A,S/R_0} + \vec{\Omega}_{S/R_0} \wedge \vec{BA}$	$\vec{V}_{A,S/R_0} + \vec{BA} \cdot \vec{\Omega}_{S/R_0}$	$\vec{V}_{A,S/R_0} + \vec{OB} \wedge \vec{\Omega}_{S/R_0}$

Question 2. Soit f la fonction logique, de représentation algébrique : $f = a \cdot b \cdot \bar{c}$. Déterminer le complément de f .

A)	B)	C)	D)
$\bar{f} = \bar{a} \cdot \bar{b} \cdot c$	$\bar{f} = a + b + \bar{c}$	$\bar{f} = \bar{a} \cdot \bar{b} + c$	$\bar{f} = a + \bar{b} + c$

Vous marquerez sur la feuille réponse :

	☒	☐	☐	☐	☐
1 -	A	B	C	D	E
	☐	☐	☐	☐	☐
	☐	☐	☐	☐	☒
2 -	A	B	C	D	E
	☐	☐	☐	☐	☐

AVERTISSEMENTS

Les calculatrices sont interdites pour cette épreuve. Dans certaines questions, les candidats doivent choisir entre plusieurs valeurs numériques. Les valeurs fausses qui sont proposées ont des ordres de grandeur suffisamment différents de la valeur exacte arrondie selon les règles habituelles, afin d'éliminer toute ambiguïté dans le choix de la bonne réponse.

Exemple :

Le calcul sera arrondi au plus proche : $11,56 \text{ kg} \approx 12 \text{ kg}$

Les propositions de réponse sont :

A)	B)	C)	D)
2 kg	12 kg	18 kg	24 kg

QUESTIONS LIÉES**Partie A :**

6 à 9

Partie B :

15, 17

Partie C :23, 24
25 à 30**Partie D :**37,39,40
46, 47**FIN DES CONSIGNES**

OMNIROB

LE ROBOT COLLABORATIF DE L'USINE DU FUTUR D'AIRBUS



Figure 1 Omnirob, la robotique collaborative au service de l'industrie aéronautique © VALERI

Le projet européen VALERI « Validation of Advanced, Collaborative Robotics for Industrial Applications » coordonné par l'Institut Fraunhofer, a permis de produire un robot collaboratif mobile, autonome et capable de se déplacer seul dans une salle de production : baptisé Omnirob qui signifie robot omnidirectionnel (voir Figure 1).

Airbus Defense Space est partie prenante de ce projet afin d'intégrer davantage de robots sur ses lignes d'assemblage pour venir assister les ingénieurs et techniciens pour certaines tâches monotones et stressantes telles que les missions d'inspection.

Développé en partenariat avec Kuka, OmniRob prend la forme d'un bras robotisé placé sur une plateforme roulante. Contrairement aux robots stationnaires utilisés en production classique (par exemple dans l'industrie automobile), les robots utilisés pour l'aéronautique doivent être mobiles pour répondre aux contraintes liées à la taille d'un avion.

PRESENTATION DU ROBOT

Omnirob est un robot omnidirectionnel de 12 degrés de liberté (voir Figure 2) qui aura pour mission de réduire le long processus d'assemblage en aidant les travailleurs humains à appliquer des matériaux d'étanchéité le long des encoches d'assemblage (éclisses par exemple) et également en inspectant à l'aide d'une caméra la qualité du joint d'étanchéité réalisé. Ainsi, c'est le robot qui se déplace jusqu'à l'endroit souhaité de la pièce et non l'inverse.

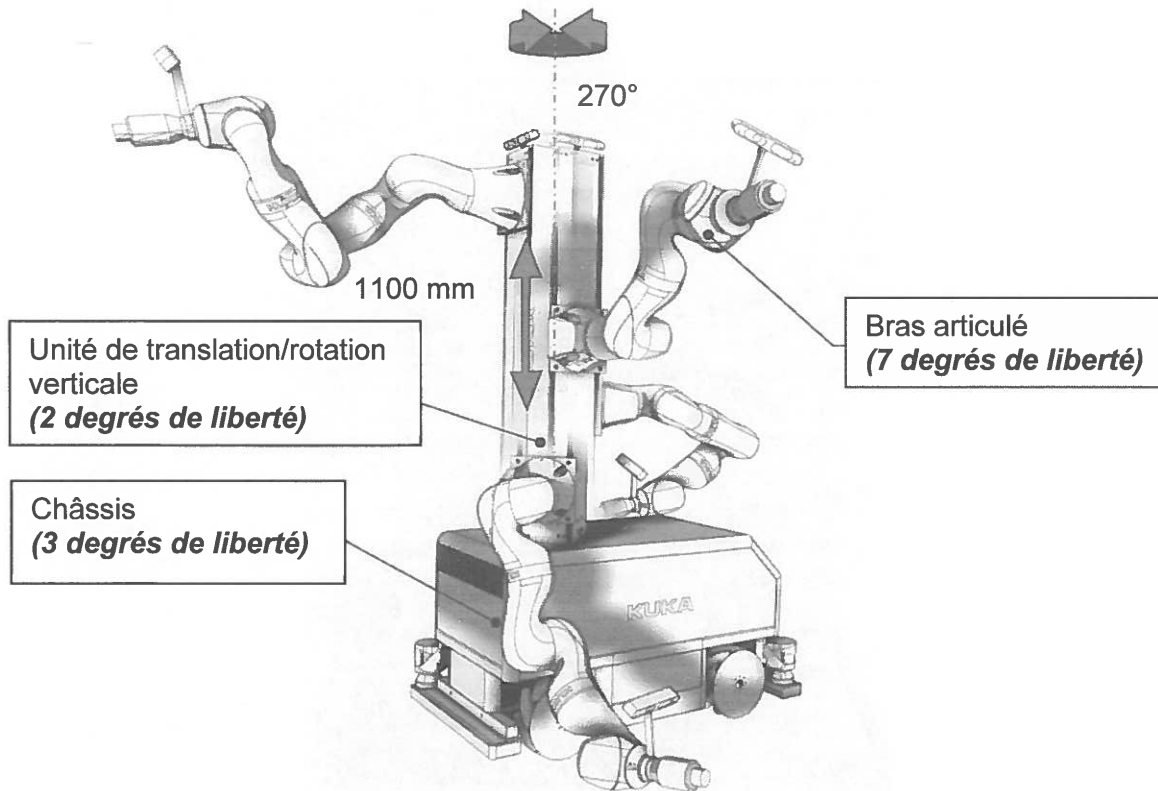


Figure 2 Les 12 degrés de liberté du robot Omnirob

I DESCRIPTION STRUCTURELLE

Omnirob est constitué d'un châssis à déplacement omnidirectionnel qui accueille un bras robotisé placé sur une unité linéaire de translation et de rotation d'axe vertical, un PC industriel et une batterie.

Le châssis long de 1250 mm, large de 860 mm et haut de 620 mm, se déplace sur quatre roues holonomes de type Mecanum®. Le châssis est ainsi en mesure d'effectuer des mouvements omnidirectionnels, y compris des déplacements latéraux et diagonaux soit 3 degrés de liberté.

Un bras d'environ 1200 mm de long composé de 7 articulations motorisées (soit 7 degrés de liberté) est fixé sur un axe de translation vertical qui est lui-même mue en rotation autour d'un axe vertical avec le châssis.

Cette unité de translation/rotation rajoute 2 degrés de liberté (une translation verticale maximale de 1100 mm et une rotation d'axe vertical de 270° maximum) permettant ainsi d'augmenter l'espace de travail du bras (voir Figure 2 et Figure 3).

L'extrémité du bras peut être équipée d'un pistolet de scellement et/ou d'une caméra d'inspection.

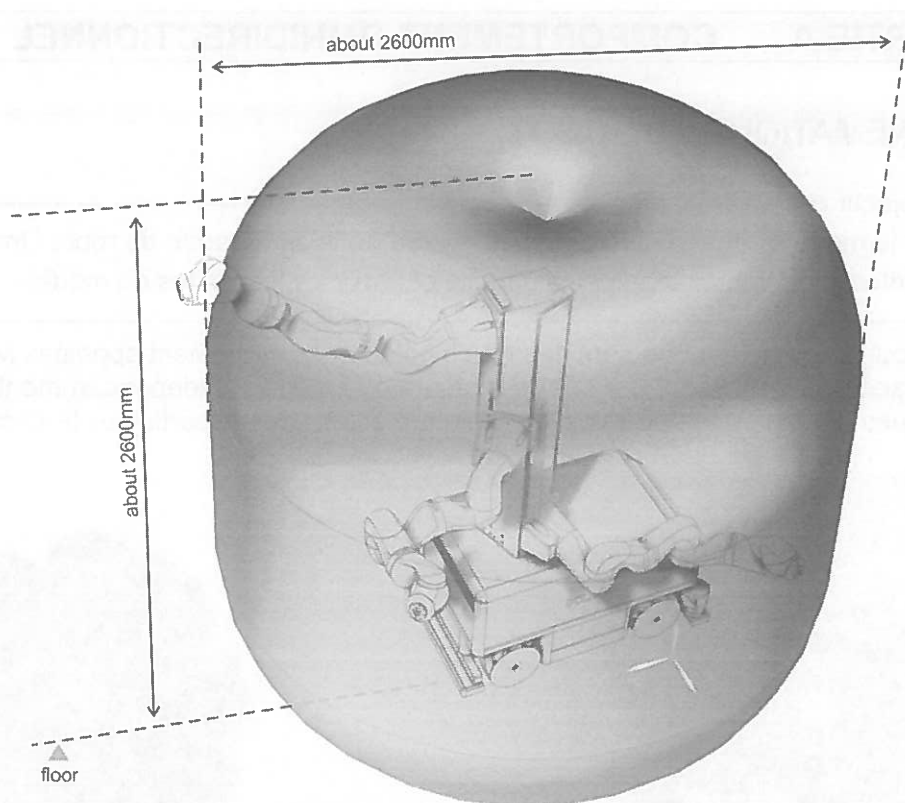


Figure 3 Espace de travail du robot

II PROBLEMATIQUE ET PLAN DE L'ETUDE

Le sujet porte sur l'analyse de la **cinématique du châssis du robot** équipé de quatre roues holônomes ainsi que sur l'**unité de translation verticale** (voir Figure 2).

Le sujet comporte 4 parties :

Pour commencer, la **partie A** indépendante du reste de l'étude, se propose de mettre en place le modèle cinématique direct et inverse du châssis du robot Omnirob. Cette étude permettra de valider les séquences de commande des quatre moteurs (un pour chaque roue) afin d'assurer un déplacement omnidirectionnel. Une analyse des limites du modèle cinématique vis-à-vis des hypothèses formulées sera absorbée.

La **partie B** s'intéresse à l'analyse du mécanisme de translation de l'unité de translation verticale (dite axe Z par la suite) du bras du robot. Une pré-étude sera mise en place pour estimer, en fonction des objectifs de déplacements, les accélérations (motrice ou de freinage) à ne pas dépasser pour garantir la stabilité du robot.

La **partie C** porte sur le dimensionnement de la motorisation de l'axe Z. A partir d'une pré-sélection d'un réducteur planétaire, d'une étude du couple moteur nécessaire pour la charge seule, nous proposerons une sélection d'un moteur synchrone autopiloté (MSAP) également dit moteur brushless alternatif.

La **partie D** se propose d'établir les lois de commandes en courant de la motorisation puis d'implanter un asservissement en vitesse de rotation de la motorisation pour le contrôle du mouvement de l'axe Z.

I ETUDE CINEMATIQUE DU ROBOT

Objectif

Déterminer le modèle cinématique direct et inverse de la commande du robot Omnirob
 Valider le critère de mobilité omnidirectionnelle et analyser les limites du modèle

Les roues utilisées pour le robot Omnirob sont des roues holonomes également appelées Mecanum® (voir Figure 4) qui sont mises en mouvement par quatre moteurs commandés indépendamment. La surface de roulement de ces roues spéciales est pourvue de rouleaux ellipsoïdes répartis sur la circonférence à un angle de 45°.

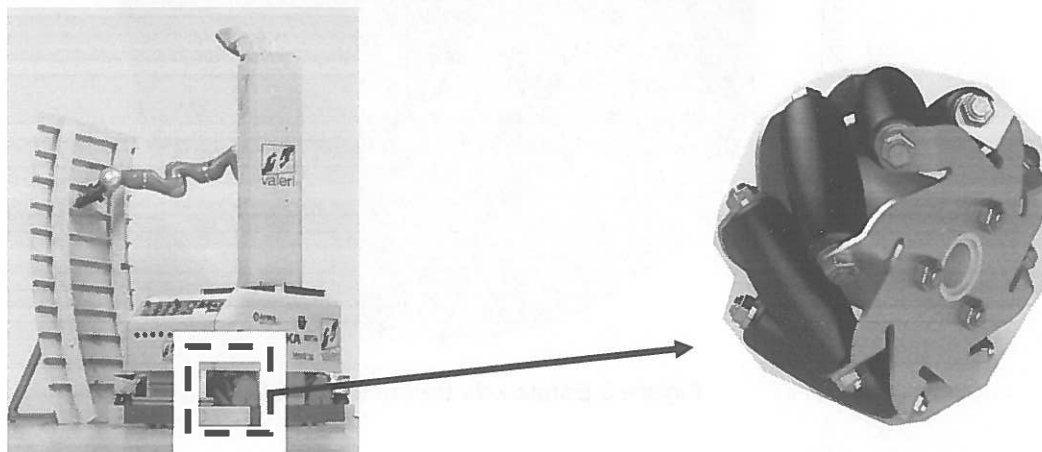


Figure 4 Détail d'une roue holônôme (Mecanum®)

Les figures 5 à 8 posent le paramétrage adopté pour l'étude cinématique.

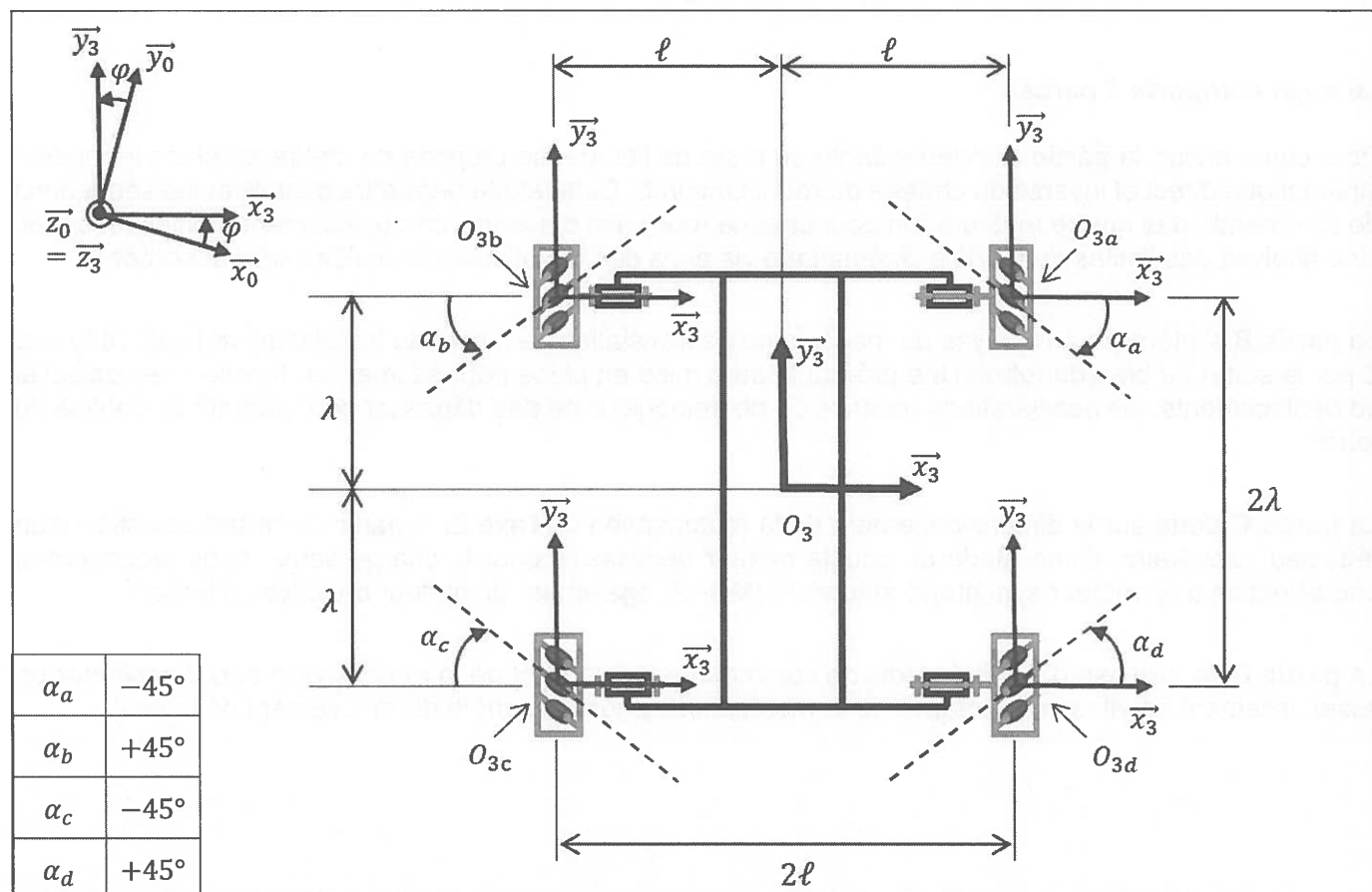


Figure 5 Schéma cinématique plan du robot – Paramétrages repères robot et repère global

