

Cet énoncé comporte 17 pages numérotées de 1 à 17 et un document annexe de 15 pages. Le travail doit être reporté sur un document-réponse de 17 pages distribué avec le sujet. Un seul document-réponse est fourni au candidat. Le renouvellement de ce document en cours d'épreuve est interdit. Pour valider ce document-réponse, chaque candidat doit obligatoirement y inscrire à l'encre, à l'intérieur du rectangle d'anonymat situé en haut de chaque copie, ses nom, prénoms (souligner le prénom usuel), numéro d'inscription et signature, avant même d'avoir commencé l'épreuve. Il est conseillé de lire la totalité de l'énoncé avant de commencer l'épreuve.

Les questions sont organisées au sein d'une progression logique caractéristique de la discipline, certaines questions étant partiellement dépendantes : Il est donc souhaitable de les traiter dans l'ordre. La rédaction des réponses sera la plus concise possible : on évitera de trop longs développements de calculs en laissant subsister les articulations du raisonnement.

Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.

ETUDE D'UN ROBOT DE CONSOLIDATION DE PAROIS ROCHEUSES : LE "ROBOCLIMBER"

I. Présentation

Roboclimber est un robot géotechnique utilisé pour la consolidation des talus de sols naturels ou des escarpements rocheux au dessus des routes ou des zones habitées. Il est issu d'un programme européen de recherche* et est actuellement exploité par la société italienne d'ingénierie D'Appolonia.

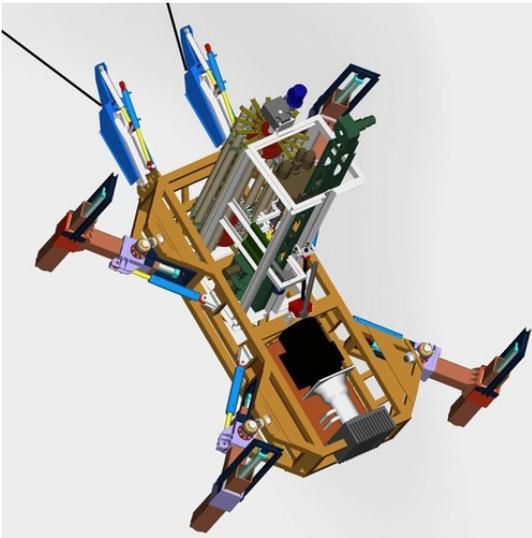
Lorsque des falaises ou talus menacent de s'effondrer sur des infrastructures, un des seuls remèdes consiste à consolider le versant en y forant des trous suivant un maillage régulier et à y enfoncer des pieux en acier qui structurent l'ensemble et le consolident.

Les travaux de forage sont réalisés habituellement soit par des équipes spécialisées en travaux acrobatiques encordés, soit à l'aide de plateformes élévatrices depuis le bas du versant si celui-ci est accessible.

Lorsque le site à consolider est dangereux ou difficile d'accès, le Roboclimber est utilisé car la plupart de ses actions sont automatisées, mettant ainsi à l'abri de tout risque les hommes chargés du chantier. Son utilisation réduit donc considérablement le coût d'un tel chantier.



*: en particulier le laboratoire DIMEC de l'université de Gênes (Italie).



Le Roboclimber est un robot d'environ 3 tonnes transportant une unité autonome de forage et de pose des pieux. Il utilise pour se mouvoir et assurer son équilibre lors du forage 4 pieds indépendants, ainsi que deux câbles de traction fixés en hauteur.

Le diagramme FAST recensant les principales fonctions du Roboclimber est donné en ANNEXE 1. Le présent sujet se propose de vérifier les critères de performance liés à certaines de ces fonctions.

II. Vérification des critères de la fonction FT 23 « Enfoncer les tubes de forage dans la paroi »

Le forage proprement dit consiste à enfoncer dans le sol ou la roche une succession de tubes en acier, vissés les uns aux autres, qui constituent le train de forage. Le premier tube utilisé se retrouve en tête de train et possède une tête perforante. L'enfoncement de l'ensemble du train est obtenu par l'action conjuguée d'un effort de poussée suivant l'axe de forage et d'un couple qui met en rotation le train de tubes.

Les critères géotechniques retenus pour obtenir une plage d'utilisation optimale sont précisés dans l'extrait du cahier des charges ci-dessous :

Fonction	Critères	Niveaux
FT 23 « Enfoncer les tubes de forage dans la paroi »	Force de poussée maxi	Pour une pente de 45° : $F > 10\,000\text{ N}$ Pour une pente de 80° : $F > 3\,000\text{ N}$
	Vitesse d'avance maximale	$2\text{ m}\cdot\text{min}^{-1}$
	Couple appliqué sur le train de tubes	$C_{\text{maxi}} = 2500\text{ N}\cdot\text{m}$
	Alignement de l'axe de la foreuse avec l'axe du forage	Défaut d'alignement : $\beta_{\text{MAX}} < 6^\circ$

Problématique : Une des difficultés liées à l'utilisation d'une plateforme mobile pour réaliser le forage réside dans l'application de l'effort de poussée qui doit être obtenu sans mettre en péril l'équilibre de la plateforme. On souhaite vérifier que le robot pourra bien fournir l'effort de poussée préconisé dans le cahier des charges.

On suppose le robot en équilibre dans la position de la figure 1 (vue de profil du robot sur la paroi).

Hypothèses :

- Le problème est supposé plan, dans le plan de la figure 1 : $(G, \vec{x}_0, \vec{z}_0)$
 - Les quatre contacts pied / paroi sont réduits à deux contacts ponctuels en A et B, on a $\overline{AB} = d \vec{x}$ et $\overline{BH} = -d \vec{x} + n \vec{z}$
 - Les deux câbles sont assimilés à un seul, fixé en H au robot et en K à la paroi : $\overline{HK} = -e \vec{x} - n \vec{z}$ où e , distance du robot au point d'ancrage le long de la paroi, sera prise à sa valeur minimale autorisée : $e = 2d$

- Les contacts pied / paroi sont sans frottement
- L'effort de poussée de la foreuse impose sur le train de tubes une réaction du sol modélisée par un glisseur en E : $\begin{cases} F\vec{z}_1 \\ \vec{0} \end{cases}$. Le point E est défini par $\vec{BE} = -\frac{d}{3}\vec{x} - p\vec{z}$.
- Le poids de la plateforme et des tubes est modélisé par le glisseur : $\begin{cases} -P\vec{z}_1 \\ \vec{0} \end{cases}$ avec $P=28000$ N et G tel que $\vec{BG} = -\frac{l}{2}\vec{x} + n\vec{z}$
- La pente de la paroi est définie par l'angle $\alpha = (\vec{x}_0, \vec{x}) = (\vec{z}_0, \vec{z})$

