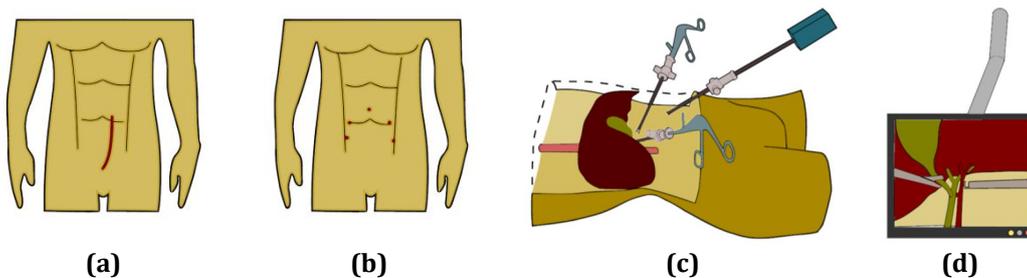


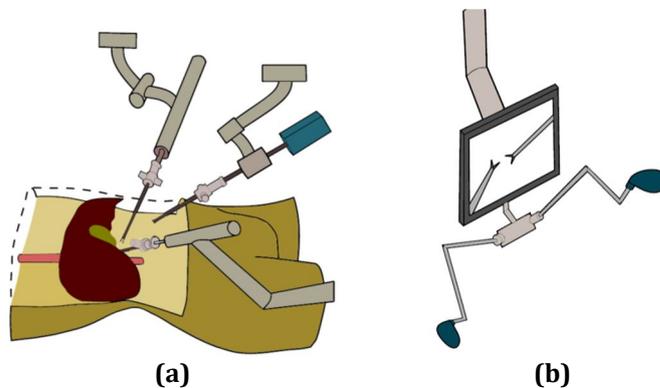
La chirurgie mini-invasive est désormais couramment pratiquée dans les centres hospitaliers français et à travers le monde. Celle-ci consiste à réaliser les actes chirurgicaux en réalisant de fines incisions permettant de faire glisser au travers de celles-ci les instruments utiles et une caméra. Un gaz est alors insufflé afin d'augmenter la visibilité et la capacité de mouvement des instruments. Le chirurgien peut alors procéder à l'opération grâce au retour visuel de la caméra en visualisant la position de ses instruments par rapport à la zone d'intervention médicale.



**Figure 1 : Incisions de chirurgie classique (a) par rapport à la chirurgie mini-invasive (b) / Instruments de chirurgie mini-invasive (c+d)**

Cette méthode chirurgicale permet de diminuer les traumatismes post-opératoires et donc le temps d'hospitalisation. Les risques de contamination de l'organisme sont aussi fortement diminués.

La dextérité du chirurgien doit être accrue par rapport à une intervention avec une incision plus grande car les instruments de chirurgie mini-invasive sont fins et allongés, très sensibles au moindre défaut de mouvement. La robotisation du mouvement des instruments chirurgicaux est désormais possible, elle permet d'accroître la dextérité du chirurgien. Celui-ci utilise un « joystick » (robot maître) qui permet de générer les commandes du robot esclave qui exécute les mouvements.



**Figure 2 : Système de téléopération de chirurgie mini-invasive composé du robot esclave et de la station de commande**

Nous proposons d'étudier un robot de chirurgie mini-invasive conçu et réalisé par l'équipe **RobioSS** (Robotique, Biomécanique, Sport, Santé) de l'institut de recherche **CNRS Pprime** de l'Université de Poitiers : comment concevoir un robot de chirurgie permettant de reproduire les mouvements réels d'un chirurgien disposant d'instruments non robotisés ?

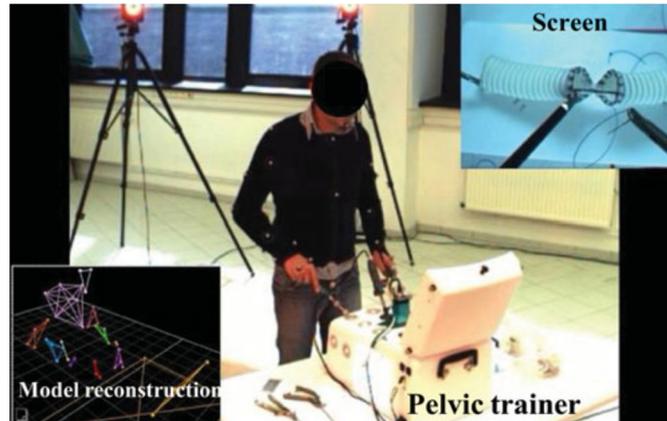
## 1. Exigence de vitesse du cahier des charges

**Cette partie a pour objectif la définition de l'exigence id = "1.1" : l'outil chirurgical doit pouvoir se déplacer à une vitesse identique à celle imposée par le chirurgien.**

Avant la conception du robot, il a été nécessaire d'analyser les mouvements du chirurgien ne disposant pas de système robotisé. Un dispositif de capture du mouvement est mis en place lors d'un acte de chirurgie mini-invasive sur un dispositif d'entraînement à la gestuelle (voir figure 3, page suivante : Pelvic trainer).

Des marqueurs réfléchissants sont disposés sur les instruments afin d'enregistrer leur mouvement en trois dimensions à l'aide de nombreuses caméras placées autour du chirurgien. Un logiciel de calibrage de l'espace et de traitement des données renvoie les coordonnées de chaque marqueur visible par les caméras.

Nous proposons d'analyser une partie des résultats en complétant un script python permettant de traiter les données issues de la capture du mouvement.



**Figure 3 :** Aperçu de l'environnement lors de la capture du mouvement du chirurgien

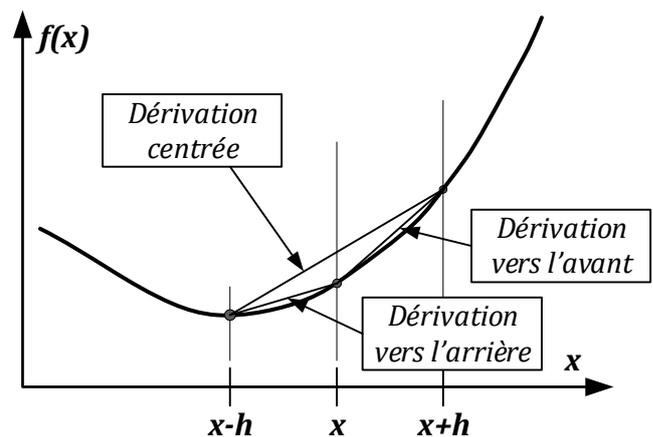
Le fichier de données obtenues est au format ".csv", c'est-à-dire un fichier texte comprenant une ligne de titre puis des lignes successives représentant un tableau utilisant pour séparateur un point-virgule. Les coordonnées récupérées sont uniquement celles de l'extrémité de l'instrument, calculées à partir des marqueurs externes visibles. Les premières lignes de ce fichier sont présentées ci-dessous :

```
T (s); x(m); y(m); z(m)
0.0; 0.253; 0.578; 1.205
0.005; 0.256; 0.576; 1.202
0.010; ...
```

(a)

```
fichier=open('data.csv','r')
fichier.readline()
t,x,y,z=[],[],[],[]
for ligne in fichier:
    t.append(float(ligne.split(';')[0]))
    x.append(float(ligne.split(';')[1]))
    y.append(float(ligne.split(';')[2]))
    z.append(float(ligne.split(';')[3]))
```

(b)



(c)

**Figure 4 :** Premières lignes du fichier de données (a), script python permettant l'extraction des données (b) et définition graphique de la dérivée centrée (c).

**Question 1 :** Compléter le script python afin de créer la liste "vx" représentant la composante des vitesses au cours du temps suivant la direction x. On impose une méthode de dérivation de type centrée. La première et la dernière valeur de vitesse seront égales respectivement à la seconde et à l'avant dernière valeur. On ne modifiera pas les lignes déjà existantes du script et on programmera une nouvelle boucle.

De même, des listes nommées "vy" et "vz" sont créées représentant les deux autres composantes du vecteur vitesse.

**Question 2 :** Définir une fonction nommée « norme » prenant comme arguments trois flottants, représentant à un instant donné, les trois composantes de la vitesse, et renvoyant la norme de la vitesse à cet instant.

**Question 3 :** En utilisant la fonction précédente, compléter votre script python afin de stocker la norme de la vitesse au cours du temps dans une liste normée "v" et déterminer sa valeur maximale en la stockant dans une variable nommée "vmax". On ne modifiera pas les lignes déjà existantes du script, on programmera une nouvelle boucle et on n'utilisera pas la fonction "max".

Un tracé des résultats est présenté ci-dessous :

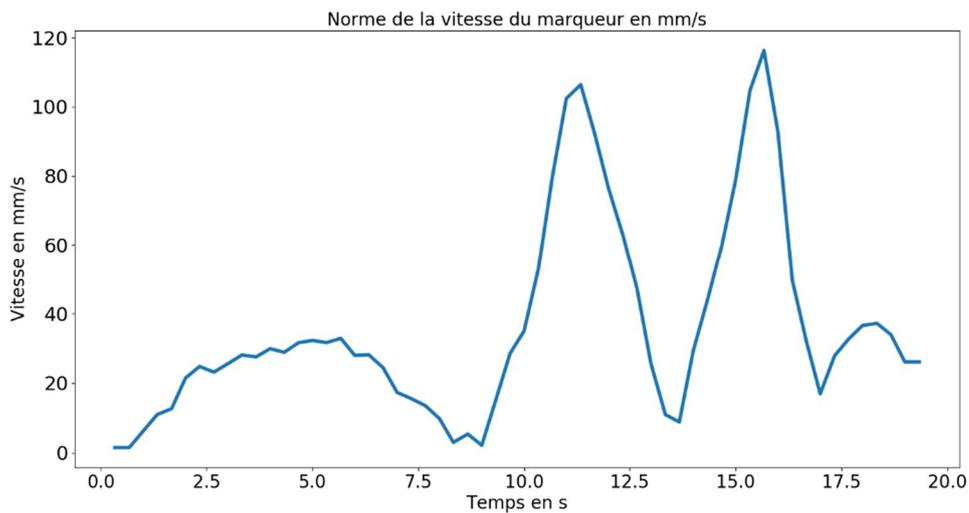


Figure 5 : Norme (en  $mm \cdot s^{-1}$ ) de la vitesse de l'effecteur au cours du temps

**Question 4 :** Le robot à concevoir devra répondre aux exigences définies en annexe A1. Aura-t-il une capacité en vitesse suffisante pour reproduire ce mouvement enregistré ?

## 2. Validation de l'exigence de mobilité de l'instrument chirurgical

Cette partie a pour objectif la vérification de l'exigence id = "1.2" : Les mobilités de l'outil de chirurgie commandé par le robot doivent être identiques à celles d'un outil de chirurgie commandé manuellement par le chirurgien au cours d'une intervention mini-invasive classique.

### 2.1 Paramétrage du mouvement à reproduire par le robot.

Lors d'une intervention mini-invasive classique, les instruments (voir figure 6) sont insérés dans le corps du patient par l'intermédiaire d'un trocart qui permet d'assurer la liberté de mouvement, tout en garantissant l'étanchéité avec le milieu extérieur.