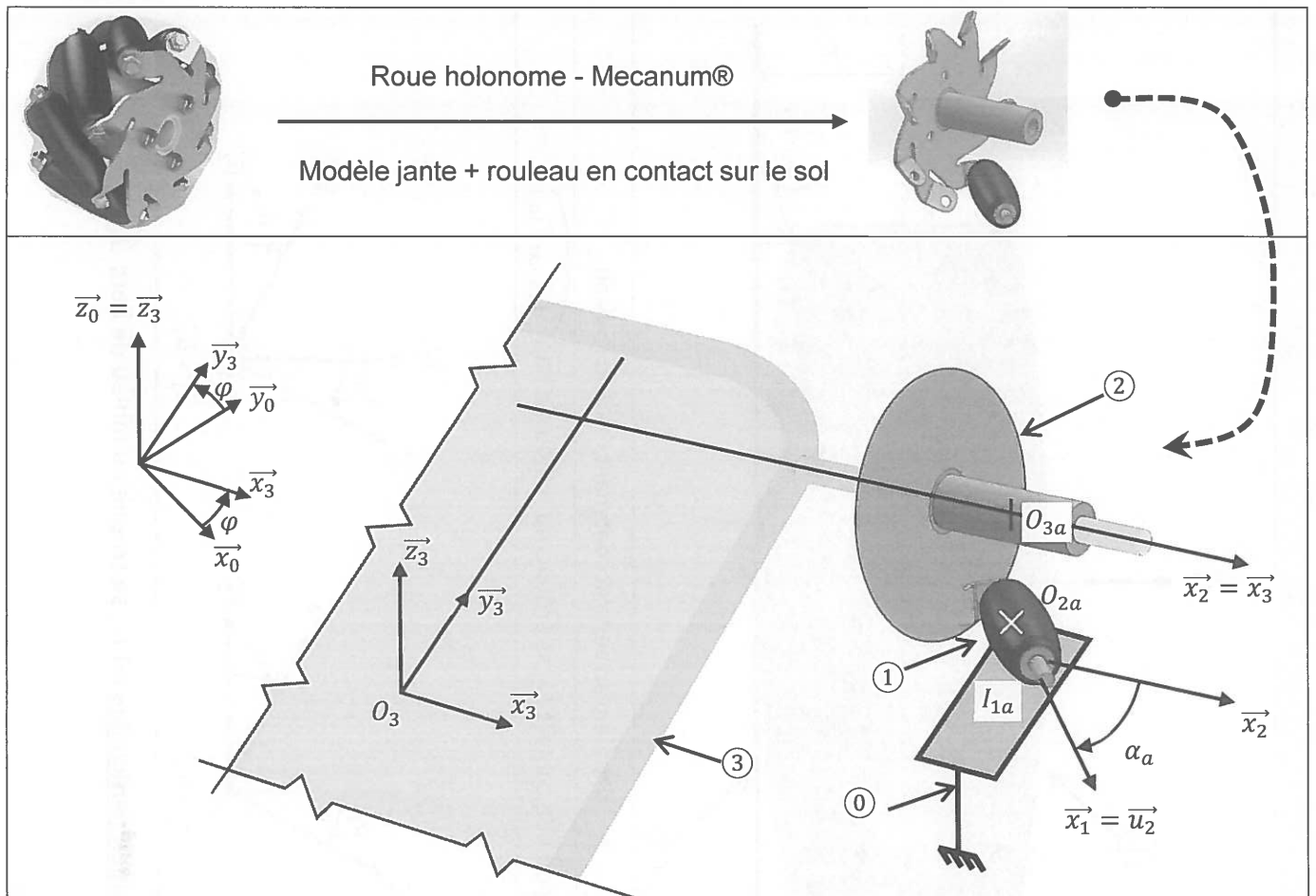


Figure 6 Schéma cinématique 3D de principe du robot – Représentation partielle du châssis 3 avec la roue a

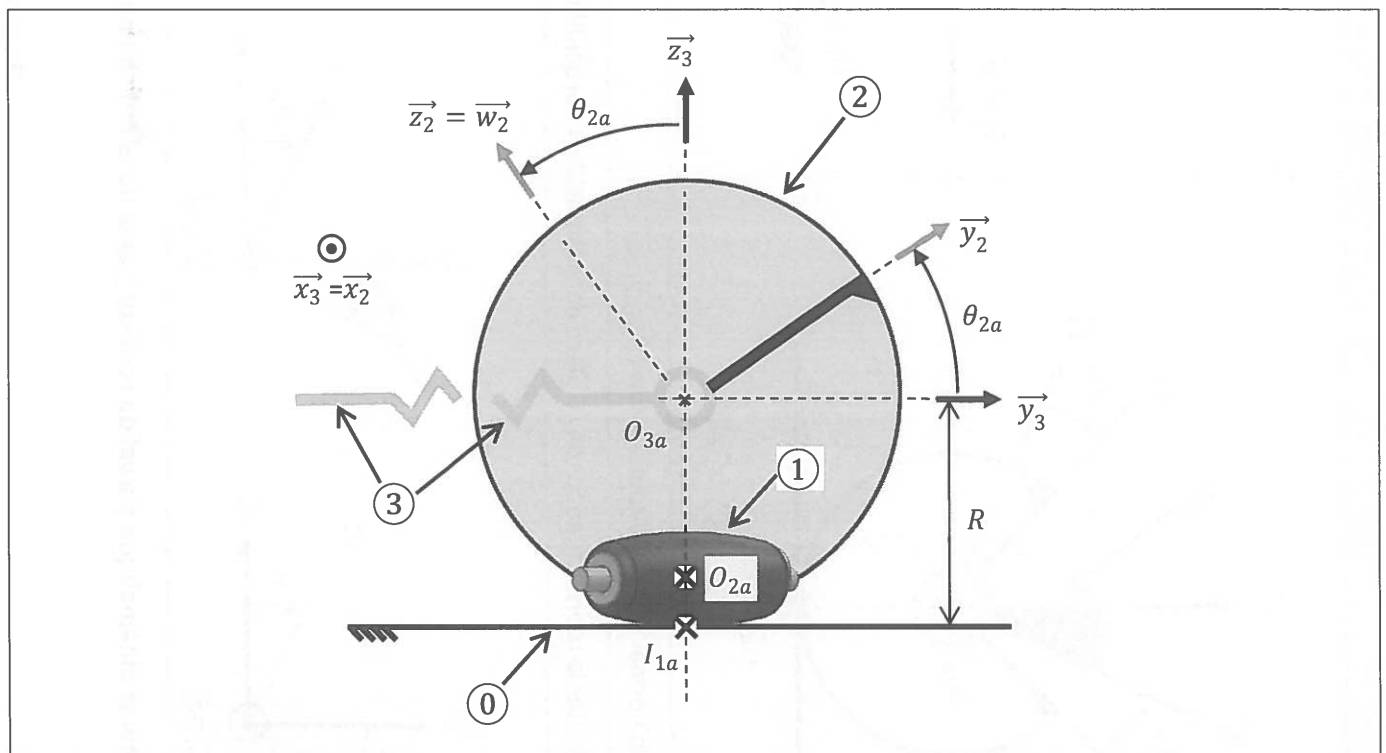


Figure 7 Schéma cinématique de la roue a dans le plan vertical contenant l'axe de la jante 2 soit $(O_{3a}, \vec{y}_3, \vec{z}_3)$

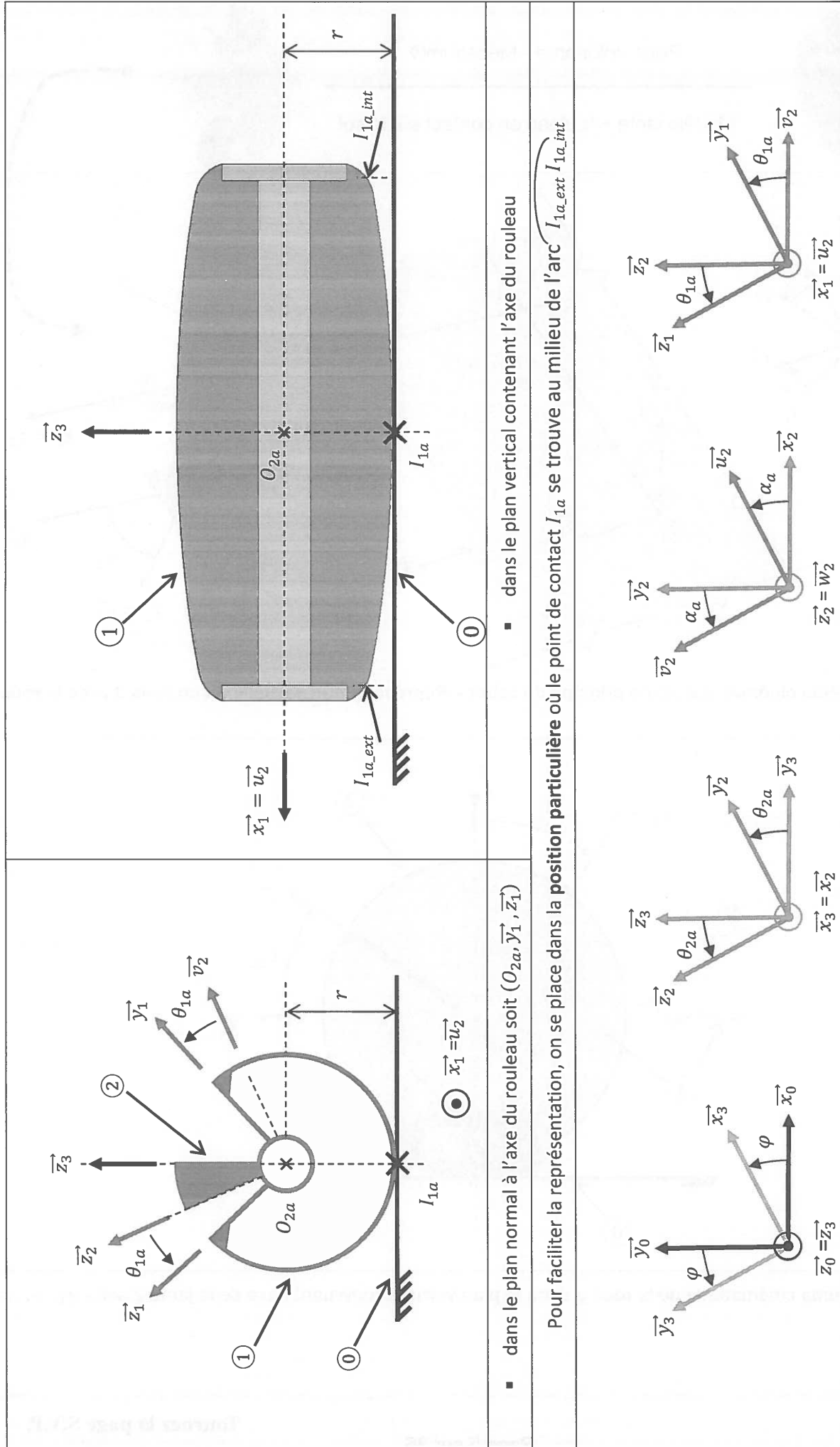
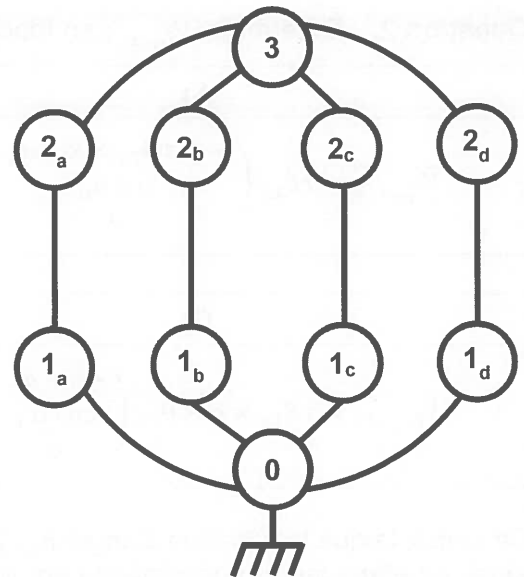


Figure 8 Schéma cinématique partiel du rouleau 1 seul de la roue a dans la position particulière où I_{1a} se trouve au milieu de l'arc $I_{1a_ext} I_{1a_int}$

Le graphe des liaisons incomplet du châssis du robot avec le sol est donné ci-après.



Question 1. En analysant la géométrie de contact entre les rouleaux et le sol, proposer la liaison équivalente entre le châssis 3 et le sol.

A)	B)	C)	D)
Linéique rectiligne de droite de contact $(I_{1a}, \vec{x}_1)$ et de normale $\vec{z}_3$	Ponctuelle en O_3 de normale $\vec{z}_3$	Liaison non normalisée	Appui plan de normale $\vec{z}_3$

Hypothèses :

- Les roues sont parfaitement symétriques par rapport aux plans $(O_3, \vec{x}_3, \vec{z}_3)$ et $(O_3, \vec{y}_3, \vec{z}_3)$.
- Les roues roulent sans glisser sur le sol.

Données :

- Le nombre de rouleaux 1 par roue est $n=8$.
- Les rouleaux sont inclinés d'un angle $\alpha_a = -45^\circ$ par rapport à l'axe de rotation de la roue.

Notations : torseurs cinématiques

- Le torseur cinématique de 3/0 pourra s'exprimer dans la base locale du robot $b_3 = (\vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_3)$ avec les notations $\{V_{3/0}\}_{O_3} = \left\{ \begin{matrix} \vec{\Omega}_{3/0} \\ \vec{V}_{O_3,3/0} \end{matrix} \right\}_{O_3} = \left\{ \begin{matrix} \dot{\phi} \cdot \vec{z}_3 = \omega \cdot \vec{z}_3 \\ V_{RX} \cdot \vec{x}_3 + V_{RY} \cdot \vec{y}_3 \end{matrix} \right\}_{O_3}$

Dans le mouvement de rotation de la roue a, le rouleau 1 reste en contact avec le sol suivant la corde $\overbrace{I_{1a_ext} I_{1a_int}}$, voir Figure 8.

On peut alors démontrer que la fluctuation du rayon r de l'ellipsoïde est telle que :

$$\Delta r_{\%} = \left(\frac{1 - \cos \frac{\pi}{n}}{\sin \frac{\pi}{n}} \right) \sin \alpha_a \quad \left| \quad n \text{ étant le nombre de rouleaux} \right.$$

Pour les roues de cette étude, $\alpha_a = -45^\circ$ et $n = 8$ rouleaux, on obtient une fluctuation de rayon de 14% lorsque le point de contact I_{1a} se déplace le long de la corde du rouleau 1. On supposera donc le rayon r comme étant constant.

Tournez la page S.V.P.

Question 2. Déterminer $\overrightarrow{V_{I_{1a},1/2}}$ en fonction du paramétrage du robot et dans la base b_3 .

A)
$\overrightarrow{V_{I_{1a},1/2}} = r\dot{\theta}_{1a} \begin{pmatrix} -\cos \theta_{2a} \times \sin \alpha_a \\ \cos \alpha_a \\ 0 \end{pmatrix}_{b_3}$

B)
$\overrightarrow{V_{I_{1a},1/2}} = r\dot{\theta}_{1a} \begin{pmatrix} -\sin \alpha_a \\ \cos \alpha_a \times \cos \theta_{2a} \\ 0 \end{pmatrix}_{b_3}$

C)
$\overrightarrow{V_{I_{1a},1/2}} = r\dot{\theta}_{1a} \times \cos \theta_{2a} \begin{pmatrix} -\sin \alpha_a \\ \cos \alpha_a \\ 0 \end{pmatrix}_{b_3}$

D)
$\overrightarrow{V_{I_{1a},1/2}} = r\dot{\theta}_{1a} \times \cos \theta_{2a} \begin{pmatrix} -\sin \alpha_a \\ \cos \alpha_a \\ \tan \theta_{2a} \times \sin \alpha_a \end{pmatrix}_{b_3}$

On constate que la variation d'angle θ_{2a} lors du contact d'un rouleau avec le sol reste faible, $\theta_{2a} \ll 1$. Ainsi, en effectuant un développement limité à l'ordre 1 du $\cos \theta_{2a}$, on gardera pour la suite du sujet une expression de la vitesse $\overrightarrow{V_{I_{1a},1/2}} = r \frac{\sqrt{2}}{2} \dot{\theta}_{1a} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}_{b_3}$.

Question 3. En vous aidant de la Figure 7, déterminer $\overrightarrow{V_{I_{1a},2/3}}$ en fonction du paramétrage du robot.

A)	B)	C)	D)
$\overrightarrow{V_{I_{1a},2/3}} = R\dot{\theta}_{2a} \frac{\sqrt{2}}{2} (\vec{x}_3 + \vec{y}_3)$	$\overrightarrow{V_{I_{1a},2/3}} = R\dot{\theta}_{2a} \vec{v}_2$	$\overrightarrow{V_{I_{1a},2/3}} = R\dot{\theta}_{2a} \vec{y}_3$	$\overrightarrow{V_{I_{1a},2/3}} = (R - r)\dot{\theta}_{2a} \frac{\sqrt{2}}{2} \vec{y}_3$

Question 4. En vous aidant de la Figure 5, déterminer $\overrightarrow{V_{I_{1a},3/0}}$ en fonction du paramétrage du robot et des notations du torseur cinématique $\{V_{3/0}\}_{O_3}$ proposées.