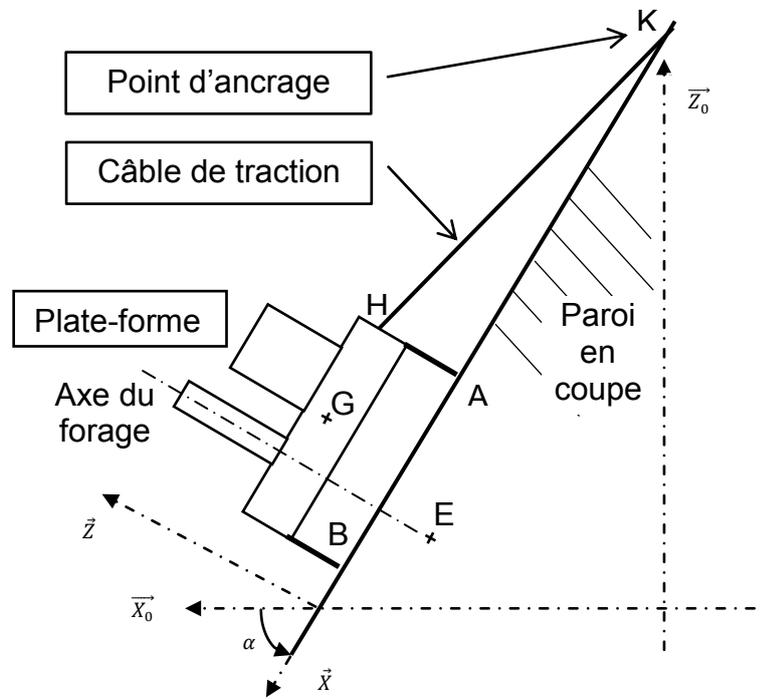


Figure 1 : Paramétrage et vue de profil du robot sur la paroi

Question 1.

En considérant l'équilibre statique de l'ensemble {plateforme + tubes}, écrire l'équation des moments au point H. En déduire la condition littérale sur F pour qu'il n'y ait pas décollement du pied en B. Faire l'application numérique. Cette valeur est-elle compatible avec le cahier des charges ? Un forage sur une paroi verticale est-il possible avec le Roboclimber ?

La foreuse est composée d'une tête multifonction qui se déplace en translation (dans l'axe du forage) sur deux rails de guidage (voir figure 2).

Elle permet de mettre en rotation le tube placé dans le mandrin : c'est l'ensemble du train de tubes qui est ainsi mis en rotation.

La tête multifonction est équipée de deux moteurs hydrauliques qui permettent via une transmission adaptée d'entraîner le train de tubes de forage en rotation à une vitesse adaptée à la dureté de la paroi à forer.

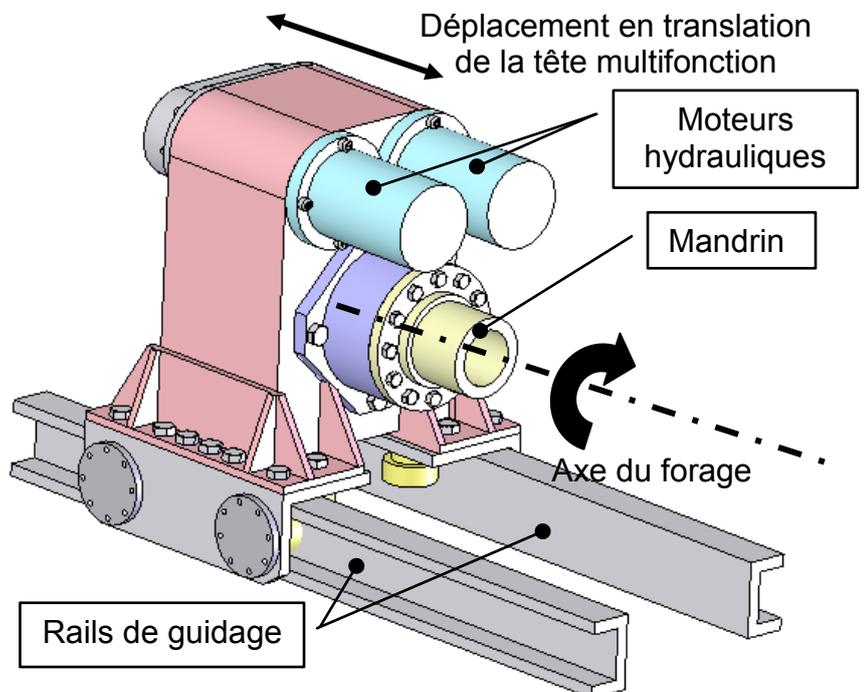


Figure 2 : Unité de forage

La tête multifonction est reliée aux deux rails de guidage par l'intermédiaire de 8 galets. Chacun de ces galets est légèrement bombé, ce qui permet d'envisager un contact ponctuel entre le rail et le galet, conformément au schéma cinématique ci-dessous :

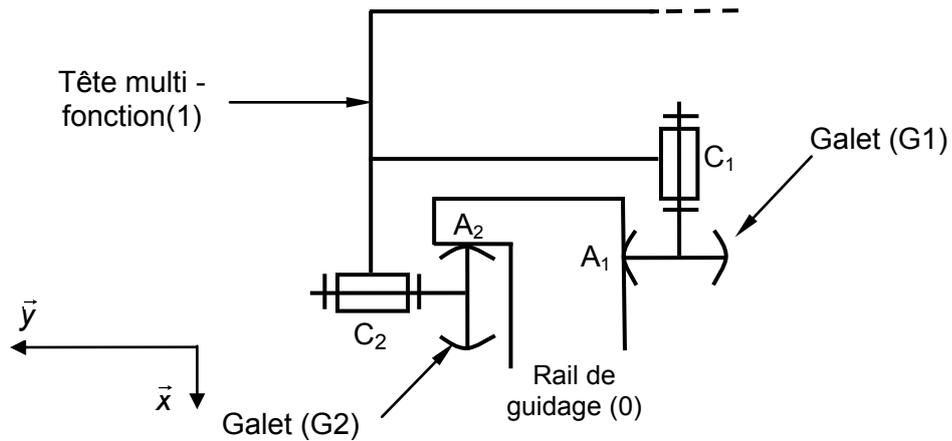


Figure 3 : Schéma cinématique d'un seul côté de la liaison tête multifonction-rail

On notera G2, G4, G6 et G8 les galets en liaison pivot d'axe (C_i, \vec{y}) $i=2, 4, 6$ et 8 avec la tête multifonction.