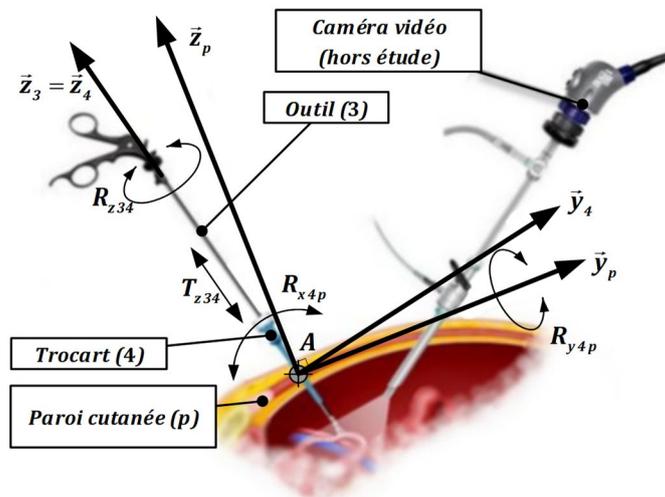


Figure 6 : Implantation de l'outil chirurgical et du trocart dans la paroi cutanée du patient ; représentation des mobilités. (Le plan  $(A, \vec{y}_3, \vec{z}_3)$  n'est pas dans le plan de projection du schéma)

Définition des repères :

- Repère lié au patient ( $p$ ) :  $(A, \vec{x}_p, \vec{y}_p, \vec{z}_p)$ , le point  $A$  étant le point d'insertion du trocart (4) à la surface du corps du patient et  $\vec{z}_p$  le vecteur directeur de la normale extérieure.
- Repère lié au trocart (4) :  $(A, \vec{x}_4, \vec{y}_4, \vec{z}_4)$ , le point  $A$  étant le point d'insertion du trocart (4) à la surface du corps du patient et  $\vec{z}_4$  le vecteur directeur de l'axe du trocart (4).
- Repère lié à l'outil (3) :  $(A, \vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_3)$ , le point  $A$  étant le point d'insertion du trocart (4) à la surface du corps du patient et  $\vec{z}_3$  le vecteur directeur de l'axe l'outil (3).

Du fait de l'élasticité de la paroi cutanée, le trocart peut s'incliner autour du point  $A$ , fixe par rapport au patient, autour des axes  $(A, \vec{x}_p)$  et  $(A, \vec{y}_p)$ . L'outil, lui, peut tourner dans le trocart autour de l'axe  $(A, \vec{z}_3)$  et translater dans la direction  $\vec{z}_3$ .

**Description des mobilités :**

- Mobilités entre l'outil (3) et le trocart (4)
  - $T_{z34}$  : Translation rectiligne de direction  $\vec{z}_3$
  - $R_{z34}$  : Rotation d'axe  $(A, \vec{z}_3)$
  - Aucune autre mobilité possible
- Mobilités entre le trocart (4) et le patient (p)
  - $R_{x4p}$  : Rotation d'axe  $(A, \vec{x}_4)$
  - $R_{y4p}$  : Rotation d'axe  $(A, \vec{y}_4)$
  - Aucune autre mobilité possible

**Notation :**

Pour la suite de l'étude, on notera le torseur cinématique relatif à la liaison entre groupe fonctionnel  $j$  et le groupe fonctionnel  $i$ , décrivant la vitesse de  $j$  par rapport à  $i$  et écrit au centre de liaison  $M$ , dans la base  $B_i$  :

$$V\{j/i\} = \left\{ \begin{matrix} p_{ji} \cdot \vec{x}_i + q_{ji} \cdot \vec{y}_i + r_{ji} \cdot \vec{z}_i \\ u_{ji} \cdot \vec{x}_i + v_{ji} \cdot \vec{y}_i + w_{ji} \cdot \vec{z}_i \end{matrix} \right\}_M = \left\{ \begin{matrix} p_{ji} & u_{ji} \\ q_{ji} & v_{ji} \\ r_{ji} & w_{ji} \end{matrix} \right\}_{M, B_i}$$

**Question 5 :** À partir de la description des mobilités, écrire les torseurs cinématiques  $V\{4/p\}$  et  $V\{3/4\}$ . Les deux torseurs seront écrits au point de liaison  $A$  et dans la base liée au trocart (4). Donner le nom de chacune des deux liaisons  $L(4/p)$  et  $L(3/4)$ .

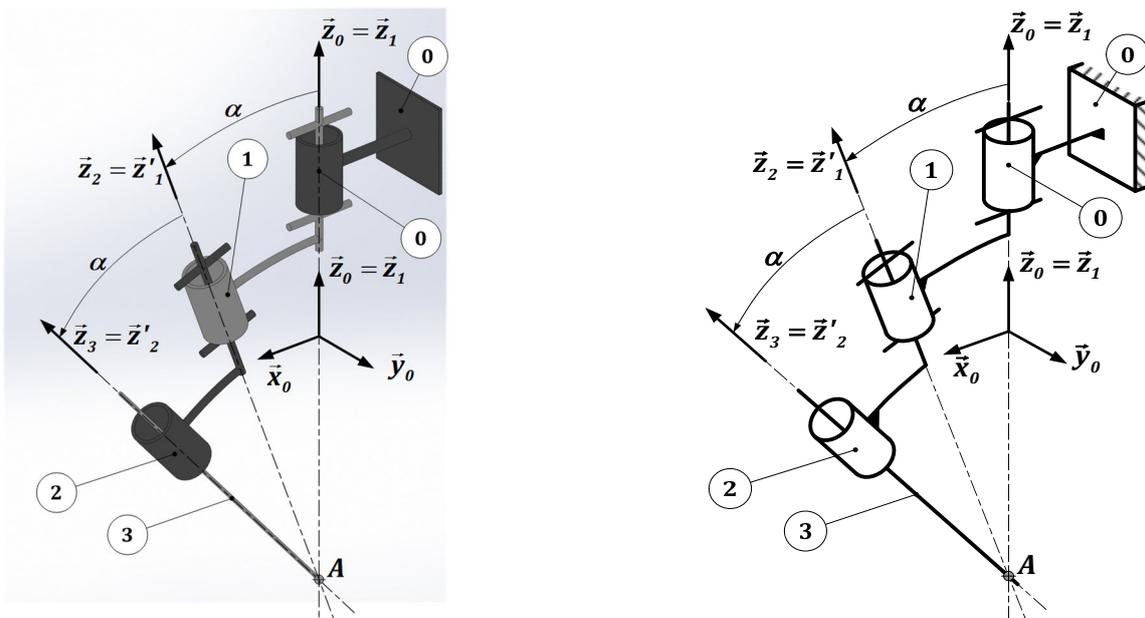
**Question 6 :** En appliquant le principe de composition des vitesses, déduire de ce qui précède le torseur cinématique  $V\{3/p\}$  qui caractérisera les mouvements que le robot devra pouvoir transmettre à l'outil de chirurgie (3). Donner le nom de la liaison équivalente  $L_{eq}(3/p)$  qui remplacerait l'assemblage des deux liaisons  $L(4/p)$  et  $L(3/4)$ . On précisera également les éléments caractéristiques de cette liaison : axe, centre, ...

**2.2 Proposition d'une architecture pour le Robot de chirurgie.**

L'équipe RobioSS de l'institut de recherche Pprime (CNRS, Université de Poitiers) propose une architecture innovante, différente des solutions plus classiques, qui elles, sont basées autour d'une structure "épaule" - "coude" - "poignet".

Cette solution est bâtie à partir de trois liaisons élémentaires (deux liaisons "pivot" et une liaison "pivot glissant"), non parallèles.

Un schéma est donné dans les figures suivantes :



**Figure 7 : Modèle cinématique de la solution architecturale proposée par l'équipe RobioSS de l'institut de recherche Pprime. Les schémas sont proposés pour une configuration particulière :  $\theta_1 = 0$  ;  $\theta_2 = 0$  et  $\theta_3 = 0$  (voir figures de définition des angles en annexes A5 et A6)**

Le point  $A$  est le point central du trocart, et l'outil (3), comme pour une intervention sans l'assistance du robot, coulisse et tourne librement dans le guide du trocart.

**Question 7 :** Écrire les torseurs cinématiques de chacune des liaisons, au point  $A$  et dans une base liée à la liaison ( $V\{j/i\}$  écrit dans la base  $B_j, B_i$  ou  $B'_i$ ; voir définition des bases en annexe A6). On fera apparaître dans l'écriture de ces torseurs les vitesses  $\dot{\theta}_1, \dot{\theta}_2, \dot{\theta}_3$  et  $\dot{z}_{32}$ . (Voir figures de définition des angles en annexe A6 et  $\dot{z}_{32}$  représente la vitesse de translation de l'outil (3) par rapport au bras (2), de direction  $\vec{z}_3 = \vec{z}'_2$ ).

**Question 8 :** En utilisant le principe de composition des vitesses, déduire de ce qui précède le torseur cinématique  $V\{3/0\}$ . Ce torseur sera écrit au point  $A$ , dans son expression la plus condensée et en fonction des vitesses  $\dot{\theta}_1, \dot{\theta}_2, \dot{\theta}_3$  et  $\dot{z}_{32}$ .

Ce torseur cinématique, exprimé dans la base  $B_3$  ( $\vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_3$ ) est :

$$V\{3/0\} = \left\{ \begin{array}{l} \sin\alpha \cdot (\sin\theta_2 \cdot \sin\theta_3 - \cos\alpha \cdot \cos\theta_3 (1 + \cos\theta_2)) \cdot \dot{\theta}_1 - \sin\alpha \cdot \cos\theta_3 \cdot \dot{\theta}_2 \\ \sin\alpha \cdot (\cos\alpha \cdot \sin\theta_3 \cdot (1 + \cos\theta_2) + \sin\theta_2 \cdot \cos\theta_3) \cdot \dot{\theta}_1 + \sin\alpha \cdot \sin\theta_3 \cdot \dot{\theta}_2 \\ (\cos^2\alpha - \sin^2\alpha \cdot \cos\theta_2) \cdot \dot{\theta}_1 + \cos\alpha \cdot \dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3 \end{array} \middle| \begin{array}{l} 0 \\ 0 \\ \dot{z}_{32} \end{array} \right\}_{A, B_3}$$

**Question 9 :** Expliquez comment, à partir du torseur exprimé sous la forme condensée de la question 8, on aboutit à la forme donnée ci-dessus, dans la base  $B_3$  ( $\vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_3$ ). On ne demande pas de faire les calculs.

### 2.3 Vérification de l'architecture du robot de chirurgie proposée.

#### Étude d'une configuration particulière :

On suppose que la position de référence de l'étude est celle décrite par la figure 8 :

$$\theta_1 = -\frac{\pi}{4}; \theta_2 = \frac{\pi}{4} \text{ et } \theta_3 = 0$$

Par construction (choix du concepteur) :  $\alpha = 30^\circ$

Lorsque le robot est dans cette position, on suppose que le chirurgien ordonne un déplacement tel que le torseur cinématique est :

$$V\{3/0\} = \left\{ \begin{array}{l} 0 \\ \dot{\psi} \\ 0 \end{array} \middle| \begin{array}{l} 0 \\ 0 \\ \dot{z}_{32} \end{array} \right\}_{A, R_3}$$

$\dot{\psi}$  et  $\dot{z}_{32}$  sont supposés connus.