A)
$\overrightarrow{V_{I_{1a},3/0}} = \begin{pmatrix} V_{RX} + \lambda \dot{\varphi} \cos \varphi \\ V_{RY} - \ell \dot{\varphi} \sin \varphi \\ 0 \end{pmatrix}_{b_3}$

B)
$\overrightarrow{V_{I_{1a},3/0}} = \begin{pmatrix} -V_{RX} - \lambda \dot{\varphi} \\ -V_{RY} + \ell \dot{\varphi} \\ 0 \end{pmatrix}_{b_3}$

C)
$\overrightarrow{V_{I_{1a},3/0}} = \begin{pmatrix} -V_{RX} + \lambda \dot{\varphi} \\ -V_{RY} - \ell \dot{\varphi} \\ 0 \end{pmatrix}_{b_3}$

D)
$\overrightarrow{V_{I_{1a},3/0}} = \begin{pmatrix} V_{RX} - \lambda \dot{\varphi} \\ V_{RY} + \ell \dot{\varphi} \\ 0 \end{pmatrix}_{b_3}$

Afin d'établir le modèle cinématique direct du robot, on introduit une notation classique en robotique avec les vecteurs suivants :

- $\dot{\mathbf{q}}_k$ étant le vecteur des vitesses articulaires des roues $k = a, b, c$ et d tel que $\dot{\mathbf{q}}_k = \begin{pmatrix} \dot{\theta}_{2k} \\ \dot{\theta}_{1k} \\ \dot{\varphi} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \omega_{2k} \\ \omega_{1k} \\ \omega \end{pmatrix}$

On aura par exemple pour la roue a , le vecteur $\dot{\mathbf{q}}_a = \begin{pmatrix} \omega_{2a} \\ \omega_{1a} \\ \omega \end{pmatrix}$

- $\dot{\mathbf{q}}$ étant le vecteur des vitesses articulaires pilotées donc les vitesses des 4 moteurs des roues a, b, c et d tel que $\dot{\mathbf{q}} = \begin{pmatrix} \omega_{2a} \\ \omega_{2b} \\ \omega_{2c} \\ \omega_{2d} \end{pmatrix}$

- $\dot{X}_R$ étant le vecteur des vitesses opérationnelles du robot tel que $\dot{X}_R = \begin{pmatrix} V_{RX} \\ V_{RY} \\ \dot{\phi} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V_{RX} \\ V_{RY} \\ \omega \end{pmatrix}$ exprimé dans la base locale b_3 du robot.

Dans un premier temps nous allons chercher les relations entre $\dot{X}_R = f(\dot{q}_k)$ pour $k = a, b, c$ et d .

Question 5. A partir des questions 2 à 4, déduire de la condition de roulement sans glissement du rouleau 1 par rapport au sol 0 la relation $\dot{X}_R = f(\dot{q}_a)$ pour la roue a. On utilisera les notations proposées et on rappelle que l'on note $\omega = \dot{\phi}$.

A)
$\begin{pmatrix} V_{RX} \\ V_{RY} \\ \omega \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R & -r \frac{\sqrt{2}}{2} & \ell \\ r \frac{\sqrt{2}}{2} & 0 & -\lambda \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \omega_{2a} \\ \omega_{1a} \\ \omega \end{pmatrix}$

B)
$\begin{pmatrix} V_{RX} \\ V_{RY} \\ \omega \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r \frac{\sqrt{2}}{2} & 0 & \lambda \\ -R & -r \frac{\sqrt{2}}{2} & -\ell \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \omega_{2a} \\ \omega_{1a} \\ \omega \end{pmatrix}$

C)
$\begin{pmatrix} V_{RX} \\ V_{RY} \\ \omega \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -r \frac{\sqrt{2}}{2} & \lambda \\ -R & -r \frac{\sqrt{2}}{2} & -\ell \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \omega_{2a} \\ \omega_{1a} \\ \omega \end{pmatrix}$

D)
$\begin{pmatrix} V_{RX} \\ V_{RY} \\ \omega \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -r \frac{\sqrt{2}}{2} & R & -\lambda \\ 0 & r \frac{\sqrt{2}}{2} & \ell \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \omega_{2a} \\ \omega_{1a} \\ \omega \end{pmatrix}$

La relation précédente pourra se noter $\dot{X}_R = \begin{pmatrix} V_{RX} \\ V_{RY} \\ \omega \end{pmatrix} = [J_a] \begin{pmatrix} \omega_{2a} \\ \omega_{1a} \\ \omega \end{pmatrix}$ avec $[J_a]$ la matrice jacobienne relative à la roue a.

De façon analogue (en prenant λ ou $-\lambda$ et ℓ ou $-\ell$) on trouve rapidement les matrices jacobienne relatives aux roues b, c et d.

$\dot{X}_R$ étant unique on peut obtenir 4 équations faisant intervenir uniquement les 4 inconnues articulaires $\omega_{2a}, \omega_{2b}, \omega_{2c}$ et ω_{2d} que l'on souhaite déterminer.

En effet, pour chaque relation $\dot{X}_R = f(\dot{q}_k)$ on peut écrire pour :

- La roue a : $V_{RX} - V_{RY} = R\omega_{2a} + (\lambda + \ell)\omega$ [Eq1]
- La roue b : $V_{RX} + V_{RY} = -R\omega_{2b} + (\lambda + \ell)\omega$ [Eq2]
- La roue c : $V_{RX} - V_{RY} = R\omega_{2c} - (\lambda + \ell)\omega$ [Eq3]
- La roue d : $V_{RX} + V_{RY} = -R\omega_{2d} - (\lambda + \ell)\omega$ [Eq4]

Trouver le modèle cinématique direct (MCD) revient à obtenir $\dot{X}_R = f(\dot{q})$. Ainsi, on remarquera que les coordonnées de $\dot{X}_R$ se déduisent facilement en utilisant les simplifications issues des 3 combinaisons :

- [Eq1] + [Eq2] + [Eq3] + [Eq4]
- [Eq2] - [Eq1] + [Eq4] - [Eq3]
- [Eq1] + [Eq2] - [Eq3] - [Eq4].

Question 6. Dédurre de ces 3 simplifications, le modèle cinématique direct (MCD) du robot, $\dot{X}_R = f(\dot{q})$.

A)

$$\begin{pmatrix} V_{RX} \\ V_{RY} \\ \omega \end{pmatrix} = \frac{R}{2} \begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ \frac{1}{\lambda + \ell} & 0 & \frac{1}{\lambda + \ell} & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \omega_{2a} \\ \omega_{2b} \\ \omega_{2c} \\ \omega_{2d} \end{pmatrix}$$

B)

$$\begin{pmatrix} V_{RX} \\ V_{RY} \\ \omega \end{pmatrix} = \frac{R}{4} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & -1 \\ -1 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & 1 & 1 & -1 \\ \frac{1}{\lambda + \ell} & \frac{1}{\lambda + \ell} & \frac{1}{\lambda + \ell} & \frac{1}{\lambda + \ell} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \omega_{2a} \\ \omega_{2b} \\ \omega_{2c} \\ \omega_{2d} \end{pmatrix}$$

C)

$$\begin{pmatrix} V_{RX} \\ V_{RY} \\ \omega \end{pmatrix} = \frac{R}{2} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\lambda + \ell} & 0 & \frac{1}{\lambda + \ell} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \omega_{2a} \\ \omega_{2b} \\ \omega_{2c} \\ \omega_{2d} \end{pmatrix}$$

D)

$$\begin{pmatrix} V_{RX} \\ V_{RY} \\ \omega \end{pmatrix} = \frac{R}{4} \begin{bmatrix} -2 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & -2 \\ 2 & 0 & 0 & 2 \\ \frac{1}{\lambda + \ell} & 0 & 0 & \frac{1}{\lambda + \ell} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \omega_{2a} \\ \omega_{2b} \\ \omega_{2c} \\ \omega_{2d} \end{pmatrix}$$

Question 7. Dédurre également à l'aide des équations [Eq1], [Eq2], [Eq3] et [Eq4], le modèle cinématique inverse (MCI) du robot, $\dot{q} = f(\dot{X}_R)$.

A)

$$\begin{pmatrix} \omega_{2a} \\ \omega_{2b} \\ \omega_{2c} \\ \omega_{2d} \end{pmatrix} = \frac{1}{R} \begin{bmatrix} 1 & -1 & -(\lambda + \ell) \\ -1 & -1 & (\lambda + \ell) \\ 1 & -1 & (\lambda + \ell) \\ -1 & -1 & -(\lambda + \ell) \end{bmatrix} \begin{pmatrix} V_{RX} \\ V_{RY} \\ \omega \end{pmatrix}$$

B)

$$\begin{pmatrix} \omega_{2a} \\ \omega_{2b} \\ \omega_{2c} \\ \omega_{2d} \end{pmatrix} = \frac{2}{R} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\lambda \\ 1 & -1 & \ell \\ -1 & 0 & \lambda \\ 1 & -1 & -\ell \end{bmatrix} \begin{pmatrix} V_{RX} \\ V_{RY} \\ \omega \end{pmatrix}$$

C)

$$\begin{pmatrix} \omega_{2a} \\ \omega_{2b} \\ \omega_{2c} \\ \omega_{2d} \end{pmatrix} = \frac{1}{R} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2(\lambda + \ell) \\ 0 & -1 & -2(\lambda + \ell) \\ 1 & 0 & -2(\lambda + \ell) \\ -1 & -1 & 2(\lambda + \ell) \end{bmatrix} \begin{pmatrix} V_{RX} \\ V_{RY} \\ \omega \end{pmatrix}$$

D)

$$\begin{pmatrix} \omega_{2a} \\ \omega_{2b} \\ \omega_{2c} \\ \omega_{2d} \end{pmatrix} = \frac{2}{R} \begin{bmatrix} 0 & 1 & -\ell \\ -1 & 0 & \lambda \\ 0 & 1 & \ell \\ 1 & 0 & -\lambda \end{bmatrix} \begin{pmatrix} V_{RX} \\ V_{RY} \\ \omega \end{pmatrix}$$

Le contrôle du robot peut également être envisagé dans l'espace de travail lié au bâti à savoir le système de coordonnées du repère global.

En notant $\{V_{3/0}\}_{O_3} = \left\{ \begin{matrix} \vec{\Omega}_{3/0} \\ \vec{V}_{O_3,3/0} \end{matrix} \right\}_{O_3} = \left\{ \begin{matrix} \dot{\varphi} \cdot \vec{z}_0 = \omega \cdot \vec{z}_0 \\ V_X \cdot \vec{x}_0 + V_Y \cdot \vec{y}_0 \end{matrix} \right\}_{O_3}$ le torseur cinématique de 3/0 dans la base globale $b_0 = (\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$, le changement de base étant une rotation d'un angle φ selon $\vec{z}_0$, il vient immédiatement :

$$\begin{pmatrix} V_{RX} \\ V_{RY} \\ \omega \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \varphi & \sin \varphi & 0 \\ -\sin \varphi & \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} V_X \\ V_Y \\ \omega \end{pmatrix}$$

Question 8. A partir des résultats précédents, indiquer comment commander la vitesse de rotation des moteurs des 4 roues a, b, c et d pour que le robot se déplace suivant une direction diagonale puis tourne sur lui-même, ω_m est une vitesse de rotation algébrique.

	Diagonal	rotation
A)	$\dot{q}_{diagonal} = \begin{pmatrix} \omega_{2a} \\ \omega_{2b} \\ \omega_{2c} \\ \omega_{2d} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \omega_m \\ \omega_m \\ \omega_m \\ \omega_m \end{pmatrix}$	$\dot{q}_{rotation} = \begin{pmatrix} \omega_{2a} \\ \omega_{2b} \\ \omega_{2c} \\ \omega_{2d} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \omega_m \\ -\omega_m \\ -\omega_m \\ \omega_m \end{pmatrix}$
B)	$\dot{q}_{diagonal} = \begin{pmatrix} \omega_{2a} \\ \omega_{2b} \\ \omega_{2c} \\ \omega_{2d} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \omega_m \\ \omega_m \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$	$\dot{q}_{rotation} = \begin{pmatrix} \omega_{2a} \\ \omega_{2b} \\ \omega_{2c} \\ \omega_{2d} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2\omega_m \\ 2\omega_m \\ 0 \end{pmatrix}$
C)	$\dot{q}_{diagonal} = \begin{pmatrix} \omega_{2a} \\ \omega_{2b} \\ \omega_{2c} \\ \omega_{2d} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ \omega_m \\ 0 \\ \omega_m \end{pmatrix}$	$\dot{q}_{rotation} = \begin{pmatrix} \omega_{2a} \\ \omega_{2b} \\ \omega_{2c} \\ \omega_{2d} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\omega_m \\ \omega_m \\ \omega_m \\ -\omega_m \end{pmatrix}$
D)	$\dot{q}_{diagonal} = \begin{pmatrix} \omega_{2a} \\ \omega_{2b} \\ \omega_{2c} \\ \omega_{2d} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\omega_m \\ 0 \\ -\omega_m \\ 0 \end{pmatrix}$	$\dot{q}_{rotation} = \begin{pmatrix} \omega_{2a} \\ \omega_{2b} \\ \omega_{2c} \\ \omega_{2d} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2\omega_m \\ 0 \\ 0 \\ 2\omega_m \end{pmatrix}$

Question 9. Conclure sur le comportement omnidirectionnel du robot et discuter des limites possibles.

A) Les phénomènes de glissement parasites très importants sont présents uniquement en déplacement avant-arrière, ce qui exclut une application possible pour l'industrie automobile classique.	B) La variation du rayon du rouleau est sans incidence sur la vitesse de glissement car le rouleau est libre (montage « fou »). Le nombre important de rouleaux ainsi qu'une compensation par symétrie des variations de vitesse permet de négliger le glissement à l'extérieur des roues.
C) Le déplacement du robot est quasi omnidirectionnel car la variation du rayon du galet modifie la vitesse.	D) Le modèle cinématique inverse démontre le caractère omnidirectionnel du robot. La fluctuation de la direction de la vitesse $\overrightarrow{V_{I_{1a},1/2}}$ est compensée si les roues sont symétriques. Si ce n'est pas le cas la condition de roulement sans glissement ne peut être vérifiée que pour une marche avant-arrière.

Tournez la page S.V.P.

I MODÈLE CINÉMATIQUE DE L'AXE DE TRANSLATION VERTICAL Z

Objectifs

Le bras du robot équipé de son chargement utile (pistolet de scellement et/ou d'une caméra d'inspection) impose des sollicitations mécaniques importantes au niveau du guidage de l'axe de translation vertical Z. **Nous montrerons dans un premier temps, que le choix du montage conduit à un mécanisme hyperstatique.**

Cependant, pour assurer une mise en position du bras du robot précise, **nous analyserons dans un second temps des solutions pour réduire ou annuler cet hyperstatisme.**

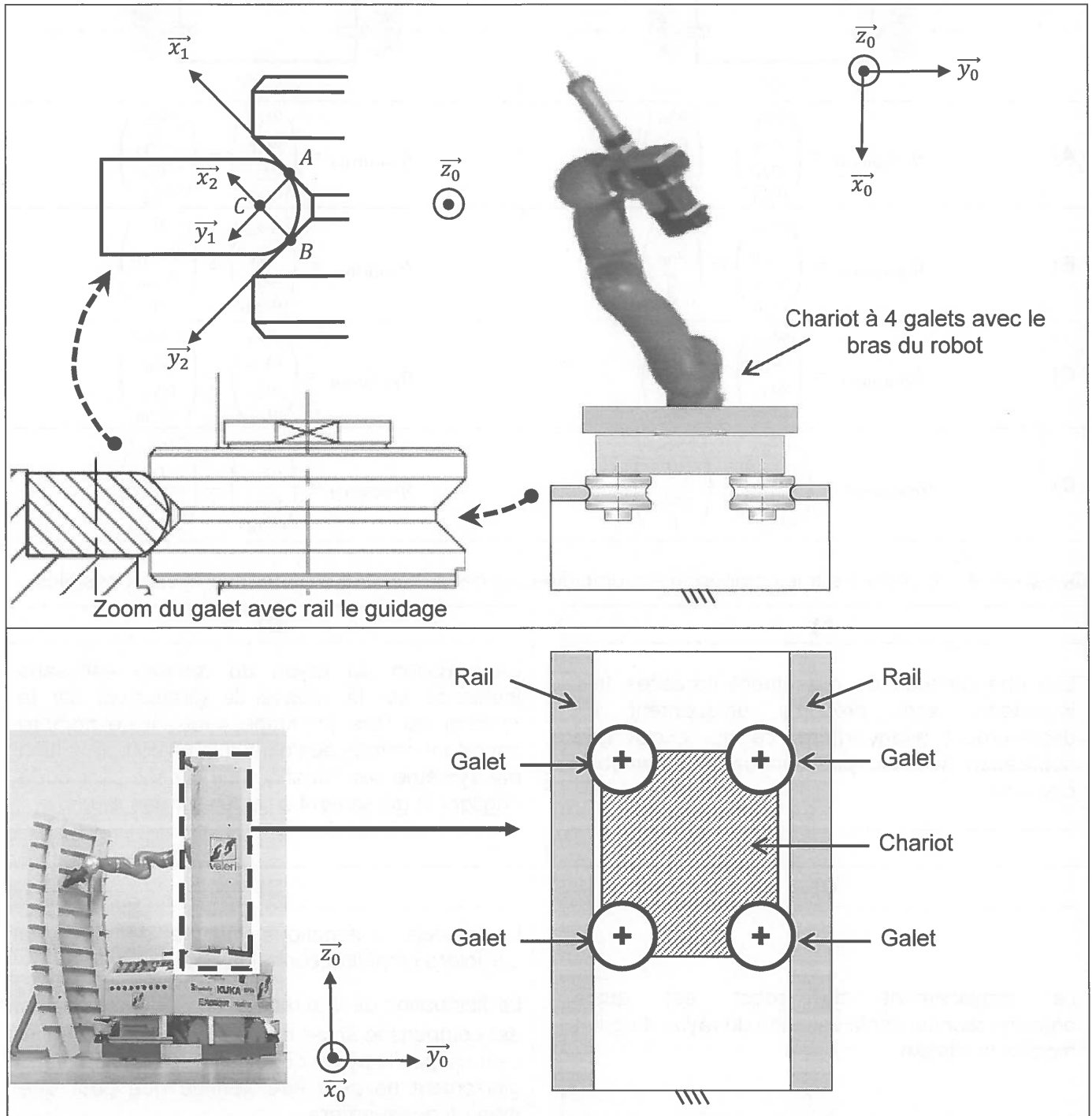


Figure 9 Détail interne du mécanisme de guidage en translation de l'axe Z

La Figure 9 détaille le mécanisme de guidage en translation de l'axe Z. Les 4 galets sont en liaisons pivot (centre du galet, direction $\vec{x}_0$) avec le chariot. De plus chaque galet admet 2 liaisons ponctuelles en parallèle avec les rails du guidage formant le bâti de l'unité de translation.