On notera G1, G3, G5 et G7 les galets en liaison pivot d'axe (C_j, \vec{x}) $j=1, 3, 5$ et 7 avec la tête multifonction.

Question 2.

On se propose de déterminer le degré d'hyperstatisme de la liaison équivalente entre le rail-guide (0) et la tête multifonction (1) et, pour cela :

- Établir le graphe de liaisons limité aux dix solides suivants : (0), (1) et les huit galets (Gi).
- Donner, sans calcul, le nom et les caractéristiques géométriques de la liaison équivalente entre (0) et (1).
- Déterminer le degré d'hyperstatisme de cette liaison équivalente entre le rail-guide (0) et la tête multifonction (1).
- Quel peut être l'intérêt d'un tel degré d'hyperstatisme ? Sur quel critère de la fonction FT 23 a-t-il une influence ?

III. Vérification des critères de la fonction FT 2211 « Saisir les tubes »

Un bras automatisé est chargé de déplacer les tubes depuis le carrousel, où ils sont stockés, vers la foreuse où ils seront assemblés au train de tubes. L'effecteur de ce bras est une pince dont on valide ici certains critères fonctionnels.

Problématique : La conception de la pince s'est faite sous la double contrainte de la fiabilité (car le robot est autonome) et de l'encombrement (car la place pour saisir un tube sur le barillet est réduite).

Pour garantir une fiabilité optimale, il a été choisi de ne munir ce dispositif à deux degrés de liberté que d'un seul actionneur : un vérin hydraulique.

Ainsi, le même vérin va assurer le déplacement en translation de la pince, de façon à venir en contact avec le tube, et la fermeture / ouverture des doigts pour la saisie du tube.

La description des constituants et du fonctionnement de la pince est donnée en ANNEXE 2

Un extrait du cahier des charges relatif à la fonction « Saisir les tubes » est présenté en ANNEXE 2. On souhaite en vérifier la validité.

Quand la paume est en contact avec le tube, le schéma cinématique de la pince « doigts ouverts » peut être ramené à celui de la figure 4.

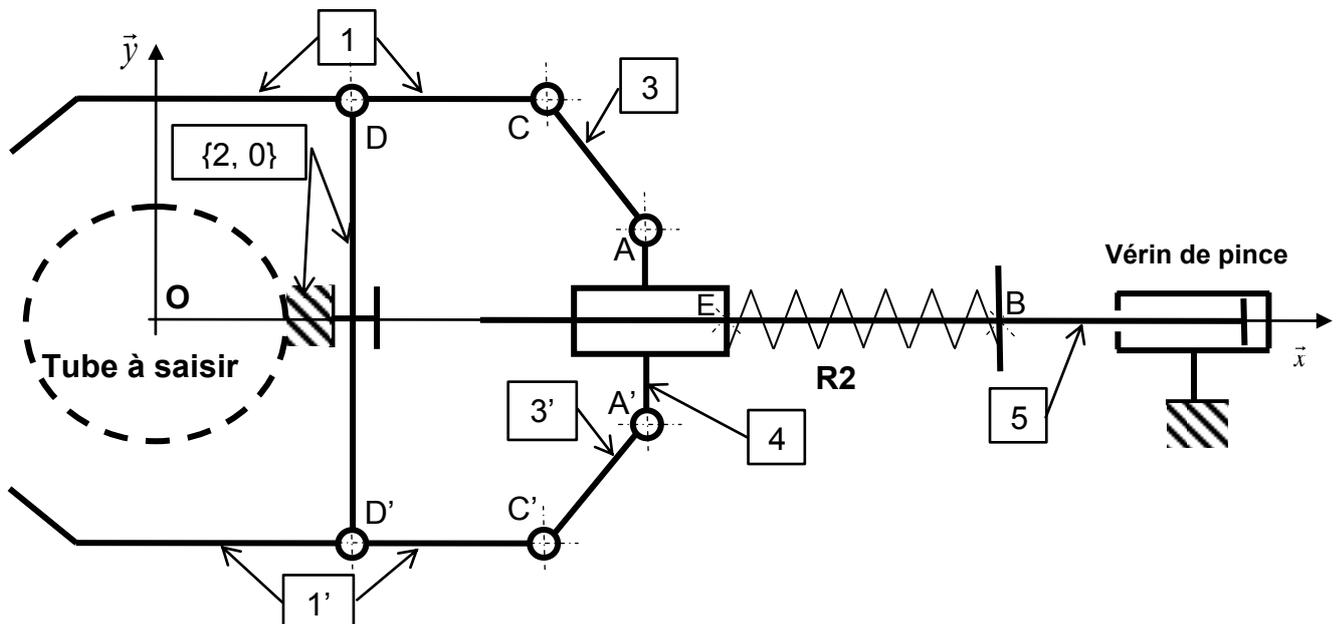


Figure 4 : Schéma cinématique de la pince : position « paume en contact avec le tube »

Lors de la phase d'avance, le ressort R2, de raideur k_2 , n'est pas comprimé. On note sa longueur à vide l_{02} .

A un instant t , on note x_A l'abscisse du point A et x_B l'abscisse du point B.

Les mouvements étant suffisamment lents, on se place dans le cas de l'équilibre statique dans le référentiel lié au corps de la pince supposé galiléen.

Question 3.

Par des constructions géométriques sur le dessin du document-réponse, déterminer le déplacement Δx_A du point A de la position « paume en contact avec le tube » à la position « doigts fermés ».

A partir de cette position « pince fermée » (dans laquelle le ressort R2 n'est pas encore comprimé), la tige du vérin est sortie d'une longueur supplémentaire $|\Delta x_B|$ ($\Delta x_B < 0$), qui provoque l'effort de verrouillage des doigts sur le tube en exerçant un effort sur le coulisseau 4 décrit par le glisseur :

$$\{R2 \rightarrow 4\}: \left\{ \begin{array}{l} k_2 \Delta x_B \vec{x} \\ \vec{0} \end{array} \right\}_E$$

On fixe $\Delta x_B = -31mm$, on donne $k_2 = 13 \text{ N.mm}^{-1}$.

On se place dans le cas de l'équilibre statique dans le référentiel lié au corps de la pince supposé galiléen.

On considère le problème plan et le contact doigt / tube réduit à un point.

Le poids des pièces de la pince est négligé et les liaisons articulations sont sans frottement.

Question 4.