Après application numérique, et à partir de la posture de départ étudiée, le torseur cinématique de commande du robot doit être alors :

$$V\{3/0\} = \left\{ \begin{array}{l} -0,739 \cdot \dot{\theta}_1 - 0,500 \cdot \dot{\theta}_2 \\ 0,354 \cdot \dot{\theta}_1 \\ 0,573 \cdot \dot{\theta}_1 + 0,866 \cdot \dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3 \end{array} \middle| \begin{array}{l} 0 \\ 0 \\ \dot{z}_{32} \end{array} \right\}_{A, R_3}$$

**Question 10 :** Montrer qu'il existe une et une seule solution pour les commandes moteurs  $\dot{\theta}_1, \dot{\theta}_2$  et  $\dot{\theta}_3$ , à l'instant considéré, pour reproduire le mouvement désiré par le chirurgien.

#### Généralisation :

**Question 11 :** Expliquer pourquoi, à partir de l'étude de la configuration précédente, on peut raisonnablement faire l'hypothèse que l'architecture du robot proposée est correcte.

#### Remarques :

En réalité, il existe des positions singulières qui ne permettent pas d'avoir à chaque fois une solution de commande.

Un algorithme de commande permet alors de les identifier et de prendre en compte ce type d'évènement pour néanmoins générer une commande satisfaisante.

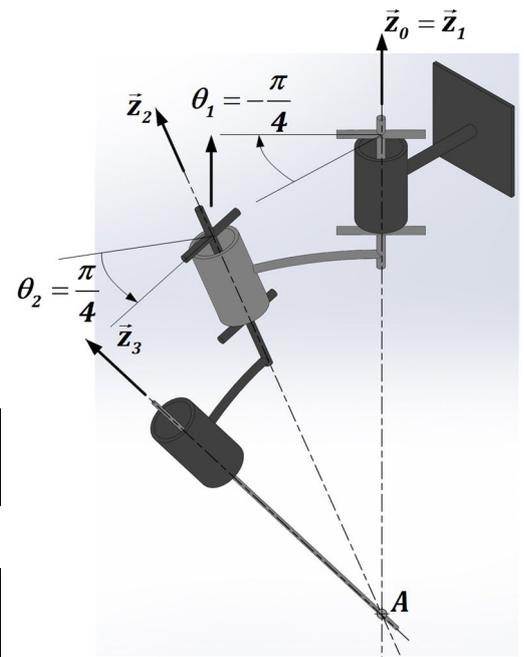


Figure 8 : Position de référence :

$$\theta_1 = -\frac{\pi}{4}; \theta_2 = \frac{\pi}{4} \text{ et } \theta_3 = 0$$

Exemple de singularité :

- Position :  $\theta_1 = 0$  ;  $\theta_2 = -\pi$  et on veut  $V\{3/0\} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ \dot{\psi} & 0 \\ 0 & \dot{z}_{32} \end{pmatrix}_{A,R_3}$

La détermination de la loi de commande est complexe puisqu'il faut déterminer les lois de commande des 4 axes du robot (trois rotations et une translation) en fonction de ce que veut le chirurgien.

Il est relativement facile de calculer les composantes de  $V\{3/0\}$  à partir de  $\theta_1, \theta_2, \theta_3, z_{32}, \dot{\theta}_1, \dot{\theta}_2, \dot{\theta}_3$  et  $\dot{z}_{32}$ . En revanche, la loi inverse (on parle en robotique de commande inverse), celle qui intéresse le pilotage des moteurs, est beaucoup plus délicate à obtenir et dépasse le cadre de cette étude.

### 3. Vérification du choix des actionneurs

**Cette partie a pour objectif la vérification de l'exigence id = "1.3" : l'extrémité de l'outil de chirurgie doit suivre le mouvement commandé par le chirurgien avec une erreur dynamique de moins de 1%.**

#### 3.1 Étude cinématique : Estimation de l'accélération à imposer dans le moteur de l'axe 1 (M1).

Le schéma cinématique du robot est donné en annexe A5, avec les paramètres géométriques et inertiels.

Les exigences imposées par le cahier des charges précisent que le robot doit être capable de réaliser un demi-tour, autour de chacun de ses axes, en moins de 1 s.

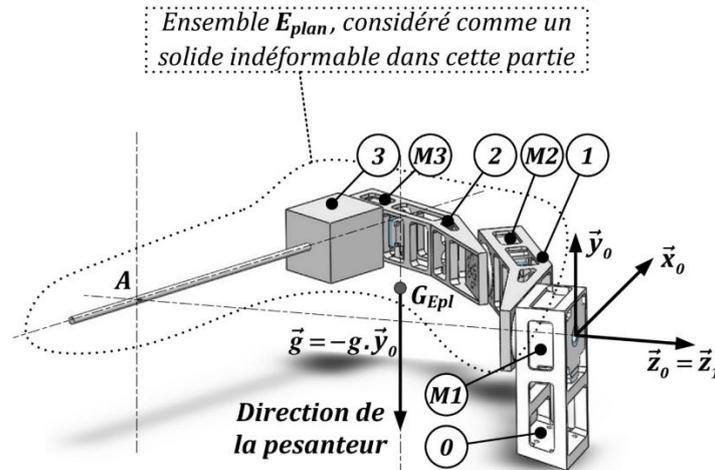
Cela signifie que le moteur **M1** doit être capable d'engendrer ce demi-tour à l'ensemble constitué des solides : **1, M2, 2, M3 et 3**.

Le moteur **M1** prédéterminé est référencé : **FHA – 14 C** avec un coefficient de réduction (ratio) de **50**. (Voir annexe A8)

Il apparaît que, une des situations critiques envisageables est lorsque les deux bras du robot restent dans une configuration plane, complètement déployée, et que ce plan est, en position initiale, le plan horizontal. À partir de cette configuration initiale, on commande l'axe du bras **1** pour que l'ensemble décrive un demi-tour.

**L'ensemble étudié est donc modélisable par un même solide rigide noté  $E_{plan}$ .**

$E_{plan} = \{1, M2, 2, M3, 3\}$  lorsque l'ensemble reste en position plane

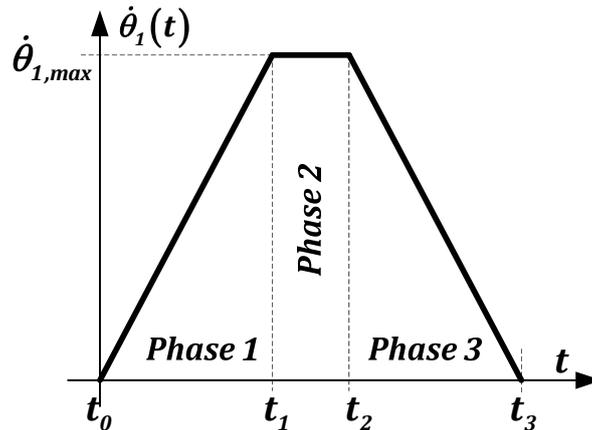


**Figure 9 : Description de l'ensemble étudié, en position initiale :  $\theta_1(t = 0) = 0$  et  $\forall t, \theta_2 = \theta_3 = 0$ . Le centre de masse de l'ensemble  $E_{plan}$  est  $G_{Epl}$ .**

**Description analytique du mouvement étudié** (Voir également le graphe de l'évolution de la vitesse  $\theta_1(t)$ , figure 10 et la visualisation du mouvement figure 11) :

- Le moteur **M3** est supposé bloqué :  $\forall t, \theta_3 = 0$
- Le moteur **M2** est supposé bloqué :  $\forall t, \theta_2 = 0$   
(L'ensemble  $E_{plan}$  reste donc en configuration plane)
- Pour le moteur **M1** :
  - Pour  $t_0 = 0$  s :  $\theta_1(t = 0) = 0$  ,  $\dot{\theta}_1(t = 0) = 0$
  - Phase 1 : Pour  $0 < t \leq t_1$  :  $\ddot{\theta}_1(t) = \ddot{\theta}_1$  (où  $\ddot{\theta}_1$  est une constante positive, pour engendrer une rotation positive autour de l'axe  $(A, \vec{z}_1)$ , qui s'oppose à la pesanteur : voir figures géométrales en annexe).
  - Phase 2 : Pour  $t_1 < t \leq t_2$  :  $\ddot{\theta}_1(t) = 0$  et  $\dot{\theta}_1(t) = \dot{\theta}_{1,max} = \omega_M$  (vitesse nominale du moto-réducteur :  $N_M = 60$  tr/min ; voir document technique en annexe A8).

- Phase 3 : Pour  $t_2 < t \leq t_3$  :  $\ddot{\theta}_1(t) = -\ddot{\theta}_1$  (où  $\ddot{\theta}_1$  est la même constante positive que pour la phase d'accélération entre les dates 0 et  $t_1$ ).
- Pour  $t = t_3$  :  $\theta_1(t = t_3) = \pi \text{ rad}$  ;  $\dot{\theta}_1(t = t_3) = 0$ .

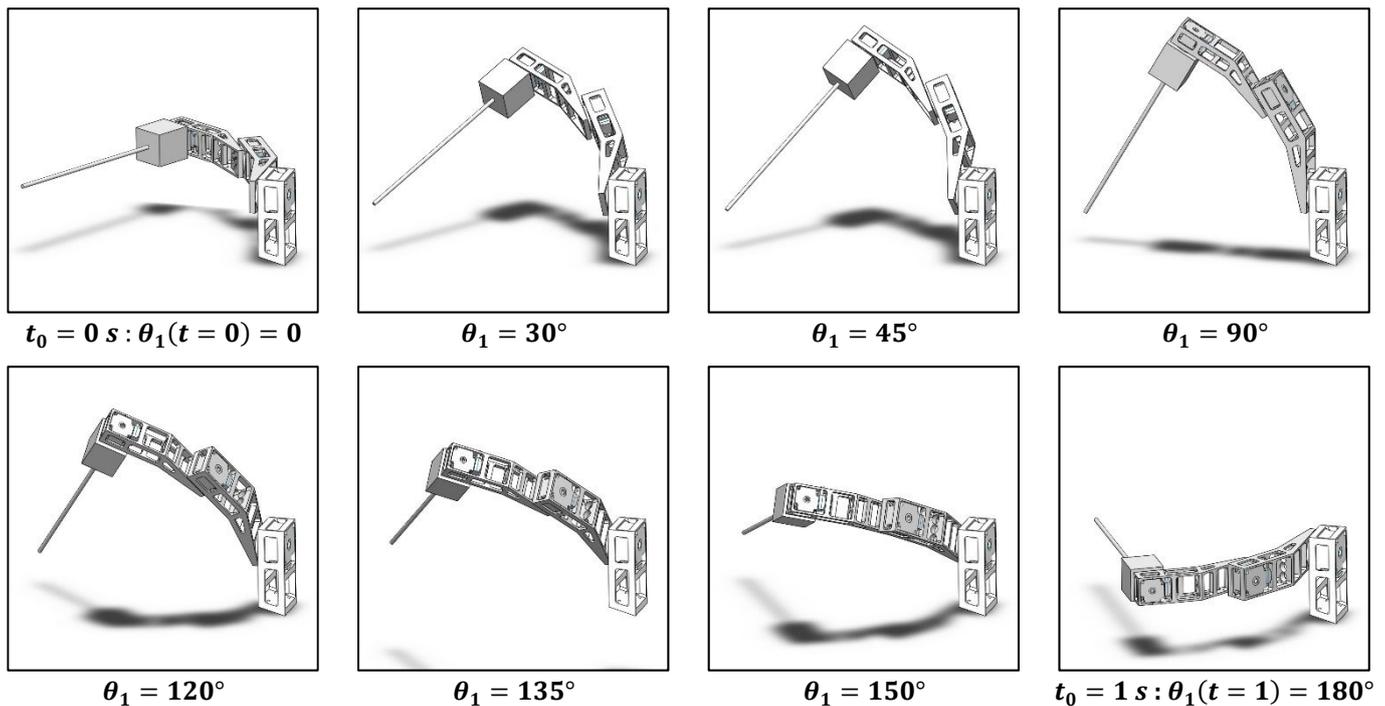


**Figure 10 :** Évolution de la vitesse de rotation de l'ensemble  $E_{plan}$ , par rapport au support fixe 0

Pour respecter les exigences, il faut donc :

- $t_3 = 1 \text{ s}$
- $\theta_1(t = t_3) = \theta_{1,max} = \pi \text{ rad}$
- $\dot{\theta}_1(t = t_3) = 0 \text{ rad.s}^{-1}$
- Pour  $t_1 < t \leq t_2$  :  $\ddot{\theta}_1(t) = 0$  et  $\dot{\theta}_1(t) = \dot{\theta}_{1,max} = 6,28 \text{ rad.s}^{-1}$

Les figures 11 suivantes décrivent le mouvement étudié dans cette partie.