Question 10. Donner la liaison équivalente entre un seul galet et le rail de guidage (bâti).

A)	B)	C)	D)
Ponctuelle en C de normale $\vec{y}_0$	Pivot glissant de centre C et d'axe $(C, \vec{z}_0)$	Linéaire annulaire de centre C et d'axe $(C, \vec{z}_0)$	Linéique rectiligne de droite de contact (AB) et de normale $\vec{y}_0$

Question 11. Dédurre de la question précédente la liaison équivalente entre le chariot et le bâti.

A)	B)	C)	D)
Pivot glissant de centre C et d'axe $(C, \vec{z}_0)$	Glissière de direction $\vec{z}_0$	Appui plan de normale $\vec{x}_0$	Liaison non normalisée

Nous souhaitons évaluer le degré d'hyperstatisme de la solution de guidage en translation entre le chariot et le bâti, qui est réalisé par les **12 liaisons** décrites précédemment.

Question 12. Indiquer le nombre d'inconnues cinématiques l_c .

A)	B)	C)	D)
$l_c=44$	$l_c=28$	$l_c=12$	$l_c=8$

Question 13. Déterminer le nombre cyclomatique μ .

A)	B)	C)	D)
$\mu = 5$	$\mu = 4$	$\mu = 8$	$\mu = 7$

Question 14. Déterminer le degré de mobilité cinématique du mécanisme m_c .

A)	B)	C)	D)
$m_c = 0$	$m_c = 2$	$m_c = 5$	$m_c = 1$

Question 15. En déduire le degré d'hyperstatisme h .

A)	B)	C)	D)
$h = 5$	$h = 3$	$h = 1$	$h = 2$

Question 16. Indiquer quels sont les avantages ou inconvénients d'un mécanisme hyperstatique.

A)	Avantage : une diminution des pertes donc un meilleur rendement. De plus, les procédés de fabrication sont simples et peu coûteux.
B)	Avantage : montage rigide nécessaire en raison des actions mécaniques transmissibles importantes.
C)	Inconvénient : des usinages et montages coûteux pour respecter les conditions géométriques relatives des surfaces fonctionnelles.
D)	Inconvénient : un mécanisme hyperstatique ne fonctionne pas correctement, on lui préférera une solution isostatique.

Question 17. Quelles sont les conditions associées à cet hyperstatisme.

A)	B)
Conditions de parallélisme des axes des liaisons pivots	Conditions d'entraxe pour les pivots selon $\vec{y}_0$
C)	D)
Le jeu dans les liaisons	L'élasticité des galets

Question 18. Sans introduire de liaisons supplémentaires, est-il possible de supprimer des liaisons ponctuelles pour rendre le système isostatique ? Préciser si cette modification permet d'avoir un fonctionnement sans risque pour le guidage en translation.

A)	B)
La suppression de 3 liaisons ponctuelles en supprimant : - un galet - une ponctuelle (galet avec jeu) Le mécanisme est alors isostatique.	La suppression de 2 liaisons ponctuelles en supprimant un galet permet d'avoir un mécanisme isostatique sans risque pour le fonctionnement.
C)	D)
La suppression de 2 liaisons ponctuelles en supprimant un galet permet d'avoir un mécanisme isostatique présentant un risque d'arc-boutement néfaste pour le fonctionnement.	La suppression de 3 liaisons ponctuelles en supprimant un galet + une ponctuelle permet de rendre le mécanisme isostatique. Cependant cette solution n'assure plus le guidage en translation souhaité et de plus cela introduit un risque d'arc-boutement.

II LOI ENTREE-SORTIE CINEMATIQUE

Objectif

Déterminer la loi entrée-sortie de la chaîne cinématique.

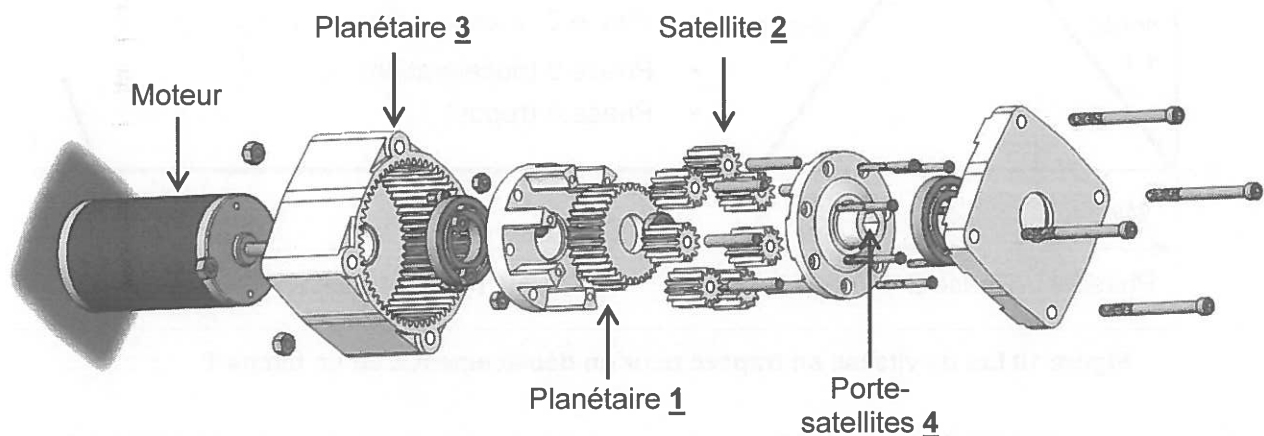
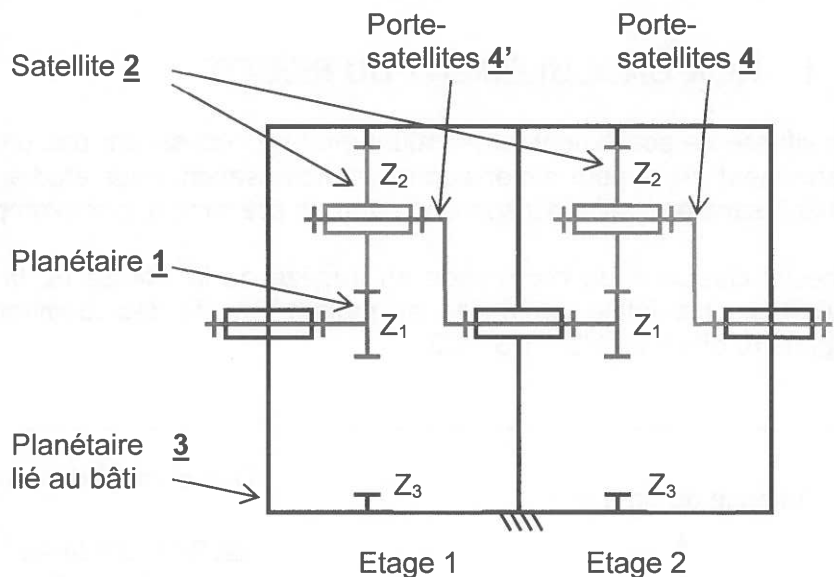
La chaîne cinématique est décrite dans l'annexe DOC 1 page 32 avec les notations associées.

Le réducteur mis en place est un train épicycloïdal de type I à **2 étages** dont le schéma cinématique est rappelé ci-après.

Le planétaire **1** est associé à l'entrée (vitesse de rotation notée ω_m) et le porte satellites **4** est associé à la sortie du réducteur (vitesse de rotation notée ω_r).

Nombres de dents et module m
(attention 2 étages)

Z_1	Z_2	Z_3	m
36	12	60	2 mm



NB : Par commodité, 1 seul étage est représenté en vue éclatée, le **réducteur ayant 2 étages** comme indiqué dans le schéma cinématique.

Question 19. Déterminer le rapport de transmission du réducteur $k = \frac{\omega_r}{\omega_m}$ et faire l'application numérique.

A)	B)	C)	D)
$k = \left(\frac{Z_2}{Z_2 + Z_3} \right)^2 = \frac{1}{36}$	$k = \left(\frac{Z_1}{Z_3} \right)^2 = \frac{9}{25}$	$k = \left(\frac{Z_3}{Z_1} \right)^2 = \frac{25}{9}$	$k = \left(\frac{Z_1}{Z_1 + Z_3} \right)^2 = \frac{9}{64}$

Question 20. Déterminer le rapport de transmission global de la chaîne cinématique $\lambda = \frac{v}{\omega_m}$.

A)	B)	C)	D)
$\lambda = \frac{2}{k \cdot R}$	$\lambda = k \cdot \frac{R}{2}$	$\lambda = k \cdot R$	$\lambda = 2k \cdot R$

Tournez la page S.V.P.

Objectif

Déterminer la vitesse et l'accélération maximale en vue de dimensionner la motorisation.

Vérifier le respect du cahier des charges en termes de durée de translation, de vitesse maximale de déplacement autorisée et de non basculement.

I NON BASCULEMENT DU ROBOT

La vitesse de scellement lente (100 mm/s) ne nécessitera pas un couple moteur C_m important en régime permanent. Ainsi pour dimensionner la motorisation, nous étudierons une phase de translation rapide de l'axe Z sans opération d'inspection et/ou de scellement, par exemple un retour rapide en position initiale.

Une loi classique de commande en trapèze de la vitesse du bras a été retenue. Afin de minimiser la puissance maximale demandée au moteur lors du déplacement, le profil de cette loi sera celui de la Figure 10 dite « loi 1/3 – 1/3 - 1/3 ».

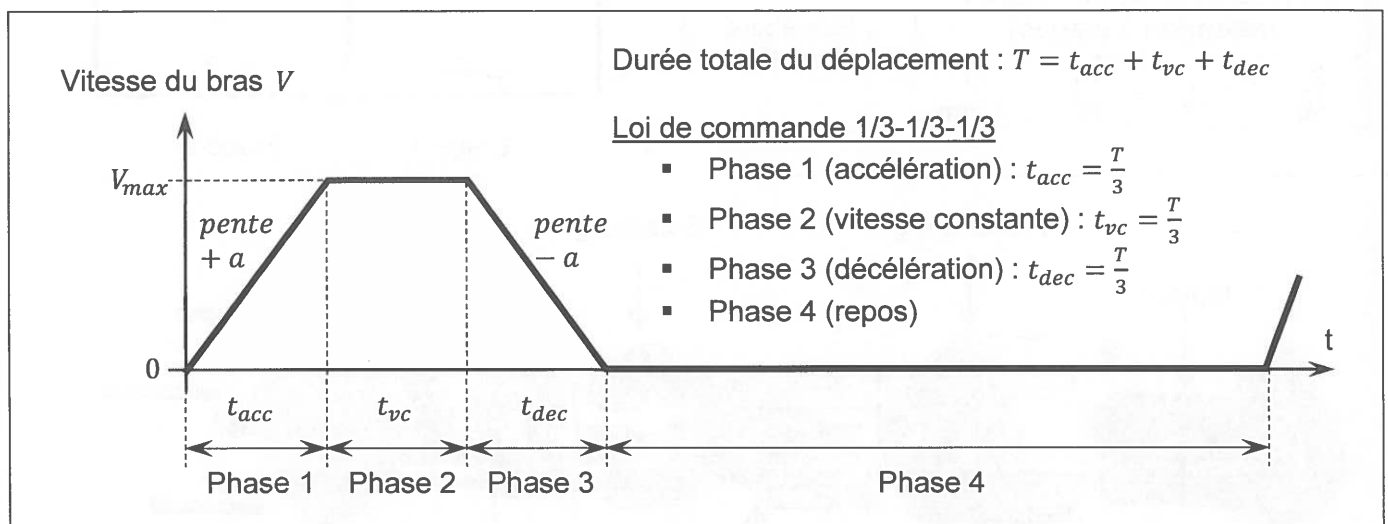


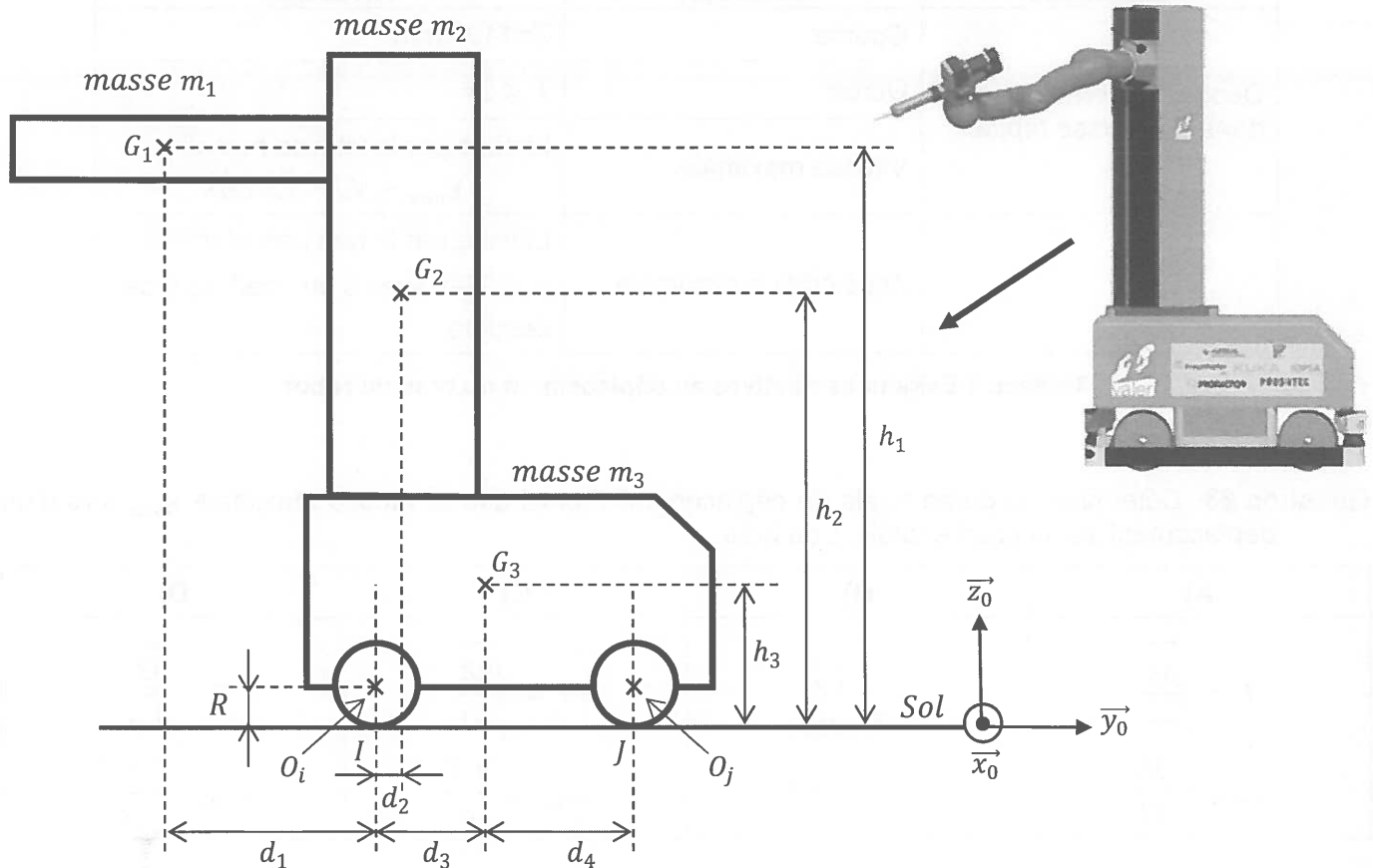
Figure 10 Loi de vitesse en trapèze pour un déplacement Z en un temps T

Remarque : $a \geq 0$ représente la norme de l'accélération du centre de gravité G_1 du bras (solide S_1).

La Figure 11 représente la situation la plus exposée au risque de basculement, celle-ci correspond au bras complètement déployé à l'horizontale dirigé vers l'avant du robot.

Question 21. Déterminer la phase dynamique la plus défavorable et indiquer la résultante dynamique du solide **1** notée $\vec{R}_{d1}$.

A)	B)	C)	D)
En phase d'accélération en montée ou bien de décélération en descente (freinage).	En phase d'accélération en descente ou bien de décélération en montée (freinage).	En phase d'accélération en descente ou bien de décélération en montée (freinage).	En phase d'accélération en montée ou bien de décélération en descente (freinage).
$\vec{R}_{d1} = \frac{3 m_1 \cdot V_{max}}{T} \cdot \vec{z}_0$	$\vec{R}_{d1} = -m_1 \cdot a \vec{z}_0$	$\vec{R}_{d1} = \frac{-3 m_1 \cdot V_{max}}{T} \cdot \vec{z}_0$	$\vec{R}_{d1} = m_1 \cdot a \vec{z}_0$



Dimensions en cm							
h_1	h_2	h_3	R	d_1	d_2	d_3	d_4
200	140	40	12	65	10	30	40

Masses en Kg		
m_1	m_2	m_3
10	15	60

Figure 11 Modélisation du robot Omnirob en situation exposée au risque de basculement

Question 22. Par un théorème judicieusement choisi, exprimer littéralement puis numériquement l'accélération maximale à la limite du basculement noté a_{max} .