Par une construction graphique sur le document-réponse, qui sera justifiée, déterminer la force exercée par chaque doigt sur le tube. On considère qu'aucune action extérieure n'est exercée sur le tube et que pour des raisons de symétrie, les forces de contact paume / tube et doigt / tube passent par le centre du tube.

L'extraction du tube du carrousel entraîne une action mécanique sur le tube modélisée par le

glisseur : $\{carrousel \rightarrow tube\}: \left\{ \begin{array}{l} -F \vec{x}_1 \\ \vec{0} \end{array} \right\}_O$ où O est le centre du tube.

Question 5.

Vérifier si le critère « Maintien lors du transfert d'un tube » de la fonction FT 2211 présenté en ANNEXE 2 est vérifié.

Question 6.

Vérifier si le critère « Maintien de la prise lors de l'extraction d'un tube du carrousel » de la fonction FT 2211 est vérifié. On pourra s'appuyer sur des constructions graphiques effectuées sur le document-réponse et on se placera dans le cas limite où la force de contact entre la paume et le tube s'annule.

IV. Vérification des critères de la fonction FT 24 « Gérer le forage automatisé »

La Partie Commande du Roboclimber a été organisée en 3 couches hiérarchisées qui se décomposent de la manière suivante :

- Niveau supérieur : planification des déplacements jusqu'aux différents emplacements de forages ;
- Niveau intermédiaire : gestion du fonctionnement du forage automatisé lorsque la plateforme a établi sa position ;
- Niveau inférieur : commande asservie de certains axes.

Chaque niveau reçoit des autorisations du niveau hiérarchique supérieur et émet des autorisations vers le niveau hiérarchique inférieur.

On étudie ici la conception du niveau intermédiaire, pour lequel le langage grafcet a été retenu comme outil de description.

Description des tâches relatives au forage automatisé :

Tâche		Description	Durée
T _A	Mettre à disposition un tube du carrousel	Le carrousel est mis en rotation jusqu'à ce qu'un tube se trouve à l'emplacement de prélèvement par le bras.	Variable (rotation d'1/16 ^{ème} de tour du carrousel : 3s)
T _B	Extraire le tube du carrousel	Le bras s'allonge (3s) et la pince saisit le tube (2s) à l'emplacement de prélèvement. Puis le bras se rétracte (3s) pour autoriser la rotation éventuelle du carrousel. N.B. : on considère que, quelle que soit la rangée à atteindre, le bras met le même temps à s'allonger. Il en est de même lorsqu'il se rétracte.	8s
T _C	Apporter le tube vers la foreuse	Le bras effectue une rotation pour s'aligner avec la foreuse.	6s
T _D	Engager le tube dans le mandrin de la foreuse	Le bras s'allonge jusqu'à ce que le tube soit dans l'axe du forage. Puis, la tête de forage descend à vitesse lente et le mandrin est mis en rotation lente. La tâche se termine lorsque le tube est vissé dans le mandrin.	6s
T _E	Ouvrir la pince	Les doigts de la pince s'écartent et libèrent le tube.	2s
T _F	Mettre le bras en position initiale	Le bras est rétracté (3s), puis aligné avec l'emplacement de prélèvement du carrousel (6s).	9s
T _G	Visser le tube dans le train de forage	La tête de forage descend à vitesse lente et le mandrin est mis en rotation lente. La tâche se termine lorsque le tube est vissé dans le train de forage (ensemble des tubes déjà enfoncés dans la paroi)	3 s
T _H	Forer de la longueur du tube	Le mandrin est mis en rotation rapide et la percussion est mise en œuvre. La tête de forage descend à vitesse variable suivant la nature géologique de la paroi. Le mandrin est ensuite dévissé du tube et la tête remise en position haute.	Variable, mais supérieure à 30s

Figure 5 : Tableau de description des tâches

Le forage automatisé est organisé suivant le grafcet de principe (point de vue système) ci-après :