**Figure 11 :** Visualisation du mouvement étudié dans cette partie

**Question 12 :** Etablir l'expression littérale donnant  $\theta_{1,max}$  en fonction de  $\dot{\theta}_{1,max}$ ,  $t_1$ ,  $t_2$  et  $t_3$ .

Ecrire une relation simple donnant  $t_2$  en fonction de  $t_1$  et  $t_3$ .

Ecrire une relation simple donnant  $t_1$  en fonction de  $\dot{\theta}_{1,max}$  et  $\ddot{\theta}_1$ .

Établir l'expression littérale de  $\ddot{\theta}_1$ , l'accélération durant la phase 1, en fonction de  $\dot{\theta}_{1,max}$ ,  $\theta_{1,max}$  et  $t_3$  (on rappelle que pour la phase 3, la décélération a le même module que l'accélération en phase 1).

**Question 13 :** Calculer  $\ddot{\theta}_1$ , l'accélération qu'il faudra imposer au moteur **M1** pour réaliser le mouvement

Pour la suite de l'étude, on prendra  $\ddot{\theta}_1 = 15 \text{ rad.s}^{-2}$ , valeur un peu supérieure à la valeur calculée précédemment.

### 3.2 Étude cinétique : Estimation du couple à imposer dans le moteur de l'axe 1 (M1).

L'étude cinétique suivante va permettre d'évaluer le moment d'inertie de l'ensemble  $E_{plan}$  autour de l'axe de rotation ( $O_1, \vec{z}_1$ ).

#### 3.2.1. Moment d'inertie du bras 1.

L'extrait de plan de définition du bras 1, figure 12 ci-dessous, définit la géométrie du bras 1 relativement au repère lié au solide  $R_1(O_1, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ . La figure 13 montre une vue en perspective du bras 1 et situe cette perspective relativement au repère  $R_1$  et à la base galiléenne  $B_0$ .

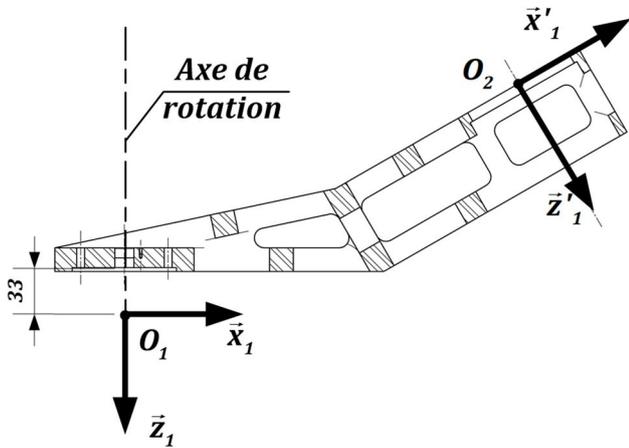


Figure 12 : Extrait du dessin de définition du bras 1

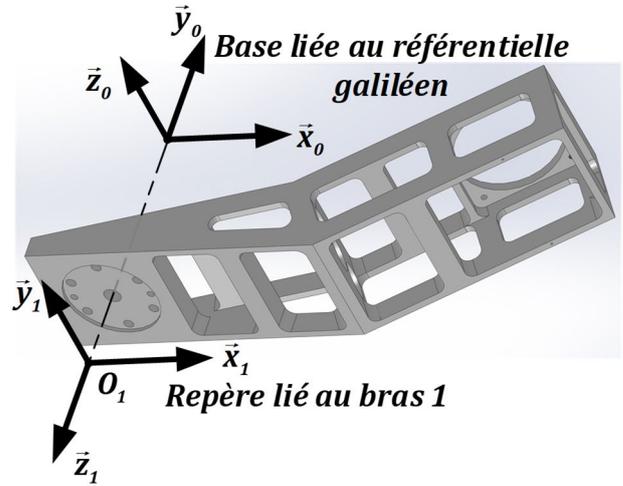


Figure 13 : Vue en perspective du bras 1 avec définition du repère  $R_1(O_1, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$  et de la base galiléenne  $B_0(\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$  pour  $\theta_1 = 0$ .

La matrice d'inertie du bras 1 a été estimée à partir de son modèle numérique, réalisé à l'aide d'un modèleur 3D. Elle a été exprimée dans la base  $B_1(\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$  et au point  $O_1$ .

$$\bar{I}(O_1, 1) = \begin{pmatrix} 2,7 \cdot 10^{-3} & 0 & 40,0 \cdot 10^{-3} \\ 0 & 10,4 \cdot 10^{-3} & 0 \\ 40,0 \cdot 10^{-3} & 0 & 8,4 \cdot 10^{-3} \end{pmatrix}_{B_1} \quad (\text{en } kg \cdot m^2)$$

**Question 14 :** Expliquez pourquoi deux des produits d'inertie de  $\bar{I}(O_1, 1)$  du bras 1 sont nuls.

**Question 15 :** Dédurre de la matrice  $\bar{I}(O_1, 1)$ , la valeur numérique du moment d'inertie noté  $J_1$  du solide 1 autour de l'axe de rotation ( $O_1, \vec{z}_1$ ).

#### 3.2.2. Moment d'inertie du moteur M2.

L'image figure 14 montre un modèle géométrique numérique de l'assemblage du bras 1 et du moteur M2.

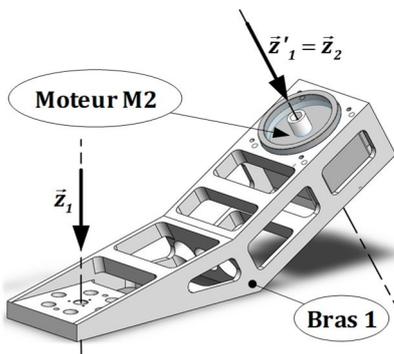


Figure 14 : Vue 3D de l'assemblage du bras 1 et du moteur M2 (image issue d'un modèle numérique réalisé sur modèleur 3D)

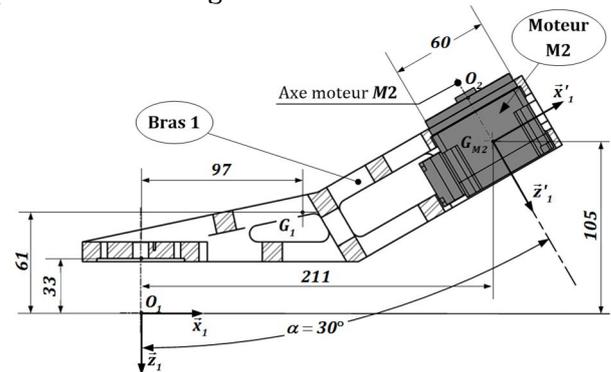


Figure 15 : Dessin de l'assemblage du bras 1 et du moteur M2

On suppose que le moteur M2 est modélisable, du point de vue inertiel, par une masse ponctuelle. La masse de ce moteur est  $m_{M2} = 600 \text{ g}$ .

Après implantation dans le bras 1, la position du centre de masse  $G_{M2}$  du moteur M2 est donnée par :

$$\vec{O_1 G_{M2}} = x_{1M2} \cdot \vec{x}_1 + z_{1M2} \cdot \vec{z}_1 = 211 \cdot \vec{x}_1 - 105 \cdot \vec{z}_1 \quad (\text{en } mm)$$

**Question 16 :** Justifier l'hypothèse simplificatrice de masse ponctuelle.

**Question 17 :** Donner l'expression du moment d'inertie noté  $J_{M2}$  du moteur **M2** autour de l'axe de rotation  $(O_1, \vec{z}_1)$  en fonction de la masse  $m_{M2}$  et des composantes du vecteur  $\vec{O_1 G_{M2}}$  et faire l'application numérique.

### 3.2.3. Moment d'inertie équivalent de l'ensemble en configuration plane.

**Rappel :** L'ensemble étudié est modélisé par un même solide rigide noté  $E_{plan}$ . On suppose donc que les moteurs **M2** et **M3** sont bloqués avec  $\theta_2 = 0$  et  $\theta_3 = 0$ . (Voir schéma cinématique en annexe A5 et figures 9 et 11.)

Une étude cinétique menée sur le bras **2**, le moteur **M3** et l'outil **3**, permet une évaluation du moment d'inertie de l'ensemble  $E_{plan}$  autour de l'axe de rotation  $(O_1, \vec{z}_1)$  :

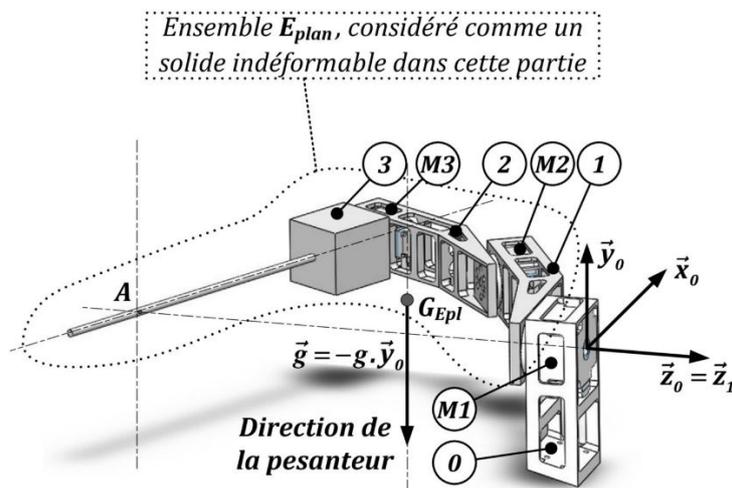
$$J_{E,plan} = 0,120 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

### 3.3 Étude énergétique. Évaluation du couple moteur nécessaire au mouvement.

On suppose que toutes les liaisons sont parfaites (frottements secs et visqueux parfaitement négligeables, pas de jeu significatif dans les assemblages).

On suppose également que dans cette étude, le robot n'est pas en travail et qu'il n'y a donc pas d'effort résistant au point **A**. On étudie une phase d'approche à grande vitesse.