A)

$$a_{max} = \frac{m_2 \sqrt{h_2^2 + d_2^2} + m_3 \sqrt{h_3^2 + d_3^2}}{m_1 \sqrt{h_1^2 + d_1^2}} \cdot g = 5 \text{ g}$$

B)

$$a_{max} = \frac{m_2 \cdot d_2 + m_3 \cdot d_3 - m_1 \cdot d_1}{m_1 \cdot d_1} \cdot g = 2 \text{ g}$$

C)

$$a_{max} = \frac{m_2 \cdot (h_2 - R) + m_3 \cdot (h_3 - R) - m_1 \cdot (h_1 - R)}{m_1 \sqrt{h_1^2 + d_1^2}} \cdot g$$

$$= 10 \text{ g}$$

D)

$$a_{max} = \frac{m_2 \cdot d_3}{m_1 \cdot (d_1 + d_2)} \cdot g = 1 \text{ g}$$

Le Tableau 1 synthétise les exigences de déplacement du bras extraites partiellement du cahier des charges.

Omnirob étant un robot collaboratif en milieu humain, la vitesse de translation du bras sera alors limitée à la vitesse de la marche humaine afin qu'un acteur humain puisse se sortir de situations délicates.

Tournez la page S.V.P.

Exigences	Critère(s)	Niveau(x)
Déplacer le bras du robot dans une phase rapide	Course	$Z=1100 \text{ mm}$
	Durée	$T \leq 2s$
	Vitesse maximale	Limitée par la vitesse humaine $V_{max} \leq V_h = 1.7 \text{ m/s}$
	Accélération maximale	Limitée par le non basculement $a \leq \frac{a_{max}}{s}$ avec s un coefficient de sécurité

Tableau 1 Exigences relatives au déplacement du bras du robot

Question 23. Déterminer la durée totale de déplacement T ainsi que la vitesse maximale V_{max} lors d'un déplacement sur la course totale Z du bras.

A)	B)	C)	D)
$T = \sqrt{\frac{3Z}{2a}}$ $V_{max} = \frac{3Z}{2T}$	$T = \sqrt{\frac{Z}{2a}}$ $V_{max} = 3a.T$	$T = \sqrt{\frac{9Z}{2a}}$ $V_{max} = \frac{a.T}{3}$	$T = \sqrt{\frac{3Z}{a}}$ $V_{max} = \frac{3a.T}{2}$

Nous imposons une marge de sécurité confortable quant au non basculement en adoptant une accélération limitée à la valeur $a = 5 \text{ m.s}^{-2}$.

Question 24. Avec la valeur de l'accélération imposée, $a = 5 \text{ m.s}^{-2}$, réaliser les applications numériques. Conclure quant au respect du Cahier des Charges (CdC).

A)	B)	C)	D)
$T \approx 5 \text{ s}$ $V_{max} \approx 0.5 \text{ m/s}$ Le CdC n'est pas vérifié	$T \approx 1.5 \text{ s}$ $V_{max} \approx 1.25 \text{ m/s}$ Le CdC est vérifié	$T \approx 0.5 \text{ s}$ $V_{max} \approx 3 \text{ m/s}$ Le CdC n'est pas vérifié	$T \approx 1 \text{ s}$ $V_{max} \approx 1.65 \text{ m/s}$ Le CdC est vérifié

II DIMENSIONNEMENT DE LA MOTORISATION

_____ Objectif _____
 L'objectif de cette partie est de déterminer le couple moteur maximal à fournir par la motorisation puis de proposer et justifier un choix du moteur.

Hypothèses :

- La courroie est supposée infiniment rigide
- Les rendements sont définis en **régime permanent** et sont supposés constants (invariance vis-à-vis de la vitesse et du couple).
- Les pertes seront négligées en **régime transitoire** par conséquent les rendements ne seront pas pris en compte¹ dans ce domaine.

¹ En régime transitoire, les rendements varient en fonction de grandeurs diverses : vitesse, couple, température, lubrification. De ce fait, les rendements usuels n'ont été définis que pour le régime permanent.

La chaîne cinématique du mécanisme de l'unité de translation verticale est décrite dans l'annexe DOC 1 page 32 avec les notations associées.

Question 25. Donner l'expression de l'énergie cinétique de l'ensemble mobile Σ par rapport au référentiel $R_0 = (O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ supposé galiléen, que l'on notera $T_{\Sigma/0}$ en fonction de $V, \omega_m, \omega_r, J_a, J_b, J_r, J_m, m_1$ et R .

A)
$T_{\Sigma/0} = (m_1 V^2 + 4 J_a \omega_r^2 + 3 J_b \omega_r^2 + J_r \omega_r^2 + J_m \omega_m^2)$

B)
$T_{\Sigma/0} = \frac{1}{2} (m_1 V^2 + 8 J_a \omega_r^2 + 3 J_b \omega_r^2 + J_r \omega_m^2 + J_m \omega_m^2)$

C)
$T_{\Sigma/0} = \frac{1}{2} (m_1 V^2 + 2 J_a \omega_r^2 + 3 J_b \omega_r^2 + J_r \omega_r^2 + J_m \omega_m^2)$

D)
$T_{\Sigma/0} = (m_1 V^2 + 2 J_a \omega_r^2 + 3 J_b \omega_r^2 + J_r \omega_m^2 + J_m \omega_m^2)$

Question 26. Déterminer le moment d'inertie équivalent J_{eq} de l'ensemble mobile Σ ramené sur l'arbre du moteur avec les notations précédentes, le gain de vitesse introduit à la Question 20 noté $\lambda = \frac{V}{\omega_m}$ ainsi que le rapport de transmission du réducteur $k = \frac{\omega_r}{\omega_m}$.

A)
$J_{eq} = m_1 \lambda^2 + (2 J_a + 3 J_b + J_r) k^2 + J_m$

B)
$J_{eq} = 2 [m_1 \lambda^2 + (4 J_a + 3 J_b + J_r) k^2 + J_m]$

C)
$J_{eq} = m_1 \lambda^2 + (8 J_a + 3 J_b) k^2 + J_r + J_m$

D)
$J_{eq} = \frac{1}{2} [m_1 \lambda^2 + (2 J_a + 3 J_b) k^2 + J_r + J_m]$

Question 27. Dans le cadre de la recherche du couple maximal, calculer les puissances galiléennes totales, développées par les efforts extérieurs et les inter-efforts, appliquées sur l'ensemble mobile Σ et notées respectivement P_{ext} et P_{int} dans le régime transitoire.

A)
$P_{ext} = (m_1 g \lambda - C_m) \omega_m$ $P_{int} = (1 - \eta_r \eta_{pc} \eta_g) C_m \omega_m$

B)
$P_{ext} = -(m_1 g \cdot a + C_m) \omega_m$ $P_{int} = 0 \text{ car les pertes ne sont pas prises en compte pour le régime transitoire.}$

C)
$P_{ext} = -m_1 g a + C_m \omega_m$ $P_{int} = (1 - \eta_r \eta_{pc} \eta_g) m_1 g a$

D)
$P_{ext} = (C_m - m_1 g \lambda) \omega_m$ $P_{int} = 0 \text{ car les pertes ne sont pas prises en compte pour le régime transitoire.}$

Question 28. En appliquant le théorème de l'énergie cinétique à l'ensemble mobile Σ , déterminer le couple moteur C_m en fonction des notations précédentes et de V_{max} et T définies à la Figure 10.

A)
$C_m = \frac{3 V_{max} J_{eq}}{\lambda T} + m_1 g \lambda$

B)
$C_m = \frac{V_{max}^2 J_{eq}}{\lambda T} - m_1 g \lambda$

C)
$C_m = \frac{V_{max} J_{eq}}{\lambda^2 T} + m_1 g a$

D)
$C_m = \frac{V_{max} J_{eq}}{3 \lambda T} + m_1 g \lambda$

Question 29. Déterminer le couple moteur en régime permanent noté C_{mp} , dans ce domaine les divers rendements sont pris en compte.

A)
$C_{mp} = \frac{V_{max} J_{eq}}{3 \lambda T \eta_r \eta_{pc} \eta_g}$

B)
$C_{mp} = \frac{m_1 g a}{1 - \eta_r \eta_{pc} \eta_g}$

C)
$C_{mp} = \frac{m_1 g \lambda}{\eta_r \eta_{pc} \eta_g}$

D)
$C_{mp} = \frac{-m_1 g \lambda}{\eta_r + \eta_{pc} + \eta_g}$

On définit le couple d'accélération, noté C_{ma} , comme le couple moteur nécessaire à l'entraînement des masses mobiles sans le bras, par conséquent cela revient à considérer une masse $m_1 = 0 \text{ Kg}$.

Les constructeurs de moteur utilisent alors le couple crête $C_{crête}$ (couple maximal) qui correspond à la somme du couple d'accélération et du couple permanent, soit $C_{crête} = C_{mp} + C_{ma}$.

Question 30. Calculer le couple crête $C_{crête}$.

A)	B)	C)	D)
$\frac{3 V_{max} J_{eq}}{\lambda T} + \frac{m_1 g \lambda}{\eta_r \eta_{pc} \eta_g}$	$\frac{V_{max} J_{eq}}{3 \lambda T} + \frac{m_1 g \lambda}{1 - \eta_r \eta_{pc} \eta_g}$	$\frac{V_{max} J_{eq}}{3 \lambda T \eta_r \eta_{pc} \eta_g} + \frac{m_1 g \lambda}{1 - \eta_r \eta_{pc} \eta_g}$	$\frac{V_{max} J_{eq}}{\lambda^2 T} + \frac{m_1 g a}{\eta_r + \eta_{pc} + \eta_g}$

A ce stade de l'étude, l'évaluation du couple crête $C_{crête}$ à fournir par le moteur nécessite de connaître la seule inconnue, à savoir le moment d'inertie du moteur J_m .

Pour faciliter le choix du moteur, parmi la présélection du catalogue (voir annexe DOC 2 page 33), la Figure 12 permet de déterminer le couple crête $C_{crête}$ à fournir en fonction du moment d'inertie du moteur J_m .

De plus la loi de vitesse en trapèze étudiée précédemment (Question 23) impose une vitesse de rotation maximum du moteur telle que $\omega_{max} = \frac{v_{max}}{\lambda} \approx 300 \text{ rad.s}^{-1} < 3000 \text{ tr.min}^{-1}$.

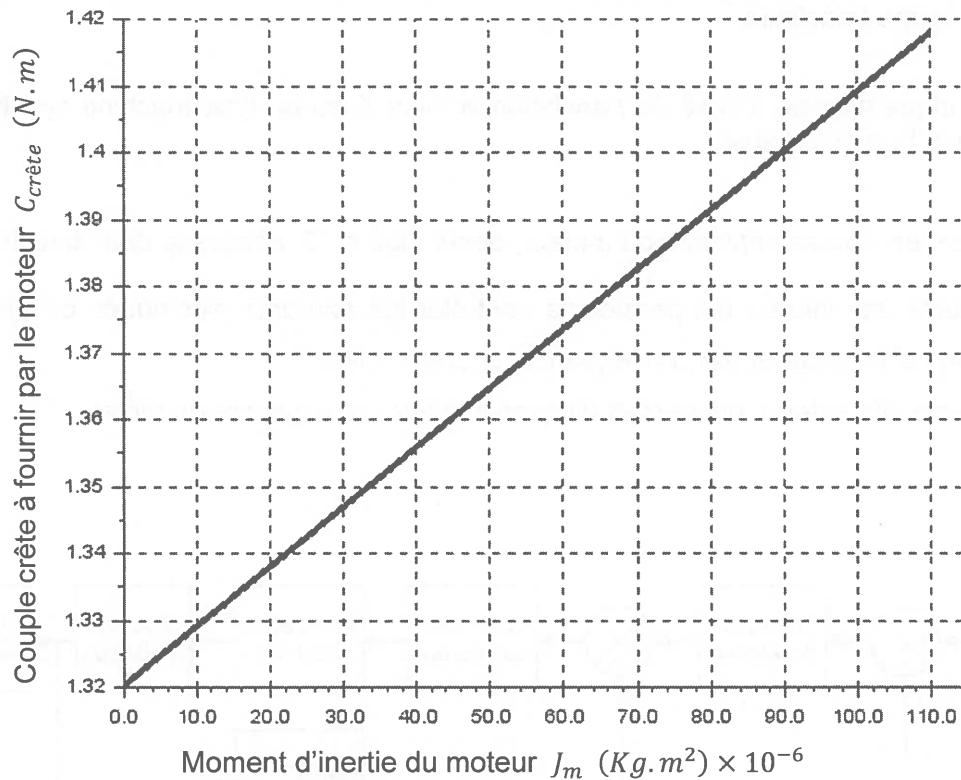


Figure 12 Evolution du couple crête en fonction du moment d'inertie du moteur $C_{crête} = f(J_m)$

Question 31. A partir des résultats précédents, proposer un choix de motorisation issue du catalogue constructeur des moteurs brushless (DOC 2 page 33) en s'appuyant sur les courbes couple-vitesse du moteur.

A)	B)	C)	D)
Le moteur SAR5ACN	Le moteur SC02ADK-9	Le moteur SB03ADK-9	Le moteur SB05ADK-9

I MODELISATION DE L'ACTIONNEUR MSAP

Objectifs

Concevoir la chaîne d'asservissement en vitesse du module de translation de l'axe vertical Z. L'actionneur mis en œuvre est un moteur brushless présenté en annexe DOC 2 page 33.

La partie C a permis de déterminer la loi de commande en vitesse du robot à respecter. Afin de maîtriser celle-ci, il est nécessaire de contrôler précisément les vitesses angulaires en termes de régime permanent mais aussi de régime transitoire.

Le moteur électrique associé à l'axe de translation vertical Z est du type machine synchrone autopilotée (noté MSAP dans la suite du sujet).

L'asservissement en vitesse angulaire du moteur, décrit Figure 13, nécessite deux boucles :

- Une boucle dite interne qui permet de contrôler les courants électriques circulant dans chaque phase de l'actionneur et par conséquent le couple moteur ;
- Une boucle dite externe qui permet d'asservir la vitesse angulaire du moteur.

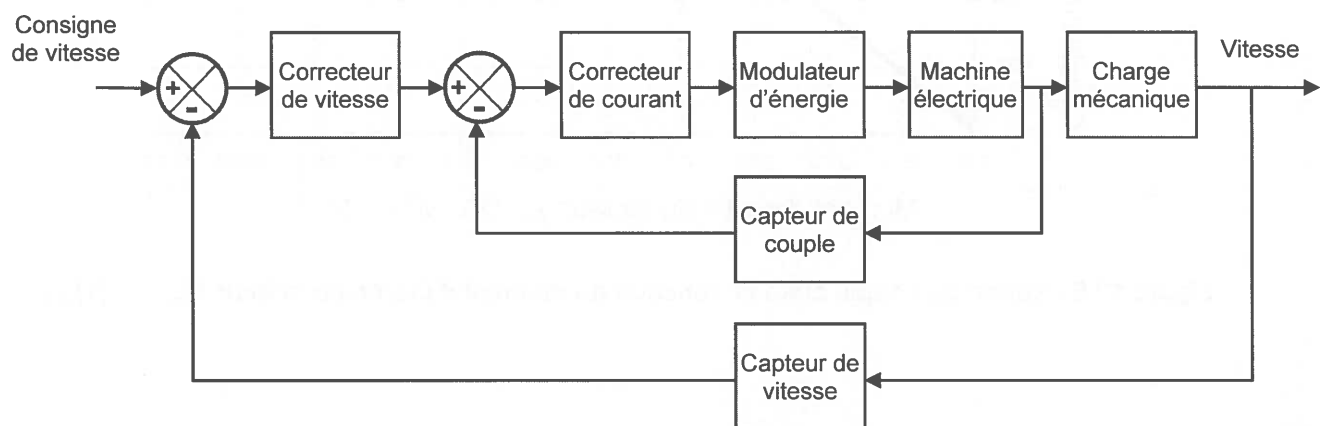


Figure 13 Schéma de principe de l'asservissement en vitesse et courant (# couple) d'une machine électrique

Remarque : bien que la Figure 13 ne présente qu'une boucle de courant, il y a physiquement 3 boucles de courant, une pour chaque phase du moteur synchrone autopiloté.

II MODÉLISATION DU MOTEUR SYNCHRONES AUTO-PILOTEE (MSAP)

Objectif

Modélisation électrique et mécanique du moteur synchrone autopiloté (MSAP) dit également moteur brushless à commande sinusoïdale.

Un modèle mathématique adapté à l'étude des régimes dynamique et permanent, consiste à proposer un système biphasé équivalent. Ce modèle considère que le MSAP est équivalent à 2 moteurs à courant continu diphasés fictifs (un sur l'axe direct noté d, l'autre sur l'axe en quadrature noté q).

Dans le cadre d'équilibre électrique des phases, de l'hypothèse de pôles lisses, le modèle de connaissance du MSAP se simplifie dans la base « d, q » (dit plan de Park) et donne les équations ci-après :

$$v_d(t) = R \cdot i_d(t) + L \cdot \frac{d i_d(t)}{dt} - L \cdot i_q(t) \cdot n \cdot \omega_m(t) \quad (\text{Eq1})$$

$$v_q(t) = R \cdot i_q(t) + L \cdot \frac{d i_q(t)}{dt} + L \cdot i_d(t) \cdot n \cdot \omega_m(t) + n \cdot \Phi_r \cdot \omega_m(t) \quad (\text{Eq2})$$

$$c_m(t) = \frac{3}{2} \cdot n \cdot \Phi_r \cdot i_q(t) \quad (\text{Eq3})$$

$$J_{eq} \cdot \frac{d \omega_m(t)}{dt} = c_m(t) - f \cdot \omega_m(t) - c_r(t) \quad (\text{Eq4})$$

Où R représente la résistance électrique des 2 moteurs à courant continu fictifs, L l'inductance cyclique, Φ_r le flux rotorique (axe direct d) généré par une paire d'aimant permanent, n le nombre de paires d'aimant permanent, J_{eq} le moment d'inertie équivalent ramené sur l'arbre du moteur, f le coefficient de frottement visqueux équivalent ramené sur l'arbre moteur.