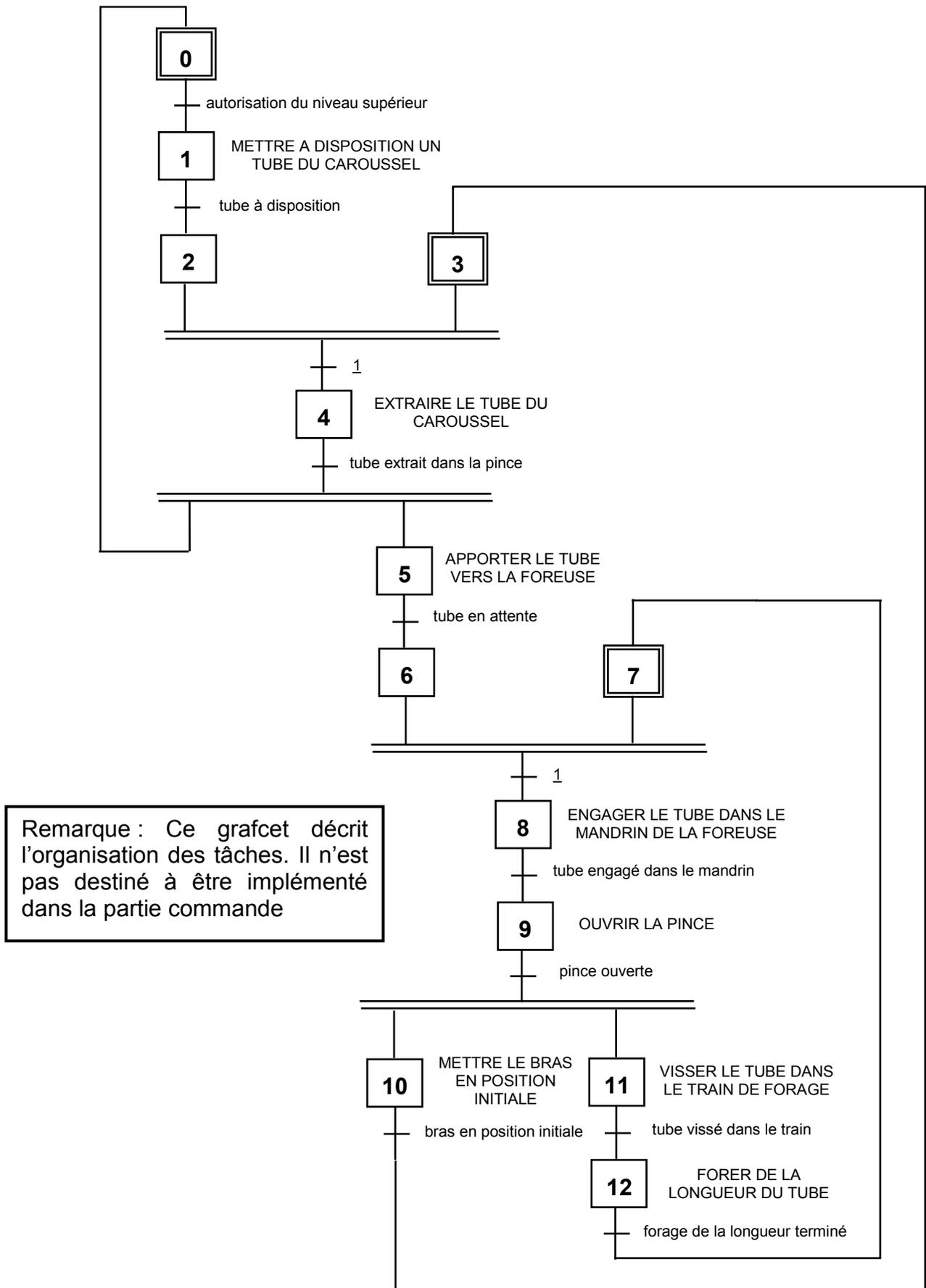


Figure 6 : Grafcet de principe (point de vue système)

Pour le point de vue Partie Opérative, on choisit de décrire le fonctionnement précédent par des grafjets synchronisés.

Comme le montre la figure 7, le carrousel est constitué de 16 secteurs angulaires dans chacun desquels peuvent prendre place deux tubes : l'un à l'extérieur (rangée 1) et l'autre à l'intérieur (rangée 2). Deux détecteurs de type « Tout Ou Rien », solidaires de la plateforme du robot, indiquent si un tube est présent dans la rangée considérée. A cause de contraintes d'encombrement et pour protéger au maximum les détecteurs des chocs et des débris de roche, ceux-ci n'ont pas pu être fixés en vis-à-vis de l'emplacement de prélèvement.

N.B. : $tp_i=1$ si un tube est présent rangée i , $tp_i=0$ sinon.

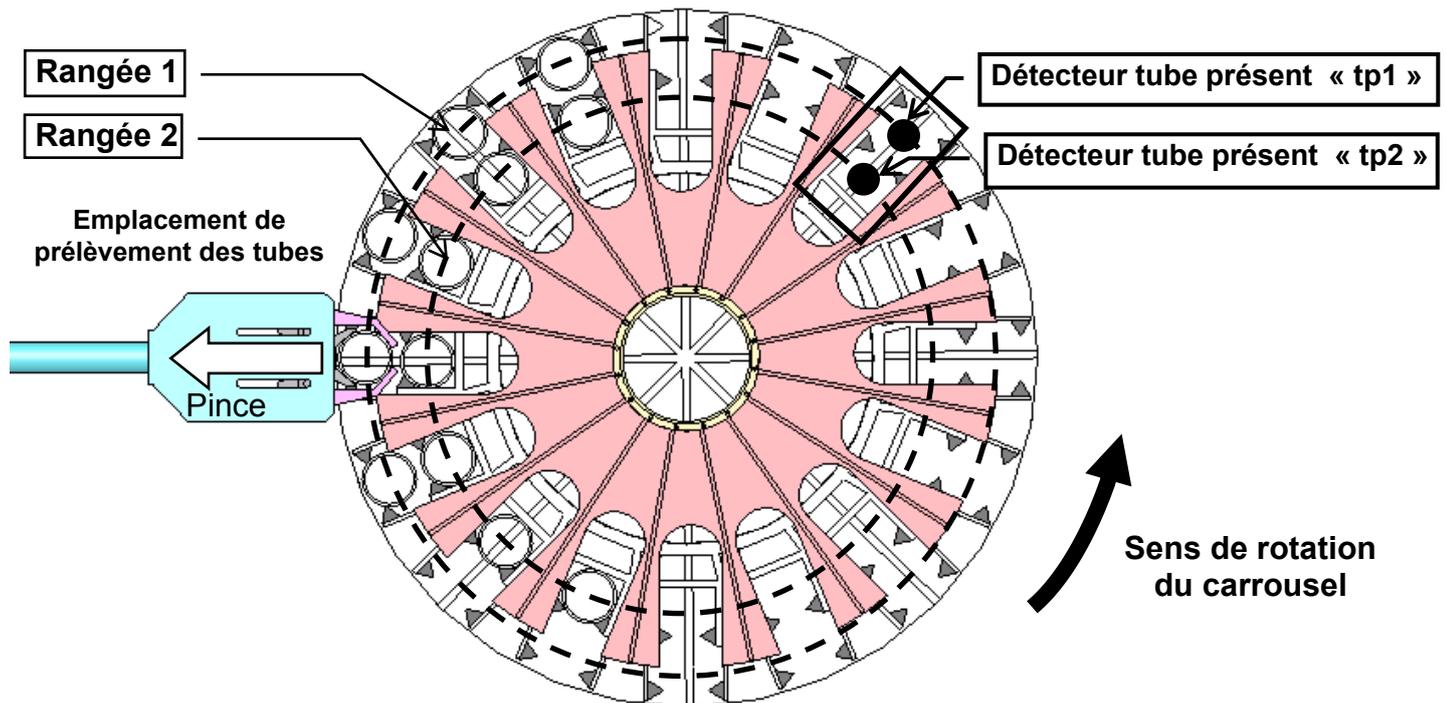


Figure 7 : Fonctionnement du carrousel

Le carrousel ne peut être mis en rotation que dans un seul sens.

« rc » est l'information booléenne issue du capteur de rotation du carrousel : à la fin de la rotation d'un seizième de tour on a : $\uparrow rc = 1$.

Les trois grafquets « point de vue partie opérative » relatifs à la tâche « Mettre à disposition un tube du carrousel » sont donnés, dans une forme incomplète, ci-dessous :