On suppose le robot dans sa configuration plane ( $\theta_2 = 0$ ) et on suppose qu'à la date initiale de l'étude, **le plan du robot est horizontal** :  $\theta_1(t = 0) = 0$  (voir figure 16).



**Figure 16 :** Rappel du contexte de l'étude (Ensemble  $E_{plan}$  étudié dans son mouvement autour de  $(O_1, \vec{z}_1)$ ).

On étudie le mouvement de l'ensemble (considéré comme solide rigide)  $E_{plan}$ .

**Question 18 :** Établir l'expression littérale de l'énergie cinétique  $E_c(E_{plan}/0)$  de l'ensemble  $E_{plan}$  dans son mouvement de rotation d'angle  $\theta_1(t)$  autour de l'axe de rotation  $(O_1, \vec{z}_1)$ .

On isole l'ensemble (considéré comme solide)  $E_{plan}$ .

Notation : Torseur d'effort, de  $j$  sur le solide  $i$ , écrit dans une base  $n$  et au point **A** :

$$T\{j \rightarrow i\} = \left\{ \begin{array}{l} X_{ji} \cdot \vec{x}_n + Y_{ji} \cdot \vec{y}_n + Z_{ji} \cdot \vec{z}_n \\ L_{ji} \cdot \vec{x}_n + M_{ji} \cdot \vec{y}_n + N_{ji} \cdot \vec{z}_n \end{array} \right\}_A$$

On note  $G_{Epl}$ , le centre de masse (centre de gravité) de l'ensemble  $E_{plan}$ .

$$\vec{O_1 G_{Epl}} = x_{Epl} \cdot \vec{x}_1 + z_{Epl} \cdot \vec{z}_1 = 215 \cdot \vec{x}_1 - 170 \cdot \vec{z}_1 \quad (\text{en mm})$$

On note  $m_{Epl}$ , la masse totale de l'ensemble  $E_{plan}$ .

$$m_{Epl} = 2,05 \text{ kg}$$

**Question 19 :** Écrire, sous forme de torseurs, le bilan des actions mécaniques extérieures qui s'appliquent à  $E_{plan}$ . On rappelle que la direction verticale, sens ascendant, est portée par le vecteur  $\vec{y}_0$ . On rappelle également que l'objectif principal de l'étude est d'évaluer le couple nécessaire, noté  $C_m$ , délivré par le moteur **M1**, pour réaliser le mouvement considéré.

**Question 20 :** Écrire l'expression des puissances extérieures qui s'appliquent sur l'ensemble  $E_{plan}$ .

On déduit de ce qui précède, l'équation du mouvement suivante :

$$C_m = J_{E,plan} \cdot \ddot{\theta}_1 + m_{Epl} \cdot g \cdot x_{Epl} \cdot \cos(\theta_1)$$

**Question 21 :** Expliquer comment est établie cette équation. Poser les équations qui permettent son écriture.

**Question 22 :** Calculer le couple maximal  $C_{m,maxi}$  que le moteur doit être en mesure de fournir pour réaliser le mouvement.

La documentation "constructeur" du moteur **M1** est donnée en annexe A8.

Le moteur utilisé est référencé : **FHA – 14 C** avec un coefficient de réduction (ratio) de **50: FHA – 14 C – 50**

**Question 23 :** Vérifier que le couple maximal  $C_{m,maxi}$  demandé au moteur pour réaliser le mouvement est acceptable : À comparer avec le couple maximal admissible ("Maximum output torque")

### 3.3.1. Validation du choix du moteur – Analyse d'une simulation numérique.

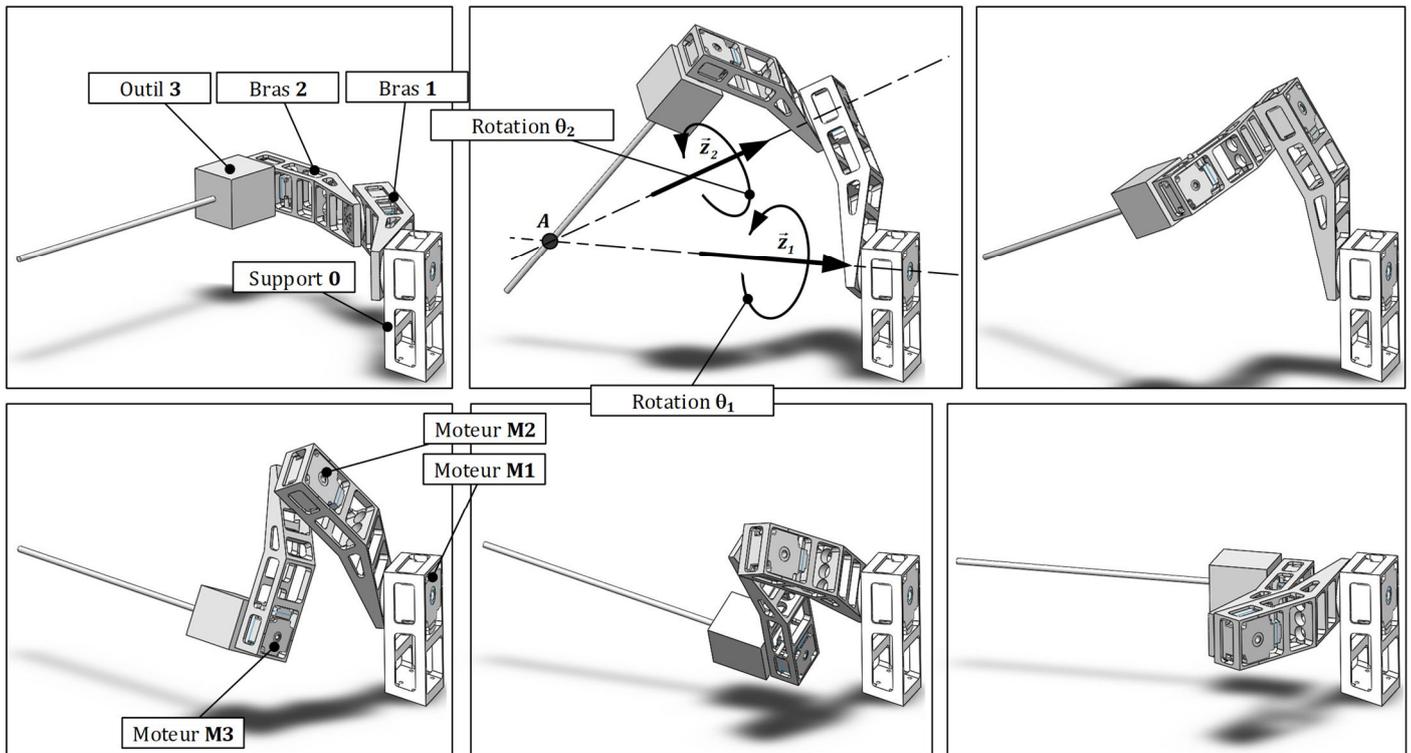
On remarque que le couple  $C_{m,maxi}$  dépasse le couple continu rotor bloqué ("Continuous stall torque" dans la documentation du moteur donné en annexe A8).

Il faut donc procéder à une vérification supplémentaire, en évaluant le couple thermique équivalent.

Cette étude est réalisée à l'aide d'une modélisation numérique, qui permet de vérifier le comportement du moteur pour un mouvement encore plus critique que celui adopté jusqu'ici.

Le robot ne reste plus en configuration plane, le bras **1** fait toujours un demi-tour en **1 s** pendant que le bras **2** fait lui aussi un demi-tour, dans le même sens, pendant ce même laps de temps.

Ce mouvement est décrit en images sur les figures 17 ci-dessous :



**Figure 17 : Description du mouvement critique du robot**

Le solveur dynamique lié au modèle numérique a permis de tracer la courbe du couple nécessaire dans le moteur **M1** en fonction du temps, pour le mouvement critique étudié. Le tracé est présenté sur la figure 18, page suivante.

**Question 24 :** En le comparant au couple maximal admissible par le moteur ("maximum output torque"), vérifier que le couple maximal  $C_{m,maxi}$  demandé au moteur pour réaliser le mouvement est acceptable. Justifier cette conclusion.

Le constructeur indique que le couple thermique équivalent se calcule de la façon suivante :

$$C_{th,eq} = \sqrt{\frac{\int_0^{t_3} C_m^2(t) \cdot dt}{t_3}}$$

Le couple équivalent thermique, calculé sur tout le cycle (de  $t = 0$  à  $t = t_3$ ) doit être inférieur ou égal au couple continu rotor bloqué ("Continuous stall torque" dans la documentation du moteur donné en annexe A8).

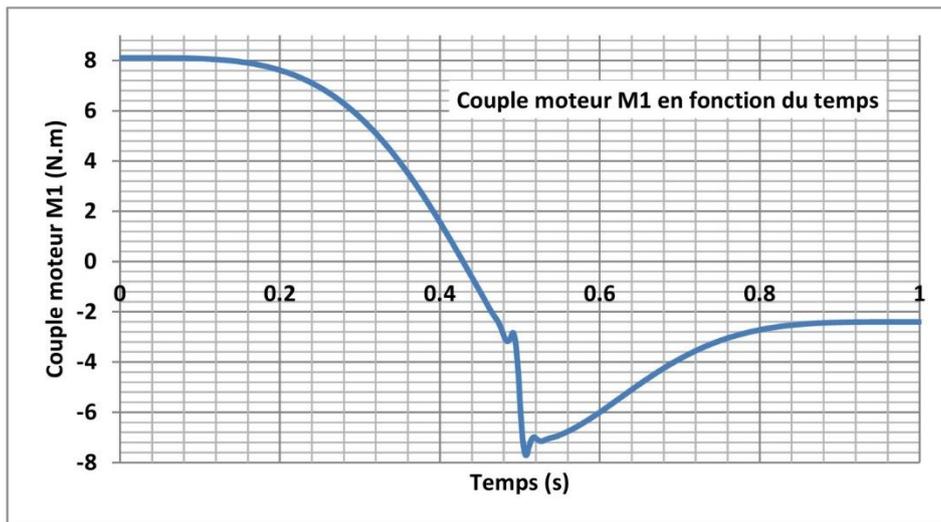


Figure 18 : Couple nécessaire dans le moteur M1 en fonction du temps

Le logiciel donne un fichier "résultats" de type texte (.csv) avec (voir extrait du fichier ci-après) :

- En première ligne : le nom des variables enregistrées :
  - Le temps : **Temps(s)**
  - Le couple calculé : **Mz(N.m)**
- Lignes suivantes : les valeurs de temps et de couple, séparées par un "point-virgule".
- En première colonne : les dates (en s) de chaque évaluation du couple, échelonnées tous les 1/100<sup>ème</sup> de seconde.
- En seconde colonne : le couple calculé (en N.m)

```
Temps(s);Mz(N.m)
0.00;8.106826624
0.01;8.106820573
0.02;8.106765137
0.03;8.106548466
.....;.....
0.98;-2.400083008
0.99;-2.400063477
1.00;-2.400063477
```

Extrait du fichier "resultats.csv"

Un script python, a été ébauché. Il est dans le "cahier réponses", question 25.