Les tensions $v_d(t)$ et $v_q(t)$ sont les tensions d'alimentation des 2 phases fictives des 2 moteurs à courant continu, $i_d(t)$ et $i_q(t)$ les courants absorbés par ceux-ci.

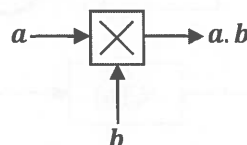
Les quatre équations (Eq1 à Eq4) peuvent être représentées dans le domaine de Laplace, avec les conditions de Heaviside, par le schéma structurel Figure 14.

Notations :

On adopte les notations suivantes entre le domaine temporel et celui de Laplace.

Domaine temporel f(t)	Domaine de Laplace L[f(t)]=F(p)
$v_d(t)$: tension moteur phase directe d	$V_d(p)$
$v_q(t)$: tension moteur phase en quadrature q	$V_q(p)$
$i_d(t)$: courant moteur absorbé phase directe d	$I_d(p)$
$i_q(t)$: courant moteur absorbé phase en quadrature q	$I_q(p)$
$\omega_m(t)$: vitesse de rotation du moteur	$\Omega_m(p)$
$c_m(t)$: couple moteur	$C_m(p)$
$c_r(t)$: couple résistant dû aux frottements sec	$C_r(p)$

Le symbole  correspond à l'opérateur multiplication. Par exemple, la multiplication de a par b sera représentée symboliquement de la manière suivante :



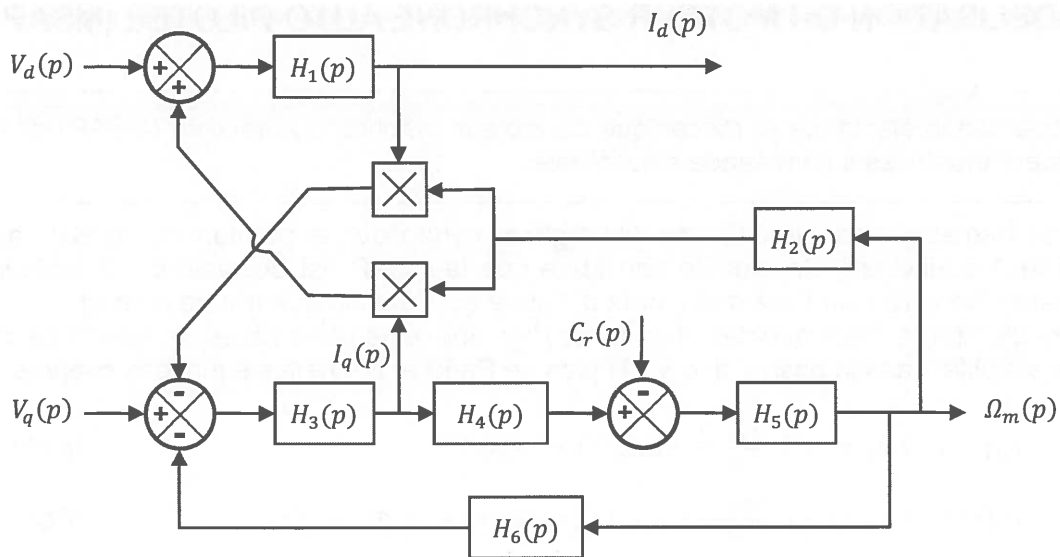


Figure 14 Schéma bloc structurel de la machine synchrone auto-commutée dans le référentiel tournant (d,q)

Question 32. Déterminer les fonctions de transfert $H_i(p)$ ($i \in \llbracket 1,6 \rrbracket$).

A)	$H_1(p) = H_3(p) = \frac{\frac{3}{2}}{R + L \cdot p}$	$H_2(p) = L$	$H_4(p) = \Phi_r$	$H_5(p) = \frac{n}{J_{eq} \cdot p + f}$	$H_6(p) = \Phi_r$
B)	$H_1(p) = H_3(p) = \frac{1}{R + L \cdot p}$	$H_2(p) = n \cdot L$	$H_4(p) = \frac{3}{2} \cdot n \cdot \Phi_r$	$H_5(p) = \frac{1}{J_{eq} \cdot p + f}$	$H_6(p) = n \cdot \Phi_r$
C)	$H_1(p) = H_3(p) = R + L \cdot p$	$H_2(p) = n$	$H_4(p) = \frac{3}{2} \cdot n \cdot L \cdot \Phi_r$	$H_5(p) = \frac{n}{J_{eq} \cdot p + f}$	$H_6(p) = \Phi_r$
D)	$H_1(p) = H_3(p) = \frac{2}{3} (R + L \cdot p)$	$H_2(p) = L$	$H_4(p) = \Phi_r$	$H_5(p) = \frac{1}{J_{eq} \cdot p + f}$	$H_6(p) = n \cdot \Phi_r$

Afin de contourner les problèmes de non-linéarités, une approche consiste à considérer $i_d(t)$ à l'origine d'une perturbation pour découpler le système et asservir uniquement le courant $i_q(t)$ et de ce fait le couple moteur $C_m(t)$, voir Figure 15.

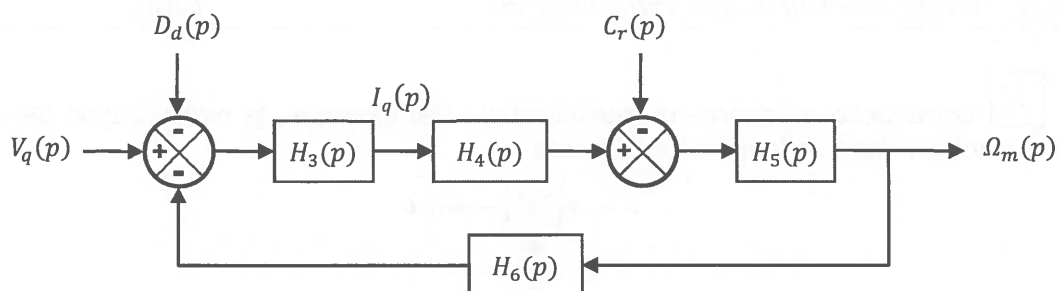


Figure 15 Découplage du système - Asservissement de $i_q(t)$ de la MSAP

Par ailleurs, une solution simple permettant à la fois de maximiser le rendement du MSAP et d'annuler la perturbation provenant de $i_d(t)$ revient à garder en permanence $i_d(t) = 0$.

On considère par la suite que la boucle de courant relative à l'asservissement du courant $i_d(t)$ est parfaite, c'est-à-dire que le courant $i_d(t)$ peut être considéré nul quel que soit l'instant t choisi.

Question 33. Déterminer la valeur de la commande en tension $v_d(t)$ à imposer pour garantir une commande anticipée (prédictive) qui régule un courant $i_d(t)$ à la valeur nulle quel que soit l'instant t choisi.

A)	B)	C)	D)
$v_d(t) = -L \cdot i_q(t) \cdot n \cdot \omega_m(t)$	$v_d(t) = L \cdot i_q(t) \cdot n \cdot \omega_m(t)$	$v_d(t) = L \cdot i_q(t) \cdot \omega_m(t)$	$v_d(t) = -L \cdot i_q(t) \cdot \omega_m(t)$

Question 34. D'après la question précédente, préciser la ou les assertions exactes afin d'assurer une régulation parfaite du courant $i_d(t)$ par anticipation.

A)	B)	C)	D)
Un capteur à jauge de déformation doit être mis en place pour la mesure du couple moteur.	La mesure de la vitesse angulaire $\omega_m(t)$ doit être précise.	Le courant $i_q(t)$ n'est pas mesuré.	La mesure de la position angulaire du rotor est assurée par un capteur potentiométrique monotour.

Dans les conditions énoncées ci-dessus, nous avons montré que l'on peut ramener le modèle de la MSAP à un modèle linéaire équivalent à celui d'un moteur à courant continu à excitation indépendante. A partir de ce modèle, l'asservissement de vitesse peut être synthétisé au moyen de techniques classiques développées pour les systèmes linéaires.

On considère le schéma-bloc de la Figure 16 relatif au modèle de l'actionneur en charge en négligeant le couple résistant $C_r(p)$ et sans perturbation $D_d(p)$ (le courant $i_d(t)$ étant maintenu nul).

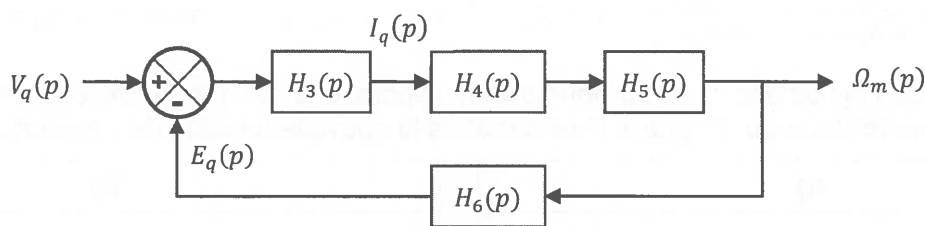


Figure 16 Découplage du système idéal

Question 35. Déterminer l'expression du coefficient de force contre-électromotrice k_e tel que $E_q(p) = k_e \cdot \Omega_m(p)$ ainsi que le coefficient de couple k_t tel que $C_m(p) = k_t \cdot I_q(p)$ comme dans les équations d'un moteur à courant continu à aimant permanent.

A)	B)	C)	D)
$k_e = k_t = \frac{3}{2} \cdot n \cdot \Phi_r$	$k_e = 1$ et $k_t = \frac{3}{2}$	$k_e = k_t = \Phi_r$	$k_e = \frac{2}{3} k_t = n \cdot \Phi_r$

III ÉTUDE DE LA BOUCLE DE COURANT $i_q(t)$

Objectif

Justifier la nécessité d'une boucle de courant $i_q(t)$.

Procéder au dimensionnement des paramètres du correcteur de la boucle de courant $i_q(t)$.

Question 36. La fonction de transfert $R(p) = \frac{I_q(p)}{V_q(p)}$ s'écrit :

A)	B)
$\frac{H_3(p)}{1 + H_3(p)H_4(p) - H_6(p)}$	$H_3(p)$
C)	D)
$H_3(p)H_4(p)H_5(p)H_6(p)$	$\frac{H_3(p)H_4(p)H_5(p)}{1 + H_3(p)H_4(p)H_5(p)H_6(p)}$

Pour la suite du sujet, on prendra la fonction de transfert $R(p) = \frac{I_q(p)}{V_q(p)} = \frac{f}{k_e \cdot k_t + R \cdot f} \cdot \frac{1 + \frac{J_{eq}}{f} \cdot p}{1 + \frac{R \cdot J_{eq} + L \cdot f}{k_e \cdot k_t + R \cdot f} \cdot p + \frac{L \cdot J_{eq} \cdot p^2}{k_e \cdot k_t + R \cdot f}}$

On définit :

$$T_e = \frac{L}{R}$$

T_e est appelée constante de temps électrique

$$T_m = \frac{R \cdot J_{eq}}{k_e \cdot k_t + R \cdot f}$$

T_m est appelée constante de temps mécanique

D'après les performances du moteur retenu, nous pouvons vérifier que $R \cdot f \ll k_e \cdot k_t$ ainsi que $T_e \ll T_m$.
Le dénominateur de la fonction de transfert $R(p)$ peut alors se mettre sous la forme ci-après :

$$1 + \frac{R \cdot J_{eq} + L \cdot f}{k_e \cdot k_t + R \cdot f} \cdot p + \frac{L \cdot J_{eq} \cdot p^2}{k_e \cdot k_t + R \cdot f} \approx 1 + (T_e + T_m) \cdot p + T_e \cdot T_m \cdot p^2 \quad \text{avec } T_e + T_m \approx T_m$$

Question 37. Avec l'hypothèse $T_e \ll T_m$ nous ferons l'approximation que la fonction de transfert $R(p)$ se réduit à une fonction du 1^{ier} ordre. Préciser alors la nouvelle fonction de transfert $R(p)$.

A)	B)
$R(p) = \frac{K_r \cdot (1 + T_r \cdot p)}{1 + T_m \cdot p} \text{ avec } \begin{cases} K_r = \frac{f}{k_e \cdot k_t + R \cdot f} \\ T_r = \frac{J_{eq}}{f} \end{cases}$	$R(p) = \frac{K_r \cdot (1 + T_r \cdot p)}{1 + T_m \cdot p + T_e \cdot T_m \cdot p^2} \text{ avec } \begin{cases} K_r = \frac{f}{k_e \cdot k_t} \\ T_r = \frac{J_{eq}}{f} \end{cases}$
C)	D)
$R(p) = \frac{K_r \cdot (1 + T_r \cdot p)}{1 + (T_e + T_m) \cdot p} \text{ avec } \begin{cases} K_r = \frac{f}{R \cdot f} \\ T_r = \frac{J_{eq}}{f} \end{cases}$	$R(p) = \frac{K_r \cdot (1 + T_r \cdot p)}{1 + T_e \cdot p} \text{ avec } \begin{cases} K_r = \frac{1}{R} \\ T_r = \frac{J_{eq}}{f} \end{cases}$

Pour la suite du sujet, nous conserverons le modèle approché du 1^{er} ordre pour la fonction de transfert $R(p)$.

Question 38. En utilisant le théorème de la valeur initiale pour une tension de commande échelon de 48V, estimer le pic de courant I_0 au démarrage ?

A)
$I_0 = 48 \cdot K_r = 12 \text{ A}$

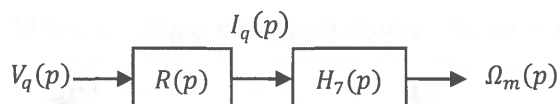
B)
$I_0 = \frac{48 \cdot K_r \cdot T_r}{T_m} = \frac{48}{R} = 300 \text{ A}$

C)
$I_0 = \frac{48 \cdot K_r \cdot T_r}{T_e \cdot T_m} = 88235 \text{ A}$

D)
$I_0 = \frac{48 \cdot K_r \cdot T_r}{T_e + T_m} = 214 \text{ A}$

Pour éviter des pics de courant prohibitifs, on se doit de contrôler le courant $i_q(t)$.

Le schéma bloc du moteur MSAP (Figure 16) peut avoir une représentation fictive sous la forme suivante :



avec $R(p)$ définie précédemment à la Question 37.

Question 39. Déterminer $H_7(p)$.

A)	B)	C)	D)
$\frac{k_t}{J_{eq} \cdot p + f}$	$\frac{R \cdot f \cdot k_t}{(k_e \cdot k_t + R \cdot f)(J_{eq} \cdot p + f)}$	$\frac{k_e \cdot k_t}{(k_e \cdot k_t + R \cdot f)(J_{eq} \cdot p + f)}$	$\frac{k_t}{(k_e \cdot k_t + R \cdot f)(J_{eq} \cdot p + f)}$

L'asservissement de courant étant justifié, nous allons mettre en place le bouclage suivant :

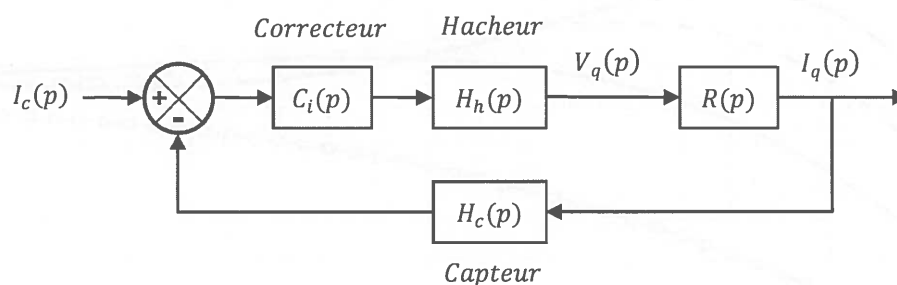


Figure 18 Boucle d'asservissement en courant I_q

Le capteur de courant dans la boucle de retour est une sonde à effet Hall associée à un filtre pour atténuer les ondulations du courant dues à la commande MLI du hacheur.

- $H_c(p) = \frac{K_c}{1 + T_c \cdot p}$ avec $K_c = 1$ sans unité et $T_c = 0.5 \text{ ms}$
- $C_i(p) = K_i \left(1 + \frac{1}{T_i \cdot p} \right)$ avec $T_i = 2 \text{ ms}$
- On assimile le hacheur à un gain pur $H_h(p) = K_h = 10$

Tournez la page S.V.P.

Question 40. Déterminer la fonction de transfert en boucle ouverte de l'asservissement de courant que l'on notera $H_i^{BO}(p)$. Donner l'ordre et la classe.