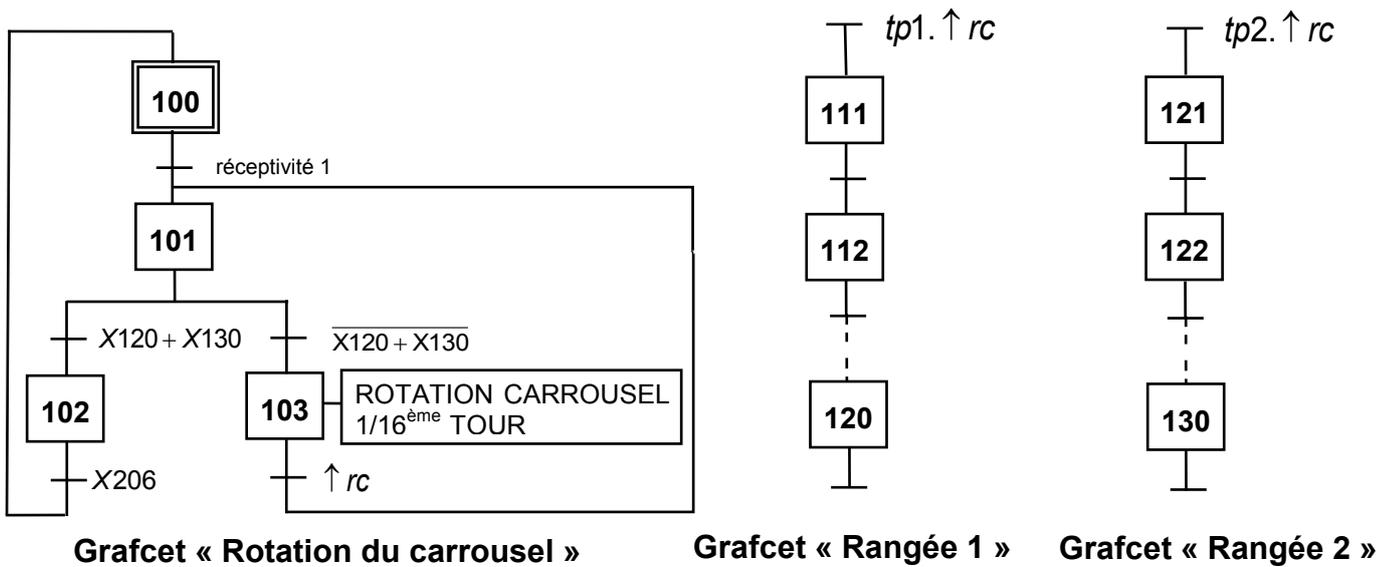


Figure 8 : Grafquets relatifs à la tâche « Mettre à disposition un tube du carrousel »

Question 7.

On considère pour cette question que la réceptivité 1 s'écrit : « demande de mise à disposition d'un tube ». Compléter les grafquets « Rangée 1 » et « Rangée 2 » de façon à ce que l'activité de l'étape 120 indique au grafcet « Rotation du carrousel » qu'un tube est présent à l'emplacement de prélèvement sur la rangée 1 et que, de même, l'activité de l'étape 130 indique qu'un tube est présent à l'emplacement de prélèvement sur la rangée 2. Pour cela :

- Compléter le nombre d'étapes nécessaires. N.B. : les numéros d'étapes choisis (120 et 130) ne présument pas du nombre d'étapes nécessaires.
- Compléter les réceptivités entre les étapes 111 et 120 d'une part et 121 et 130 d'autre part.
- Compléter les réceptivités des transitions puits.

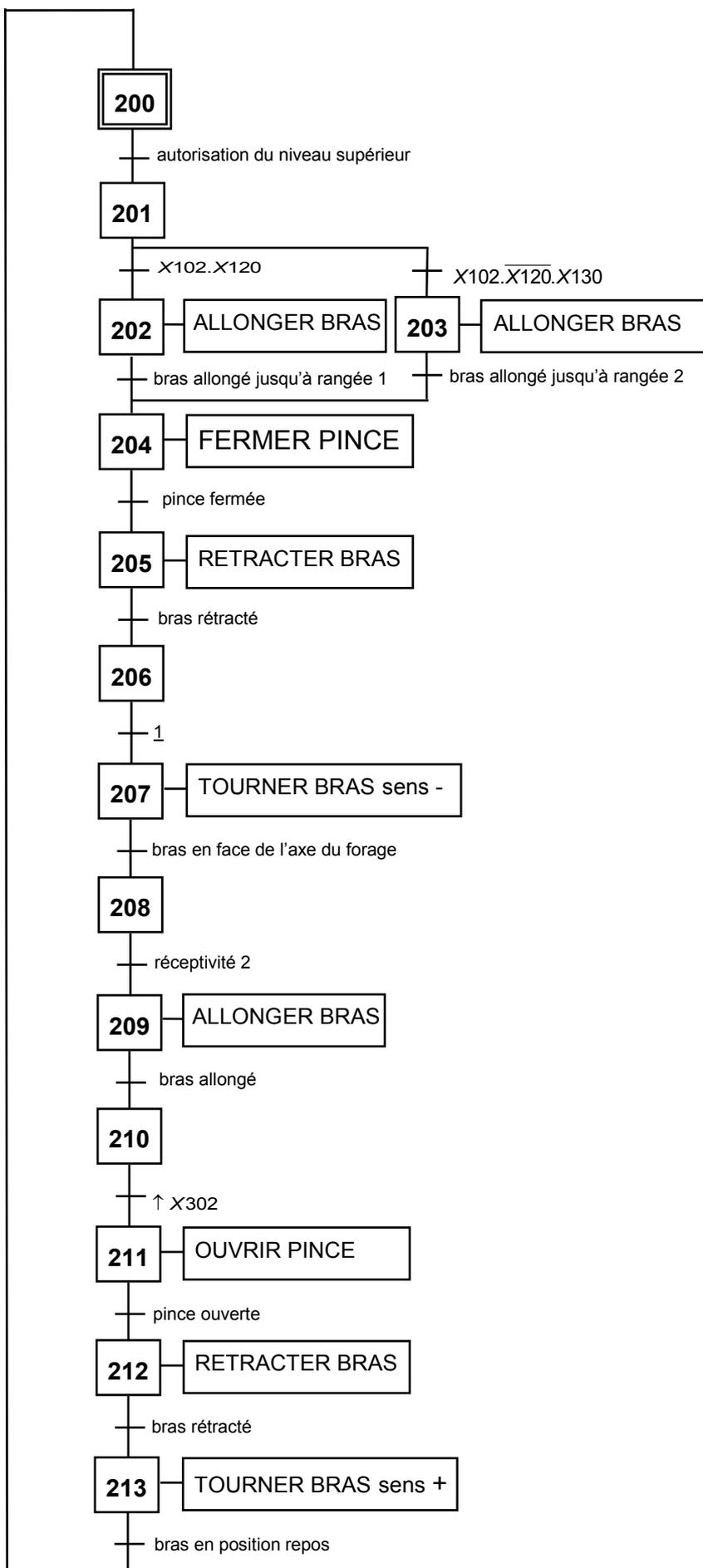


Figure 9 : Grafcet « Bras »