Ce script :

- lit le fichier csv (**resulat.csv**) et engendre deux listes, l'une étant la liste des dates, et l'autre la liste des couples calculés ;
- calcule le couple thermique équivalent : variable **cth** : c'est cette partie qu'il vous est demandé de réaliser ;
- affiche le résultat du couple thermique équivalent.

**Question 25 :** Proposer, en respectant le nom des variables et autres paramètres préétablis dans le script, les lignes de script qui permettront d'évaluer le couple thermique équivalent **cth**.

Après écriture du script qu'il vous a été demandé de réaliser à la question précédente, et après son exécution, l'évaluation du couple thermique équivalent est :

$$C_{th,eq} \approx 5,2 \text{ N.m}$$

**Question 26 :** Le choix du moteur peut-il être validé ? À partir de la documentation "constructeur" en annexe A8, choisir un moteur et sa configuration qui pourrait mieux convenir du point de vue du couple thermique.

## 4. Validation de l'architecture de commande et des performances de l'axe de translation du robot esclave

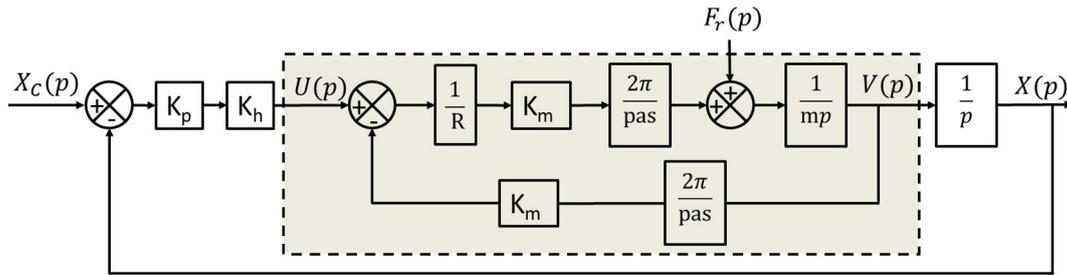
Cette partie a pour objectif la vérification de l'exigence id ="1.4" : Le robot maître doit être asservi en position afin de reproduire le mouvement effectué par le chirurgien sur le robot esclave.

### 4.1 Reproduction précise du mouvement du chirurgien

Nous allons valider que l'architecture de commande de l'axe de translation de l'outil 3, disposé à l'extrémité du robot esclave, est compatible avec l'exigence de précision attendue. Cet axe de commande est composé d'un moteur associé à un système vis-écrou à billes.

**Question 27 :** A partir des diagrammes de définition de blocs et de blocs internes disponibles en annexe A3, indiquer sur votre copie ce que représente l'élément 1.

Le schéma blocs représentatif de l'architecture de commande de l'axe de translation de l'instrument chirurgical est présenté ci-dessous.



**Figure 19 : Schéma blocs représentatif de l'architecture de commande de l'axe de translation du robot esclave**

Une consigne de translation  $X_C$  est issue de la manœuvre du joystick tenu en main par le chirurgien. Celle-ci est comparée à une mesure de la position de l'extrémité de l'instrument afin de générer une commande de tension aux bornes d'un motoréducteur agissant sur l'instrument par l'intermédiaire d'un système vis-écrou.

On note :

- $K_p$  : le gain du correcteur proportionnel
- $K_h$  : le gain du hacheur associé au moteur
- $R$  : la résistance aux bornes du moteur
- $K_m$  : la constante de conversion électromécanique du motoréducteur FHA-8C-30
- $pas$  : le pas du système vis-écrou
- $m$  : la masse équivalente des ensembles mis en mouvement.

La fonction de transfert  $H_m(p)$  est définie par :

$$H_m(p) = \frac{V(p)}{U(p)} \text{ en posant } F_r(p) = 0$$

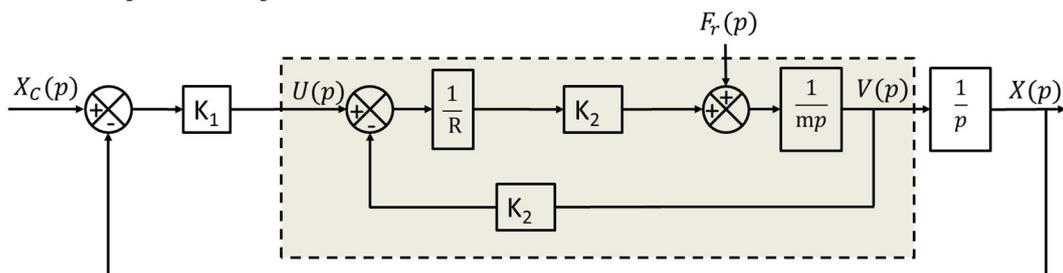
- $V(p)$  : Représente la vitesse de translation  $v(t)$  de l'outil 3 par rapport au bras 2.
- $U(p)$  : Représente la tension de commande  $u(t)$  du moteur de translation de l'outil 3 par rapport au bras 2.

**Question 28 :** Que représente  $F_r(p)$  ?

**Question 29 :** Déterminer l'expression littérale de la fonction de transfert  $H_m(p)$  sous forme canonique. Quel(s) est/sont le(s) composant(s) du système modélisé(s) par cette fonction de transfert ?

**Question 30 :** Quelle est la classe du système en boucle ouverte transformant la consigne  $X_C(p)$  en déplacement de l'instrument  $X(p)$  ? En déduire l'erreur statique de ce système soumis à un échelon d'entrée unitaire, sans perturbation  $F_r(p) = 0$ .

On simplifie le schéma précédent par le schéma suivant :



**Figure 20 : Schéma blocs simplifié représentatif de l'architecture de commande de l'axe de translation du robot esclave**

On peut démontrer qu'en posant  $X_C(p) = 0$  :

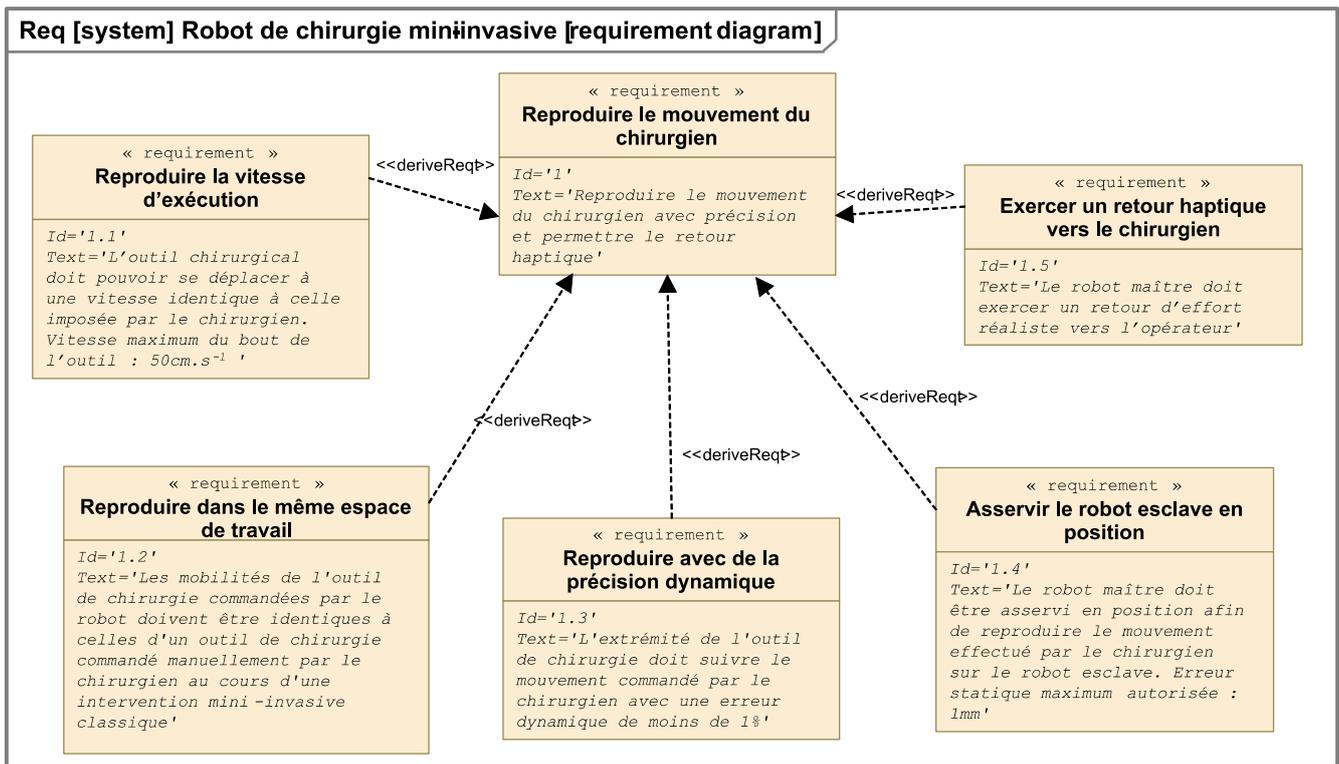
$$H_R(p) = \frac{X(p)}{F_r(p)} = \frac{R}{K_1 \cdot K_2} \frac{1}{1 + \frac{K_2}{K_1} \cdot p + \frac{m \cdot R}{K_1 \cdot K_2} p^2}$$

**Question 31 :** Quelle est l'expression littérale de l'erreur statique de positionnement de l'instrument en fonction de la force perturbatrice  $F_r(p)$  ? Réaliser l'application numérique pour une force de réaction de  $5 \text{ N}$  avec  $K_1 = 1000 \text{ V} \cdot \text{m}^{-1}$  et  $K_2$  identifié par le schéma bloc non simplifié et par les caractéristiques de la motorisation présentées dans le diagramme de définition des blocs. Conclure.