A) $H_i^{BO}(p) = \frac{K_i \cdot K_h \cdot K_c \cdot K_r \cdot (1 + T_r \cdot p) T_i \cdot p}{(1 + T_m \cdot p)(1 + T_i \cdot p)}$ Ordre 2 - classe 1	B) $H_i^{BO}(p) = \frac{K_i \cdot K_h \cdot K_c \cdot K_r \cdot T_i \cdot p \cdot (1 + T_i \cdot p)}{(1 + T_r \cdot p)(1 + T_m \cdot p)(1 + T_c \cdot p)}$ Ordre 3 - classe 1
C) $H_i^{BO}(p) = \frac{K_i \cdot K_h \cdot K_c \cdot K_r \cdot (1 + T_r \cdot p)(1 + T_i \cdot p)}{T_i \cdot p(1 + T_m \cdot p)(1 + T_c \cdot p)}$ Ordre 3 - classe 1	D) $H_i^{BO}(p) = \frac{K_i \cdot K_h \cdot K_c \cdot K_r \cdot (1 + T_i \cdot p)}{T_i \cdot p(1 + (T_e + T_m) \cdot p + T_e \cdot T_m \cdot p^2)(1 + T_c \cdot p)}$ Ordre 3 - classe 1

Le tracé du diagramme de Bode (gain et phase) de $H_i^{BO}(p)$ pour $K_i = 1$ est donné Figure 21 dans l'annexe DOC 3 page 34.

Question 41. Quelle est la valeur maximum de K_i qui assure une marge de phase supérieure à 50° ?

A)	B)	C)	D)
$K_{imax} = 0.1$	$K_{imax} = 0.05$	$K_{imax} = 0.01$	$K_{imax} = 0.5$

On fournit sur la Figure 19 des résultats de simulation de la boucle de courant $i_q(t)$ pour une consigne de courant en échelon d'amplitude 1A avec différent réglages du gain du correcteur K_i .

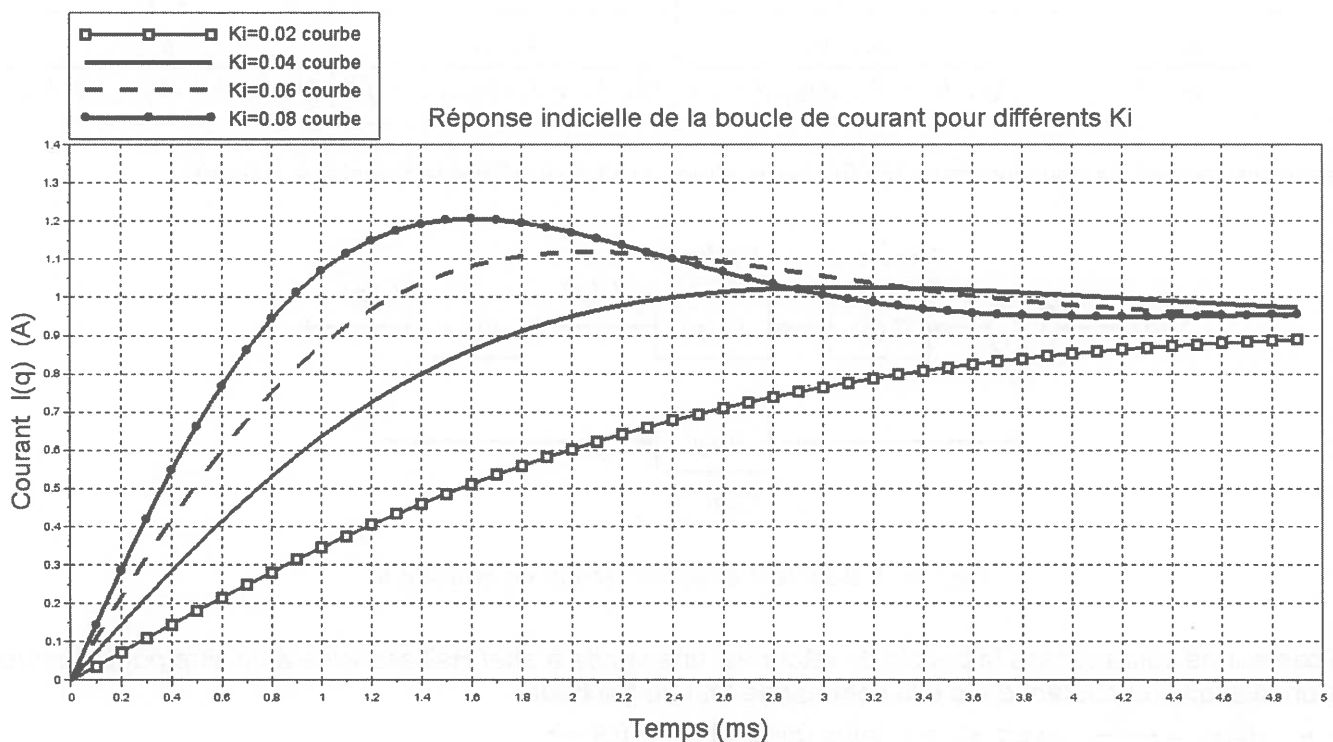


Figure 19 Réponse indicielle de la boucle de courant pour différents réglages de K_i

Question 42. Choisir le gain K_i pour avoir un temps de réponse à 5% inférieur à 2 ms tout en garantissant une marge de phase supérieure à 50°.

A)	B)	C)	D)
$K_i = 0.02$	$K_i = 0.04$	$K_i = 0.06$	$K_i = 0.08$

Question 43. Proposer un modèle de comportement de la fonction de transfert en boucle fermée de l'asservissement en courant $H_i^{BF}(p) = \frac{I_q(p)}{I_c(p)}$.

A)	B)	C)	D)
$\frac{1}{1 + 2 \cdot 10^{-4} \cdot p}$	$\frac{1}{1 + 7 \cdot 10^{-4} \cdot p}$	$\frac{1}{1 + 10^{-4} \cdot p}$	$\frac{1}{1 + 10^{-3} \cdot p}$

IV ÉTUDE DE LA BOUCLE DE VITESSE ANGULAIRE

_____ Objectif _____
Procéder au choix des paramètres du correcteur de la boucle de vitesse.

Le cahier des charges de la boucle de vitesse est fourni dans le tableau 2 ci-dessous.

Exigences	Critère(s)	Niveau(x)
Contrôler la vitesse angulaire de rotation	Stabilité	MG > 15 dB
		Mφ = 45°
	Précision	Erreur statique nulle $\varepsilon_s = 0$
		Erreur de traînage $\varepsilon_t < 1$ rad/s pour une rampe de pente 900 rad/s ²
	Rapidité	La pulsation de coupure à 0 dB de la fonction de transfert en boucle ouverte devra être telle que : $\omega_{0dB} \geq 500$ rad/s

Tableau 2 – Exigences relatives au contrôle de la vitesse de la MSAP

A partir des réglages précédents, la Figure 20 donne le schéma-bloc partiel de l'asservissement de vitesse angulaire de l'actionneur, en absence de couple résistant $c_r(t)$. Le capteur de vitesse est supposé de gain pur K_v .

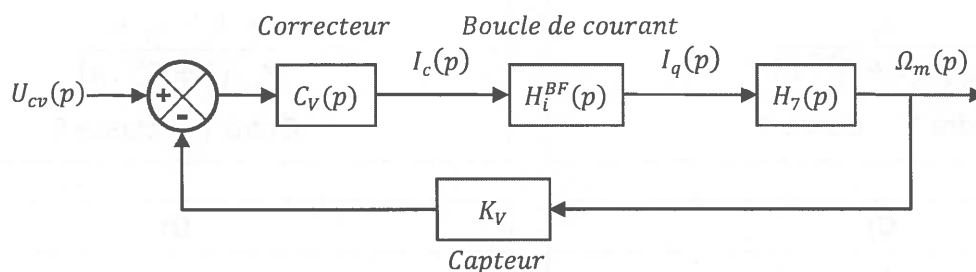


Figure 20 – Schéma-bloc de l'asservissement de vitesse

Afin de respecter le cahier des charges, on opte pour la mise en place d'une correction proportionnelle intégrale.

- La fonction de transfert du correcteur est alors : $C_v(p) = K \left(1 + \frac{1}{T \cdot p} \right)$
- La fonction de transfert de la boucle de courant sera notée : $H_i^{BF}(p) = \frac{K_i^{BF}}{1 + T_i^{BF} \cdot p}$
- Le gain du capteur de la chaîne de retour est $K_v = 0.1 \text{ V.s.rad}^{-1}$

Tournez la page S.V.P.

Question 44. Justifier le choix du type de correction.

A)	B)	C)	D)
La stabilité est améliorée par l'avance de phase du correcteur.	Le retard de phase n'engendre pas d'instabilité donc la constante T peut être fixée très petite.	Erreur statique nulle vérifiée par l'action intégrale.	Rapidité réglable par l'action proportionnelle.

Question 45. La fonction de transfert en boucle ouverte $FTBO(p)$ est :

A)	B)
$\frac{K \cdot K_i^{BF} \cdot k_t \cdot K_V \cdot (1 + T \cdot p)}{T \cdot p(1 + T_i^{BF} \cdot p)(J_{eq} \cdot p + f)}$	$\frac{K \cdot K_i^{BF} \cdot k_t \cdot K_V \cdot p(1 + T \cdot p)}{(1 + T_i^{BF} \cdot p)(J_{eq} \cdot p + f)}$
C)	D)
$\frac{K_V \cdot (1 + T \cdot p)}{T \cdot p(1 + T_i^{BF} \cdot p)(J_{eq} \cdot p + f)}$	$\frac{(1 + T \cdot p)}{T \cdot p(1 + T_i^{BF} \cdot p)(J_{eq} \cdot p + f)}$

Quels que soient les résultats trouvés précédemment, on prendra :

$$J_{eq} = 8 \cdot 10^{-4} \text{ Kg} \cdot \text{m}^2 \text{ et } f = 4 \cdot 10^{-3} \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{s} \cdot \text{rad}^{-1}$$

Question 46. Par une méthode de compensation du pôle dominant, déduire la constante de temps T du correcteur.

A)	B)	C)	D)
$T = T_i^{BF}$	$T = \frac{J_{eq}}{f}$	$T = 20 \text{ ms}$	$T = 2 \text{ ms}$

Question 47. Par conséquent, déterminer la fonction de transfert en boucle ouverte corrigée $FTBO_{cor}(p)$ ainsi que son ordre et sa classe.

A)	B)
$\frac{k_t}{J_{eq} \cdot p \cdot (1 + T_i^{BF} \cdot p)}$ Ordre 1 - classe 1	$\frac{K \cdot K_i^{BF} \cdot k_t \cdot K_V}{J_{eq} \cdot (1 + T_i^{BF} \cdot p)}$ Ordre 1 - classe 0
C)	D)
$\frac{K \cdot K_i^{BF} \cdot k_t \cdot K_V}{J_{eq} \cdot p \cdot (1 + T_i^{BF} \cdot p)}$ Ordre 2 - classe 1	$\frac{K_V}{J_{eq} \cdot p \cdot (1 + T_i^{BF} \cdot p)}$ Ordre 1 - classe 1

La Figure 22 dans l'annexe DOC 4 page 35, représente le diagramme de Bode (gain et phase) de la $FTBO_{cor}(p)$ avec $K = 1$ et T obtenue à la question précédente.

Question 48. Déterminer les marges de gain et de phase.

A)		B)		C)		D)	
M_g	∞	M_g	$-\infty$	M_g	+40 dB	M_g	- 120 dB
M_φ	90°	M_φ	- 180°	M_φ	45°	M_φ	-90°

Question 49. Déterminer la valeur de K à imposer pour satisfaire le critère de marge de phase.

A)	B)	C)	D)
$K = 10$	$K = 1$	$K = 100$	$K = 0.1$

Les réponses temporelles pour une régulation de vitesse de 300 rad/s et une poursuite de pente 900 rad/s² du système corrigé sont données Figure 23 et Figure 24 dans l'annexe DOC 5 page 36.

Question 50. Préciser si les performances attendues dans le Cahier des Charges (CdC) sont respectées ?

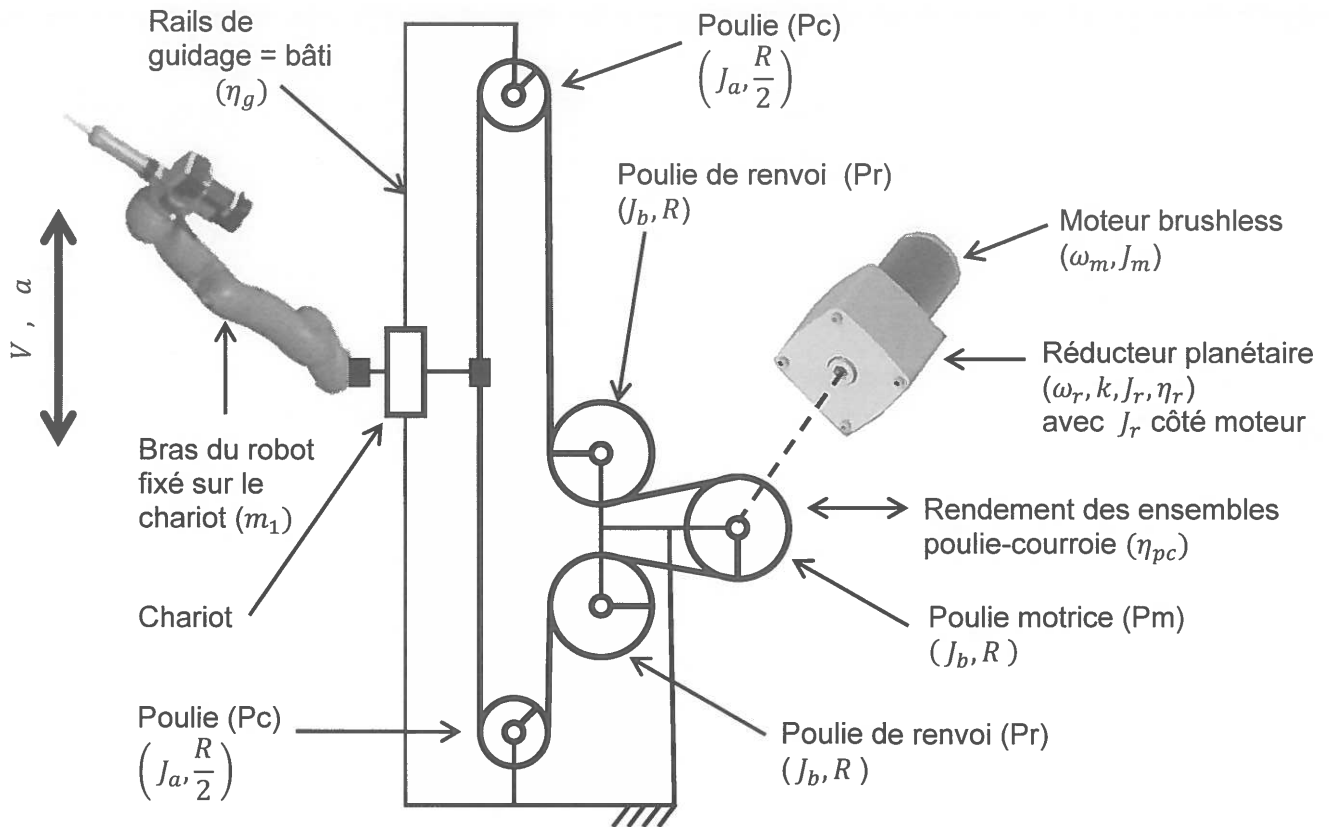
A)	B)	C)	D)																				
CdC non respecté car : L'erreur statique est non nulle et que l'erreur de traînage est infinie	CdC respecté car <table><tr><td>M_g</td><td>-120 dB</td></tr><tr><td>M_φ</td><td>-90°</td></tr><tr><td>ε_s</td><td>0 rad/s</td></tr><tr><td>ε_t</td><td>0.6 ms</td></tr><tr><td>ω_{0dB}</td><td>1000 rad/s</td></tr></table>	M_g	-120 dB	M_φ	-90°	ε_s	0 rad/s	ε_t	0.6 ms	ω_{0dB}	1000 rad/s	CdC non respecté car : $\omega_{0dB} = 14 \text{ rad/s}$ $< 500 \text{ rad/s}$	CdC respecté car <table><tr><td>M_g</td><td>∞</td></tr><tr><td>M_φ</td><td>45°</td></tr><tr><td>ε_s</td><td>0</td></tr><tr><td>ε_t</td><td>0.6 rad/s</td></tr><tr><td>ω_{0dB}</td><td>1000 rad/s</td></tr></table>	M_g	∞	M_φ	45°	ε_s	0	ε_t	0.6 rad/s	ω_{0dB}	1000 rad/s
M_g	-120 dB																						
M_φ	-90°																						
ε_s	0 rad/s																						
ε_t	0.6 ms																						
ω_{0dB}	1000 rad/s																						
M_g	∞																						
M_φ	45°																						
ε_s	0																						
ε_t	0.6 rad/s																						
ω_{0dB}	1000 rad/s																						



FIN DU QUESTIONNAIRE



DOC 1 CHAÎNE D'ENERGIE DE L'UNITE DE TRANSLATION AXE Z



Notations	Données
C_m : couple moteur ω_m : vitesse de rotation du moteur J_m : moment d'inertie du rotor autour de son axe C_r : couple en sortie du réducteur J_r : moment d'inertie du réducteur <u>sur l'arbre d'entrée (côté moteur)</u> ω_r : vitesse de rotation du réducteur $k = \frac{\omega_r}{\omega_m} < 1$: rapport de transmission du redacteur η_r : rendement du réducteur Z_1, Z_2, Z_3 le nombre de dents respectivement du planétaire <u>1</u>, du satellite <u>2</u> et du planétaire <u>3</u>. J_a : moment d'inertie de la poulie Pc J_b : moment d'inertie de la poulie Pr identique à Pm η_{pc} : rendement du système poulie-courroie V : norme de la vitesse de translation du bras a : norme de l'accélération du bras m_1 : masse du bras du robot η_g : rendement du guidage chariot-bâti $\lambda = \frac{V}{\omega_m}$: rapport de transmission global de la chaîne cinématique Z : course totale du bras du robot	<u>Rendements :</u> $\eta_r = 0.95$ $\eta_{pc} = 0.98$ $\eta_g = 0.88$ <u>Masse à déplacer</u> $m_1 = 10 \text{ Kg}$ <u>Inertie :</u> J_m à déterminer $J_r = 10^{-6} \text{ Kg.m}^2$ $J_a = 10^{-3} \text{ Kg.m}^2$ $J_b = 4.10^{-3} \text{ Kg.m}^2$ <u>Poulies :</u> La poulie motrice (Pm) et les 2 poulies de renvoi (Pr) sont identiques de rayon $R = 40.10^{-3} \text{ m}$ Les 2 poulies (Pc) sont identiques de rayon $\frac{R}{2} = 20.10^{-3} \text{ m}$ <u>Réducteur :</u> De type planétaire à 2 étages Nombres de dents et module par étage : $Z_1 = 36$ $Z_2 = 12$ $Z_3 = 60$ $m = 2 \text{ mm}$ <u>Course du bras :</u> La course totale du bras : $Z = 1100 \text{ mm}$