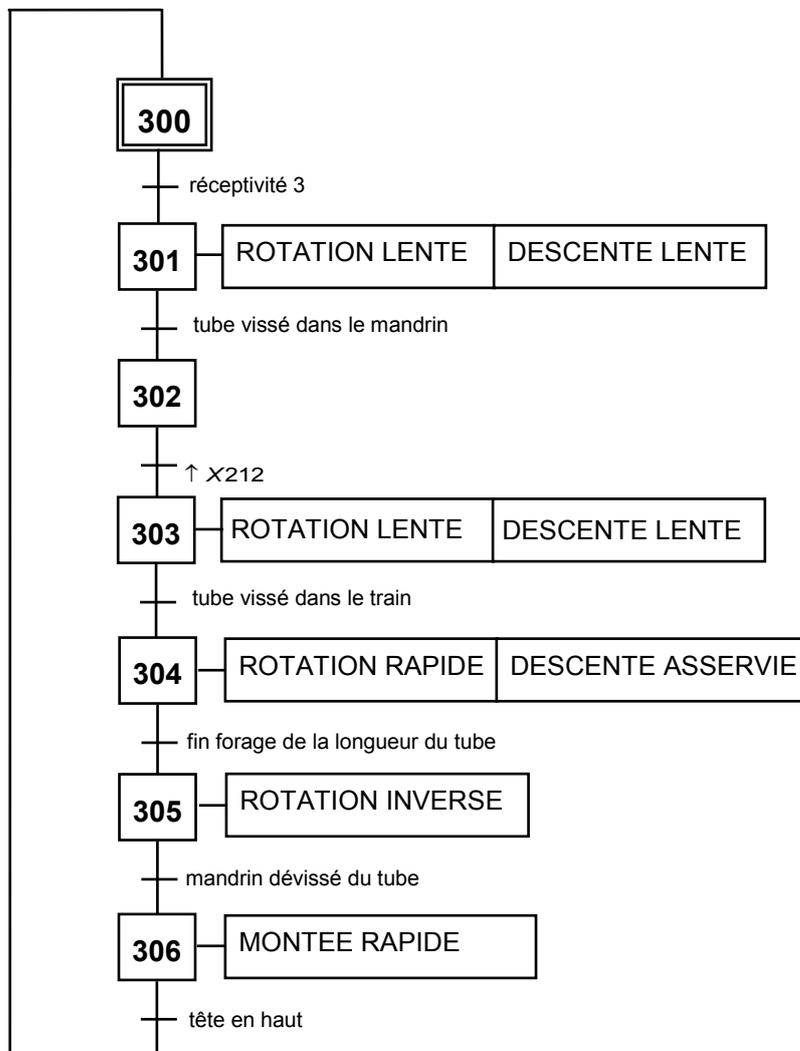


Figure 10 : Grafcet « Foreuse »

Question 8.

Donner les 3 réceptivités : « réceptivité 1 », « réceptivité 2 » et « réceptivité 3 » de façon à ce que les 5 grafquets « point de vue Partie opérative » fonctionnent de manière synchronisée conformément au grafcet de principe. On notera que les réponses doivent être exprimées à partir des activités des étapes des grafquets « point de vue Partie Opérative ».

Question 9.

En utilisant les durées de chaque tâche données dans le « Tableau de description des tâches », compléter le chronogramme du document réponse qui décrira l'évolution suivante :

- les grafquets sont dans leur état initial ;
- à $t=0s$, l'autorisation du niveau supérieur est émise et reste vraie ;
- on se place dans les hypothèses les plus favorables : le carrousel est plein de tubes, les conditions de forage sont optimales.

La principale contrainte que le cahier des charges impose sur la conception de la partie commande est liée à la productivité, et donc au temps de cycle que l'on définira comme le temps mis entre deux vissages successifs d'un tube sur le mandrin.

Question 10.

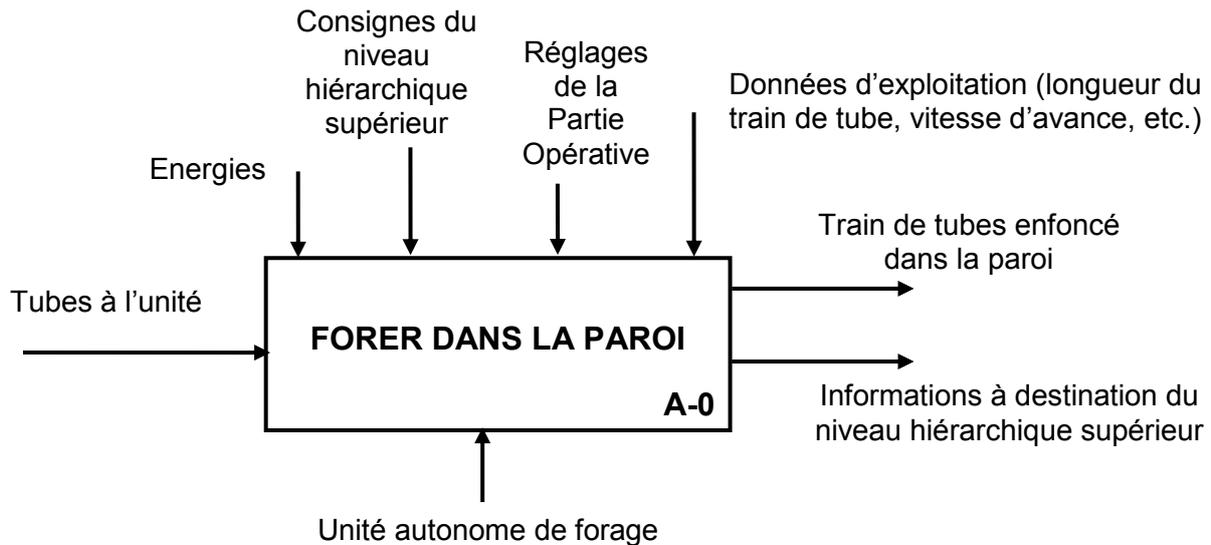
Calculer le temps de cycle en régime établi dans le meilleur des cas.

La productivité peut chuter si le carrousel possède une succession d'emplacements vides de tubes.

Question 11.

En régime permanent, si les conditions de forage sont optimales (la durée de la tâche « forer de la longueur d'un tube » vaut 30s), calculer le nombre de secteurs successifs vides du carrousel à partir duquel le temps de cycle augmente. On suppose pour cette question que la réceptivité « autorisation du niveau hiérarchique supérieur » est toujours vraie.

L'unité autonome de forage peut être décrite par le diagramme SADT A-0 suivant :



Les quatre modules constituant l'unité autonome de forage, sont :

- Le carrousel de stockage et de mise à disposition ;
- Le bras manipulateur ;
- La foreuse ;
- La partie commande.