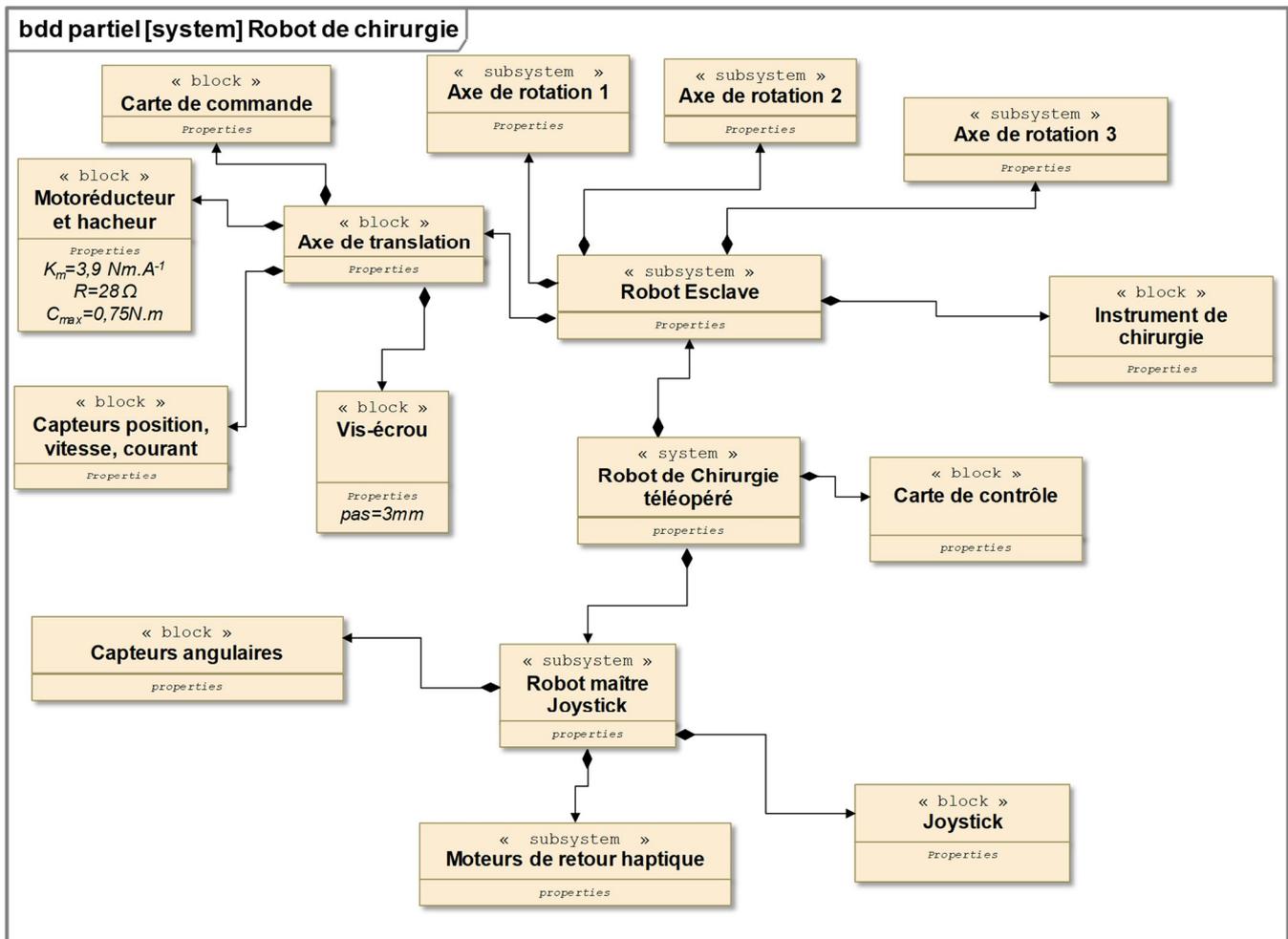




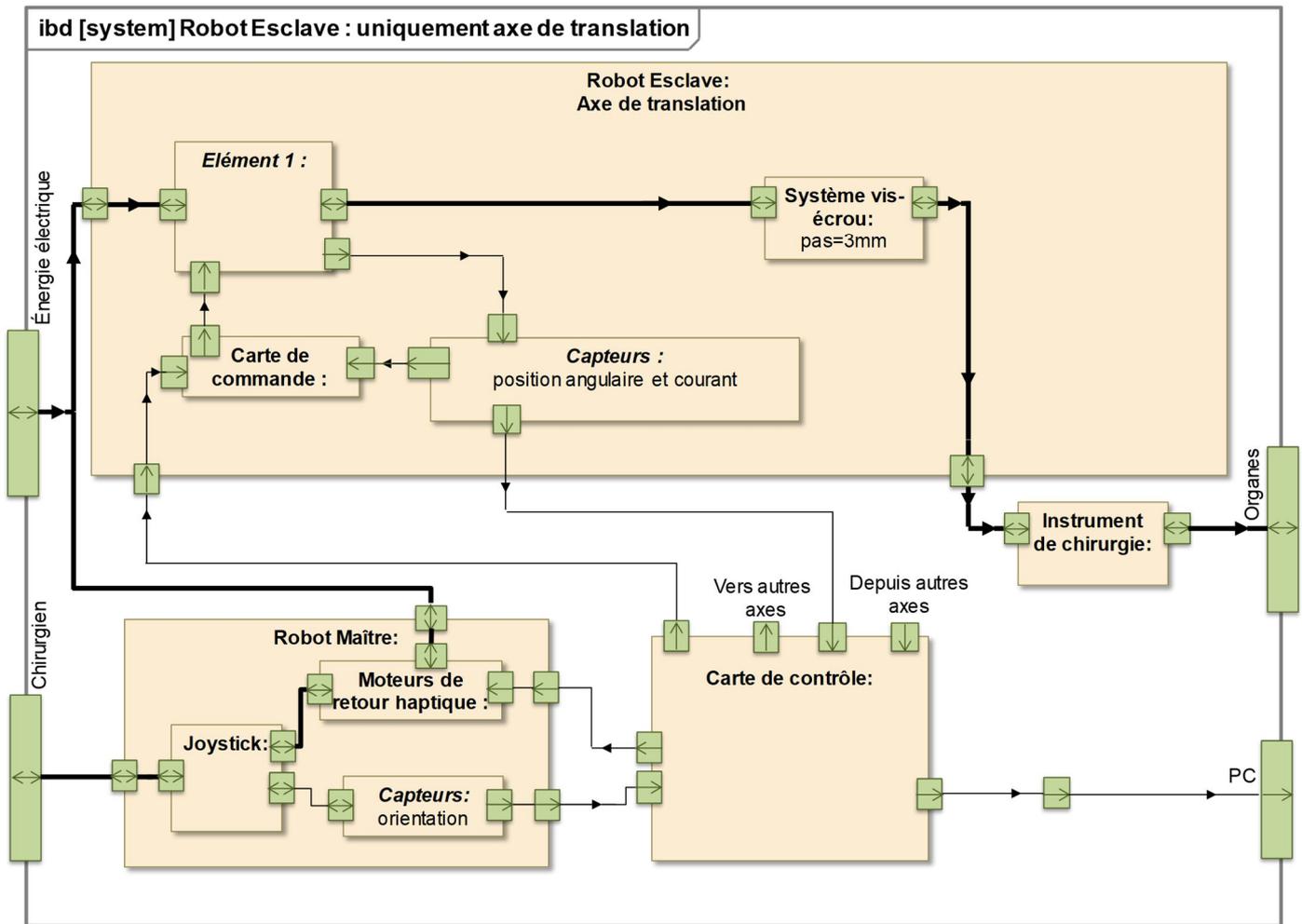
## A1. Diagramme des exigences



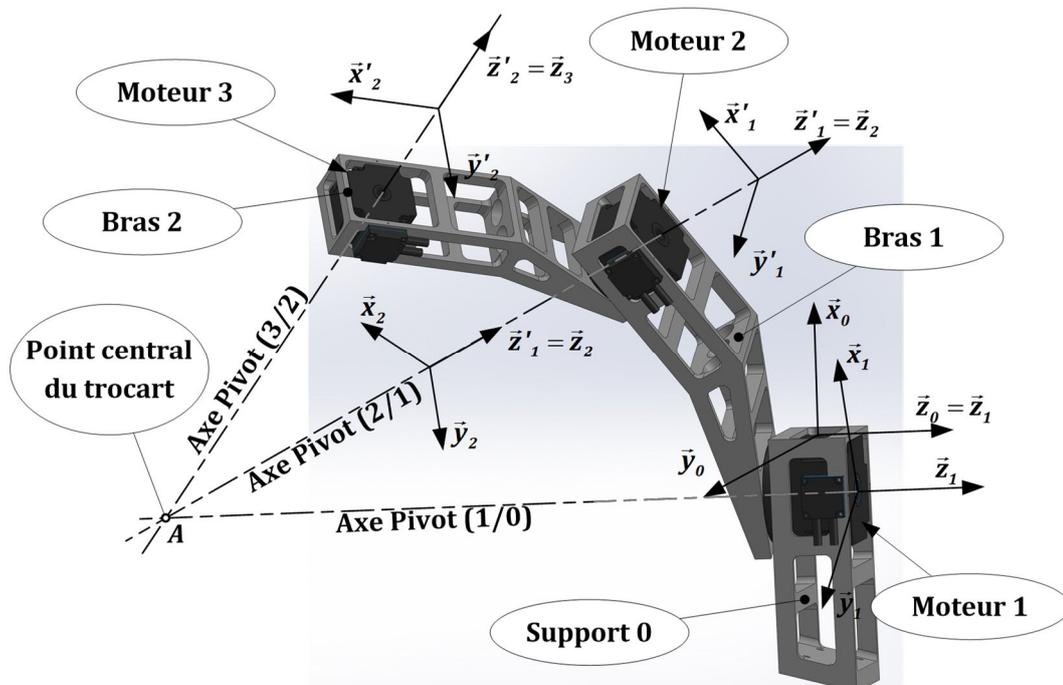
## A2. Diagramme de définition de blocs



### A3. Diagramme de blocs internes de l'axe de translation



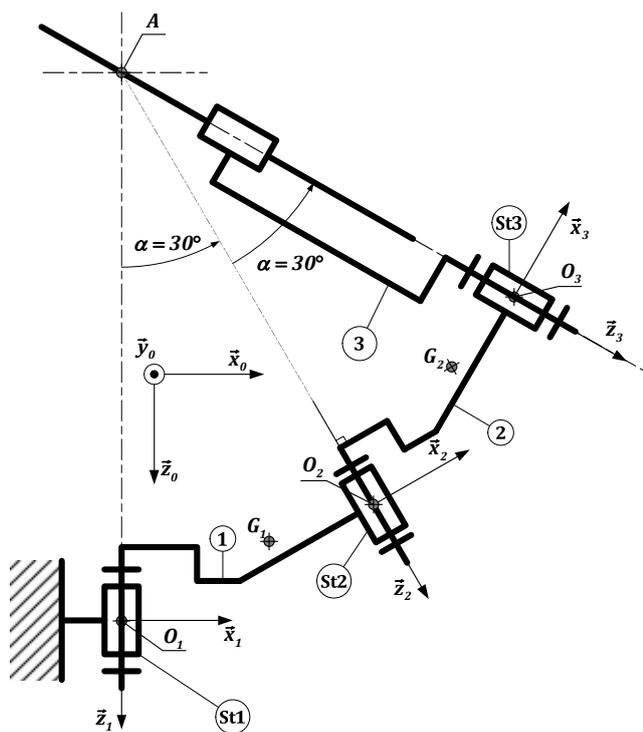
### A4. Vue en perspective du robot et bases associées



La vue en perspective est limitée à la représentation :

- d'un élément du support supposé fixe **0**
- du moteur **1** actionnant le bras **1**, du bras **1** et de son moteur **2** qui actionne le bras **2**
- du bras **2** et de son moteur **3** qui actionne la rotation de l'outil **3**, non représenté.

## A5. Schéma cinématique du robot, en position plane, horizontale



Le schéma cinématique montre le robot dans une position très particulière, qui est la position initiale pour l'étude de la partie 3.

Le plan de représentation est le plan horizontal. La verticale ascendante est portée par  $\vec{y}_0$ .