Gamme de moteurs Brushless basse tension



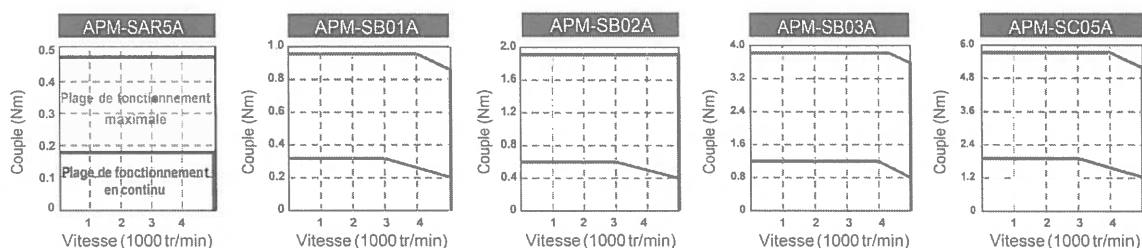
LS Mecapion AC Servo Motor

Caractéristiques du moteur (vitesse nominale 3000 tr/min) :

Servomoteurs APM	SAR5ACN	SA01ACN-8	SB02ADK-9	SB03ADK-9	SC05ADK-9
Taille de la bride (mm)	40		60		80
Puissance nominale (W)	50	100	200	300	450
Courant (A)	2,4	2,38	5,0	9,62	9,24
Courant maximal (A)	35,98	17,08	61,30	95,24	27,07
Couple nominal (Nm)	0,16	0,318	0,637	0,95	1,43
Couple max (Nm)	0,48	0,955	1,912	2,85	4,25
Vitesse nominale (tr/min)	3000				
Vitesse max (tr/min)	5000				
Constante de vitesse K_e (V/KRPM)	10,1	8,1	8,1	8,4	9,8
Inertie ($\text{kg} \cdot \text{m}^2 \times 10^{-4}$)	0,0164	0,045	0,182	0,324	1,0889
Charge inertielle	-	30 x Inertie du moteur	20 x Inertie du moteur		15 x Inertie du moteur
Constante de couple K_t (Nm/A)	0,0667	0,1393	0,1305	0,1010	0,1570
Coefficient de frottement visqueux ($\text{Nm} \cdot \text{s} / \text{rad} \cdot \text{m}^2 \times 10^{-3}$)	4				
Inductance (Phase/Phase) (mH)	-	2,132	1,316	0,660	0,554
Résistance (Phase/Phase) (Ω)	-	2,556	0,400	0,251	0,160
Codeur standard (Tension 5V)	Incrémental 2.048 P/R		Incrémental 2.500 P/R		
Protection	IP 55				IP 65
Classe d'isolation	B				
Environnement	Pas d'exposition à la lumière du soleil, pas de gaz corrosif ou inflammable aux alentours, pas de poussière				
Température	Température de fonctionnement : 0-40°C, Température de stockage : -20-80°C				
Humidité	Inférieur à 90 %				
Vibrations	49 m/s^2 (5G)				
Poids (kg)	0,3	0,5	1,08	1,63	2,52



Courbes de couple :



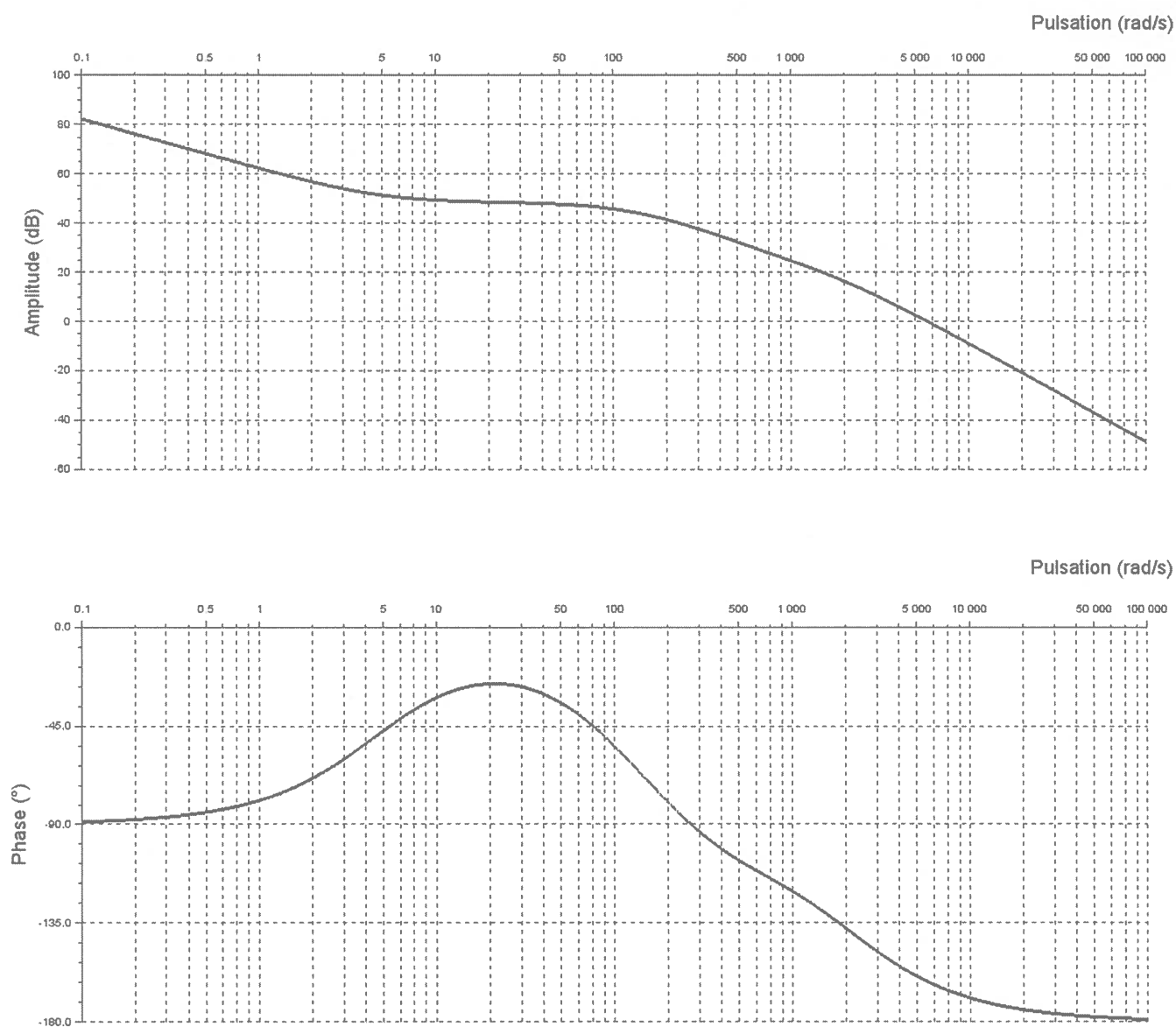


Figure 21 Diagramme de Bode (Gain - Phase) de la FTBO de la boucle de courant $H_i^{BO}(p)$ pour $K_i = 1$

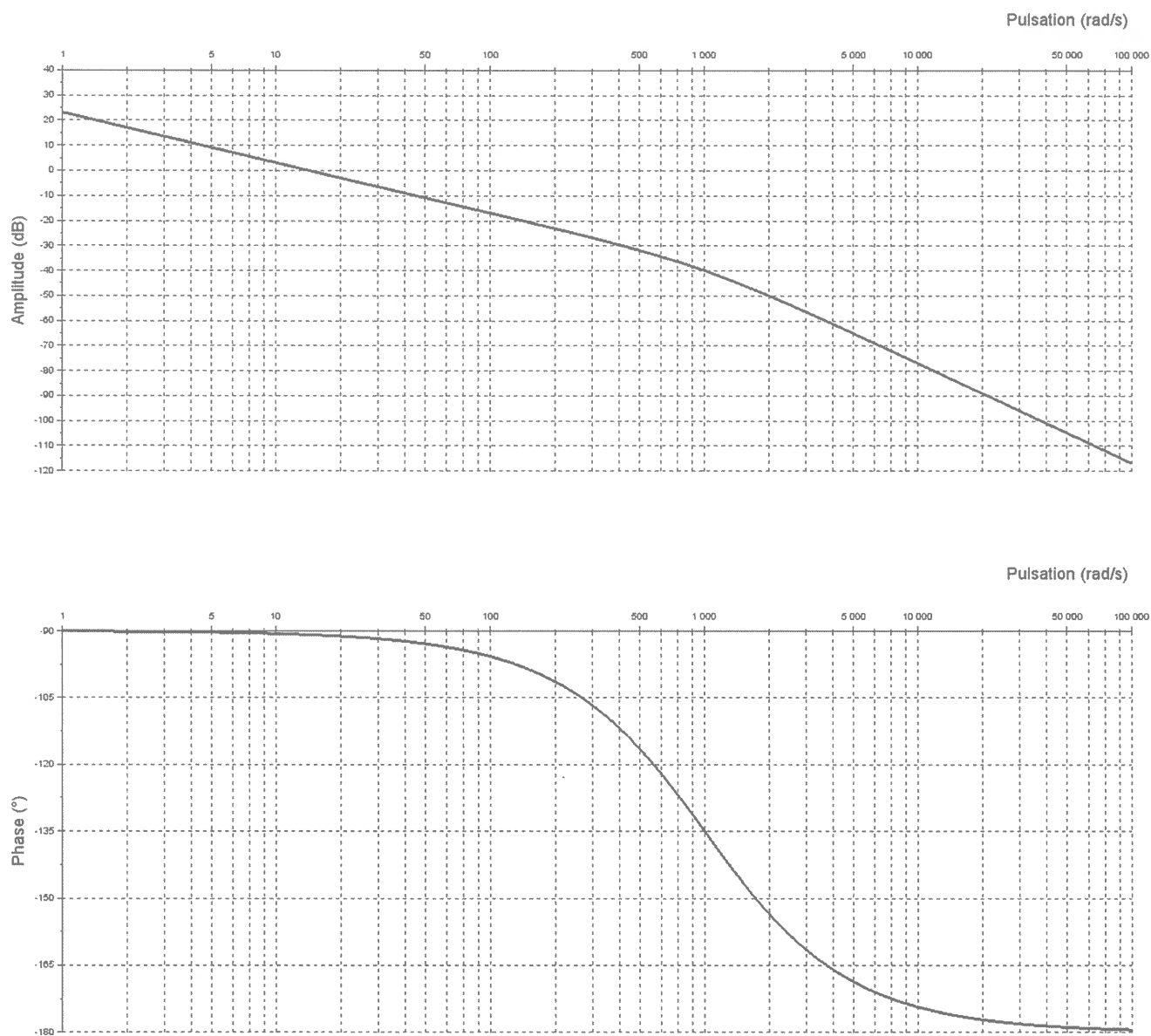


Figure 22 Diagramme de Bode (Gain - Phase) de la FTBO de l'asservissement de vitesse ($K=1$ et T réglée)

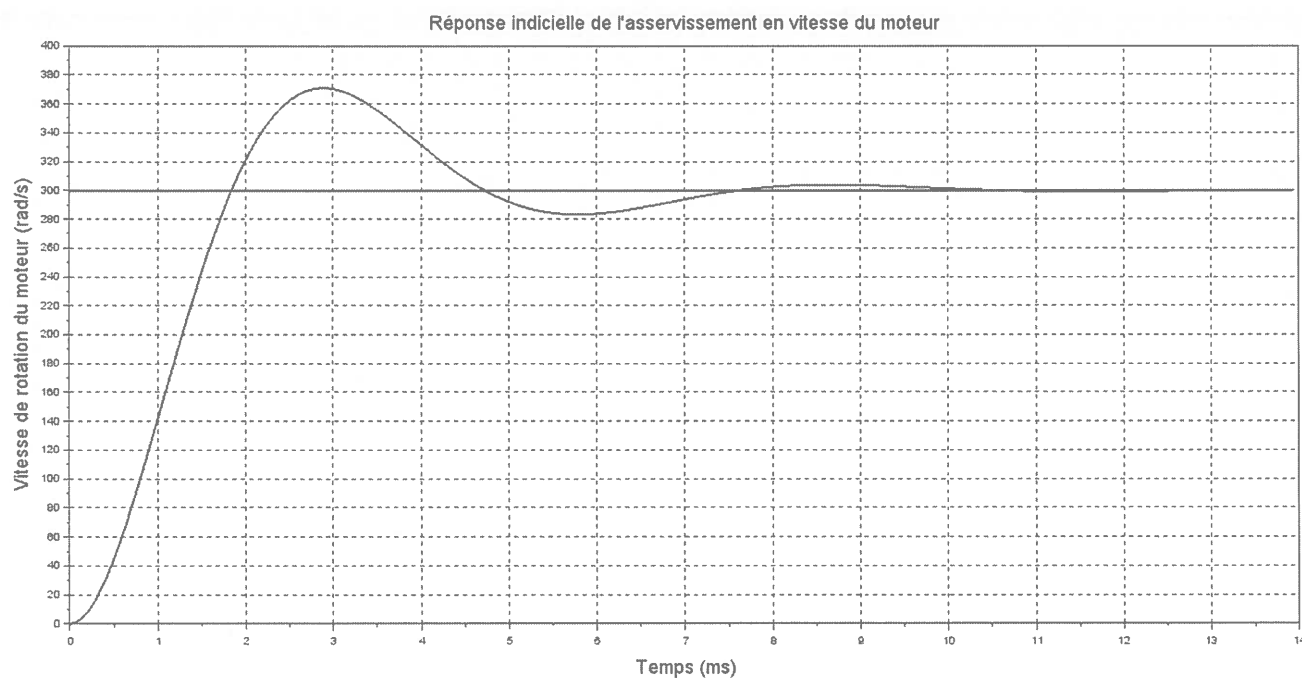


Figure 23 Réponse indicielle de l'asservissement en vitesse du moteur (corrigée)

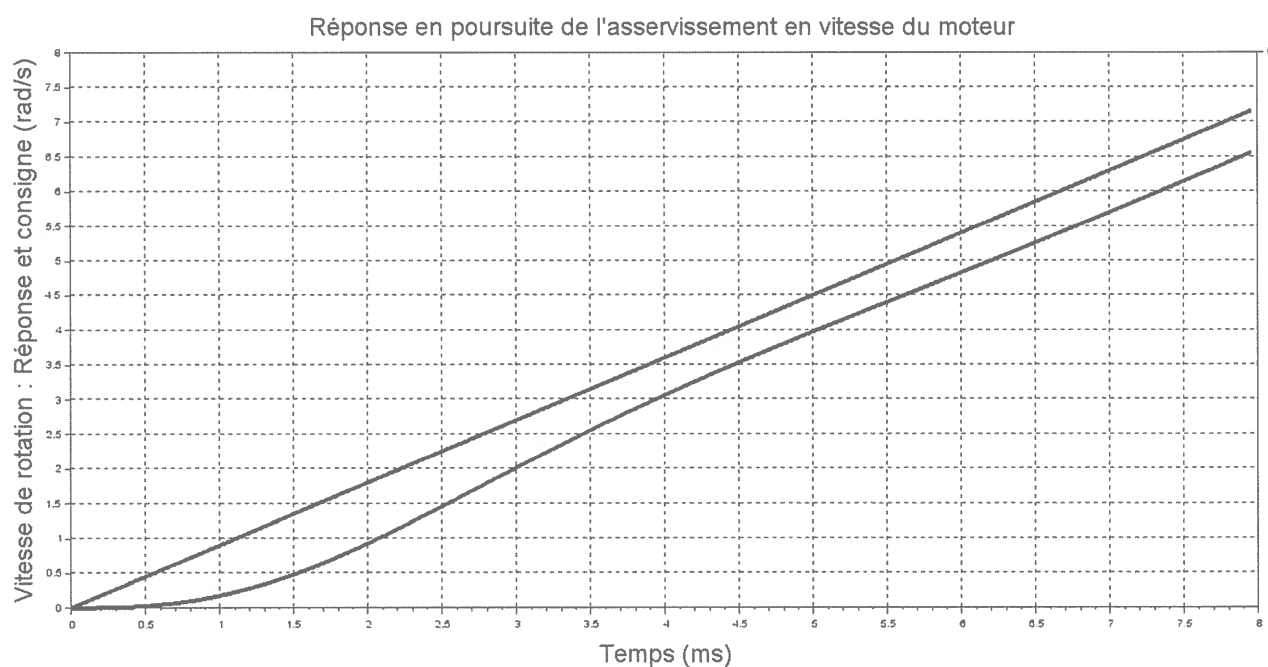


Figure 24 Réponse en poursuite de l'asservissement en vitesse du moteur (corrigée)