Le robot est déployé dans ce plan horizontal : (voir également, dans l'annexe suivante, les figures géométrales qui définissent les orientations des différents repères.) :

$$\theta_1 = 0 ; \theta_2 = 0$$

### Données géométriques :

- $A$  : point central du trocart
- $O_1, O_2$  et  $O_3$ , centres des liaisons pivot des axes du robot : Ces trois points sont dans un même plan horizontal (situation initiale particulière de l'étude)

$$\vec{O_1A} = -r_1 \cdot \vec{z}_1 = -470 \cdot \vec{z}_1 \text{ (en mm)}$$

$$\vec{O_2A} = -r_2 \cdot \vec{z}_2 = -420 \cdot \vec{z}_2 \text{ (en mm)}$$

$$\vec{O_3A} = -r_3 \cdot \vec{z}_3 = -370 \cdot \vec{z}_3 \text{ (en mm)}$$

### Caractéristiques inertielles :

#### • Bras 1 :

- Masse :  $m_1 = 520 \text{ g}$
- Centre de masse :  $G_1$   
 $\vec{O_1G_1} = 97 \cdot \vec{x}_1 - 61 \cdot \vec{z}_1 \text{ (en mm)}$
- Matrice d'inertie (en  $\text{kg} \cdot \text{m}^2$ )

$$\bar{I}(O_1, 1) = \begin{pmatrix} 2,7 \cdot 10^{-3} & 0 & 40,0 \cdot 10^{-3} \\ 0 & 10,4 \cdot 10^{-3} & 0 \\ 40,0 \cdot 10^{-3} & 0 & 8,4 \cdot 10^{-3} \end{pmatrix}_{B_1}$$

#### • Moteur M2 : FHA – 11 C

- Masse :  $m_{M2} = 600 \text{ g}$
- Centre de masse :  $G_{M2}$  ;  $\vec{O_1G_{M2}} = 211 \cdot \vec{x}_1 - 105 \cdot \vec{z}_1 \text{ (en mm)}$
- Modélisable par une masse ponctuelle en  $O_2$

#### • Bras 2 :

- Masse :  $m_2 = 340 \text{ g}$
- Centre de masse :  $G_2$  ;  $\vec{O_2G_2} = 85 \cdot \vec{x}_2 - 60 \cdot \vec{z}_2 \text{ (en mm)}$

#### • Stator moteur axe 3 : M3 : FHA – 8 C

- Masse :  $m_{St3} = 400 \text{ g}$
- Centre de masse :  $O_3$  ;  $\vec{O_2O_3} = -62 \cdot \vec{z}_2 \text{ (en mm)}$
- Modélisable par une masse ponctuelle en  $O_3$

#### • Outil de chirurgie : 3 (Ensemble outil + porte outil, supposé être un solide indéformable dans l'étude)

- Masse :  $m_3 = 300 \text{ g}$
- Centre de masse :  $O_3$
- Modélisable par une masse ponctuelle en  $O_3$

### Remarques :

- Le stator du moteur M1 de l'axe 1, actionneur de la liaison entre le solide 0 et le bras 1 est un élément du groupe fonctionnel lié au bâti. Il n'est donc pas en mouvement, relativement au bâti.
- Le bâti 0 est supposé fixe et est donc le support d'un repère pseudo galiléen ( $O_1, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0$ ) avec  $\vec{y}_0$  vecteur unitaire vertical ascendant. L'accélération de la pesanteur est donc modélisable par le vecteur  $\vec{g} = -g \cdot \vec{y}_0$ .
- Les poids et l'inertie des rotors des moteurs sont négligés dans cette étude.

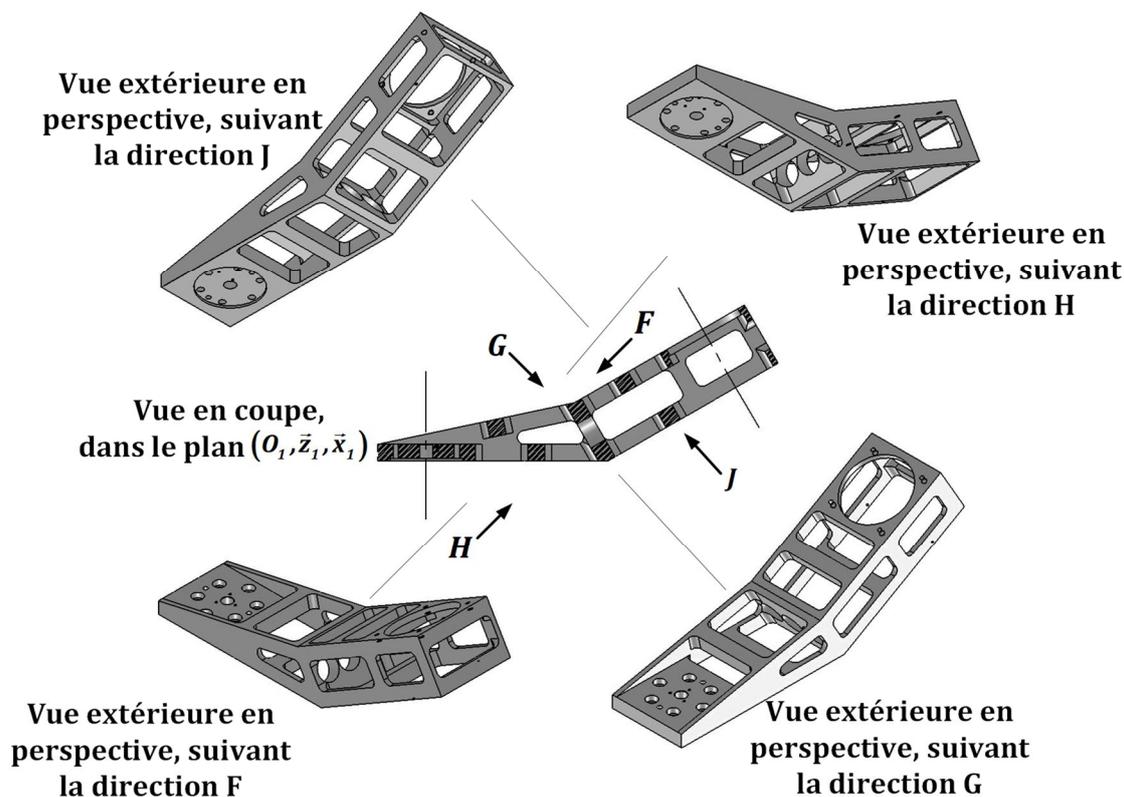
## A6. Figures géométrales : positions relatives des différentes bases.

<b>Base <math>B_1</math> par rapport à base <math>B_0</math></b>	<b>Base <math>B'_1</math> par rapport à base <math>B_1</math></b>	<b>Base <math>B_2</math> par rapport à base <math>B'_1</math></b>
Rotation du bras 1 par rapport au support supposé fixe : $\theta_1(t) = (\vec{y}_0, \vec{y}_1) = (\vec{x}_0, \vec{x}_1)$	Position angulaire relative entre l'axe de la liaison pivot $L(1/0)$ et l'axe de la liaison pivot $L(2/1)$ : $\alpha = (\vec{z}_1, \vec{z}'_1) = (\vec{x}_1, \vec{x}'_1) = 30^\circ$	Rotation du bras 2 par rapport au bras 1 : $\theta_2(t) = (\vec{x}'_1, \vec{x}_2) = (\vec{y}'_1, \vec{y}_2)$

<b>Base <math>B'_2</math> par rapport à base <math>B_2</math></b>	<b>Base <math>B_3</math> par rapport à base <math>B'_2</math></b>
Position angulaire relative entre l'axe de la liaison pivot $L(2/1)$ et l'axe de la liaison pivot $L(3/2)$ : $\alpha = (\vec{z}_2, \vec{z}'_2) = (\vec{x}_2, \vec{x}'_2) = 30^\circ$	Rotation de l'ensemble outil 3 par rapport au bras 2 : $\theta_3(t) = (\vec{y}'_2, \vec{y}_3) = (\vec{x}'_2, \vec{x}_3)$

## A7. Vues du bras 1, seul

Remarque : La géométrie du bras 2 est identique à celle du bras 1. Seules certaines caractéristiques dimensionnelles varient d'une pièce à l'autre.



## A8. Caractéristiques techniques des moto-réducteurs Harmonic Drive

Le moteur **M1** est référencé : **FHA – 14 C** avec un coefficient de réduction (ratio) de **50**.



### Caractéristiques techniques des moto-réducteurs FHA-C mini Harmonic Drive



	Unit	FHA-8C			FHA-11C			FHA-14C		
Motor winding		-			-			-		
Motor feedback system		D200			D200			D200		
Ratio	$i$ [ ]	<b>30</b>	<b>50</b>	<b>100</b>	<b>30</b>	<b>50</b>	<b>100</b>	<b>30</b>	<b>50</b>	<b>100</b>
Maximum output torque	$T_{max}$ [Nm]	1.8	3.3	4.8	4.5	8.3	11	9	18	28
Maximum output speed	$n_{max}$ [rpm]	200	120	60	200	120	60	200	120	60
Maximum current	$I_{max}$ [A <sub>rms</sub> ]	0.61	0.64	0.48	1.5	1.6	1.1	2.9	3.2	2.4
Continuous stall torque	$T_0$ [Nm]	0.75	1.5	2.0	1.8	2.9	4.2	3.5	4.7	6.8
Continuous stall current	$I_0$ [A <sub>rms</sub> ]	0.31	0.34	0.26	0.74	0.69	0.54	1.27	1.06	0.85
Maximum DC bus voltage	$U_{DCmax}$ [V <sub>DC</sub> ]	330			330			330		
Electrical time constant (20° C)	$t_e$ [ms]	0.4			0.9			1.3		
Mechanical time constant (20° C)	$t_m$ [ms]	6.8			4.4			4.0		
No load running current	$I_{NLR}$ [A <sub>rms</sub> ]	0.12	0.12	0.12	0.27	0.25	0.22	0.44	0.41	0.40
Torque constant (at output)	$k_{out}$ [Nm/A <sub>rms</sub> ]	3.9	6.7	14	3.8	6.6	13	4.2	7.2	15
Torque constant (at motor)	$k_{TM}$ [Nm/A <sub>rms</sub> ]	0.14			0.14			0.15		
AC voltage constant (L-L, 20° C, at motor)	$k_{EM}$ [V <sub>rms</sub> /1000 rpm]	9.8			9.8			10.6		
Motor terminal voltage (fundamental wave only)	$U_M$ [V <sub>rms</sub> ]	100 ... 220			100 ... 220			100 ... 220		
Maximum motor speed	$n_{max}$ [rpm]	6000			6000			6000		
Rated motor speed	$n_N$ [rpm]	3500			3500			3000		
Resistance (L-L, 20° C)	$R_{L-L}$ [Ω]	28.0			7.4			2.8		
Inductance (L-L)	$L_{L-L}$ [mH]	11.6			6.8			3.6		
Number of pole pairs	$p$ [ ]	5			5			5		
Weight without brake	$m$ [kg]	0.4			0.6			1.2		
Weight with brake	$m$ [kg]	-			-			-		
Hollow shaft diameter	$d_h$ [mm]	6.2			8.0			13.5		

	Unit	FHA-8C			FHA-11C			FHA-14C		
Motor feedback system		D200			D200			D200		
Ratio	$i$ [ ]	<b>30</b>	<b>50</b>	<b>100</b>	<b>30</b>	<b>50</b>	<b>100</b>	<b>30</b>	<b>50</b>	<b>100</b>
<b>Moment of inertia at outside</b>										
Moment of inertia without brake	$J_{out}$ [kgm <sup>2</sup> ]	0.0026	0.0074	0.029	0.006	0.017	0.067	0.018	0.05	0.20
<b>Moment of inertia at motor</b>										
Moment of inertia at motor without brake	$J$ [x10 <sup>-4</sup> kgm <sup>2</sup> ]	0.029			0.067			0.2		

Référence du moteur choisi pour la motorisation de l'axe **M1** : **FHA – 14 C – 50**