Le fonctionnement modulaire du Roboclimber, envisagé dès le début de sa conception, impose de décliner ces quatre éléments en versions différentes et interchangeable afin d'élargir le champ des applications du Roboclimber, et donc le catalogue du fabricant. Par exemple la foreuse, qui peut équiper d'autres types de plateformes (autonomes ou non), existe en trois versions, permettant des courses et des efforts de poussée différents.

Afin de se prémunir contre les problèmes d'incompatibilité entre modules différents, la conception doit être encadrée dès l'origine par des outils de contrôle qualité, tels que ceux de l'analyse fonctionnelle.

Question 12.

Proposer un diagramme fonctionnel de type SADT de niveau A0, faisant intervenir les quatre modules ci-dessus, en définissant aussi précisément que possible les fonctions de chaque module et les flux de matières d'œuvre entrant et sortant de chacun. Compléter le document-réponse.

V. FT 12 Positionner et stabiliser la plateforme

Cette fonction peut être décomposée en trois fonctions :

- FT 121 : Eviter le couplage entre la fréquence de percussion et les fréquences propres de la plateforme.
- FT 122 : Mettre la plateforme en position parallèle à la surface forée.
- FT 123 : Maintenir la plateforme parallèle à la surface forée pour éviter de "tordre" les tubes de forage.

Cahier des charges global :

Fonction	Critères	Niveau
FT 121 : Eviter le couplage entre la fréquence de percussion et les fréquences propres de la plateforme.	Fréquence propre de la plateforme Fpf en Hz.	Fpf n'appartient pas à la plage 0 - 20 Hz
FT 122 : Mettre la plateforme en position parallèle à la surface forée.	Précision de la position des pieds liés aux tiges des vérins hydrauliques	Ecart statique nul par rapport à la consigne de position.
	Rapidité de l'asservissement	$T_{5\%} = 0.15$ s
	Marges de stabilité	Marge de phase de 45° Marge de gain de 10 dB
FT 123 : Maintenir la plateforme parallèle à la surface forée.	Angle de la plateforme avec la surface à forer : θ	$\theta < \theta_{\max} = 6^\circ$ ce qui correspond à un écart dynamique (dépassement) inférieur à 0,02 m.

FT 121 : Eviter le couplage entre fréquences

Problématique : Les fréquences propres de la plateforme proviennent de sa structure déformable.

Le modèle simplifié utilisé ne prend en compte pour les pieds que leurs déformations axiales. Le problème est considéré plan. Le paramétrage est donné en ANNEXE 3.

Question 13.

Le problème étant plan, (\vec{Y}, \vec{Z}) , l'application du principe fondamental de la dynamique à la plateforme 1 (et tout ce qu'elle supporte) écrit au point I et dans la base $(\vec{X}, \vec{Y}_1, \vec{Z}_1)$ permet d'obtenir trois équations scalaires. Donner sans les développer ces trois équations.

Les questions 14,15 et 16 ont pour objectif la détermination des éléments cinétiques de ces équations.

Question 14.

Ecrire les éléments cinétiques de ces équations (moment dynamique et/ou résultante dynamique).

En considérant les déformations petites ainsi que leurs variations, on fera les approximations suivantes : $\sin \theta = \theta$, $\cos \theta = 1$. De même seront négligés les infiniment petits du second ordre et plus, par exemple $\theta \cdot \frac{d^2 Z}{dt^2}$ ou $\theta \cdot \frac{dY}{dt}$.

Question 15.

Linéariser ces éléments en prenant en compte les hypothèses faites sur les déformations.

Question 16.

Ecrire ces éléments sous la forme matricielle suivante :

$$[M] \begin{bmatrix} \frac{d^2 q}{dt^2} \end{bmatrix} \text{ avec } [M] \text{ matrice des masses à définir et } \begin{bmatrix} \frac{d^2 q}{dt^2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{d^2 Z}{dt^2} \\ \frac{d^2 Y}{dt^2} \\ \frac{d^2 \theta}{dt^2} \end{bmatrix}$$

Les mouvements des pieds par rapport à la plateforme dus à la déformation des éléments de la structure engendrent des actions mécaniques des pieds sur la plateforme. Celles-ci sont de deux natures :

- des actions dues au comportement élastique des matériaux
- des actions dues à la dissipation d'énergie liée à la vitesse de déformation.

La modélisation adoptée par le concepteur conduit à l'équation matricielle suivante :

$$[M] \begin{bmatrix} \frac{d^2 Z}{dt^2} \\ \frac{d^2 Y}{dt^2} \\ \frac{d^2 \theta}{dt^2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 2\mu & 0 & 0 \\ 2b\mu & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{dZ}{dt} \\ \frac{dY}{dt} \\ \frac{d\theta}{dt} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & -mg\cos\alpha \\ 2k & 0 & 0 \\ -2bk & 2bk & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z \\ Y \\ \theta \end{bmatrix} = [F]$$

Dans cette équation, la matrice $[F]$ ne contient que des éléments mg et F indépendants des paramètres du mouvement.

Question 17.

Interpréter cette équation matricielle en indiquant les éléments correspondant aux actions dues au comportement élastique des matériaux et ceux correspondant aux actions dues à la dissipation d'énergie.

Nous sommes en présence d'un système régi par des équations différentielles du second ordre.

Question 18.

Que peut-on penser du couplage des trois équations scalaires issues de l'équation matricielle ?

En notant $[K] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -mg\cos\alpha \\ 2k & 0 & 0 \\ -2bk & 2bk & 0 \end{bmatrix}$, et $[B] = [M]^{-1}[K]$ avec $[M]^{-1}$ matrice inverse de $[M]$

on sait que les racines carrées des valeurs propres de la matrice $[B]$ sont sensiblement égales aux pulsations propres du système.

Question 19.

A quelle condition une matrice est-elle inversible ? Cette condition est-elle toujours remplie dans le cas de la matrice $[M]$?

Un calcul, non demandé ici, donne pour la matrice $[B]$ les valeurs propres suivantes : $3,3 \cdot 10^4$, $0,2 \cdot 10^5$ et $5,1 \cdot 10^5$ exprimées en unités SI.

Question 20.

En déduire les pulsations propres du système ainsi que ses fréquences propres. Le cahier des charges est-il respecté ?

FT 122 : Mettre la plateforme en position parallèle à la surface forée.

L'attitude de la plateforme est réglée par l'intermédiaire des quatre pieds munis chacun d'un vérin hydraulique asservi en position.

La modélisation du comportement du vérin est donnée ANNEXE 4.

Question 21.

A partir des équations de fonctionnement du système données en ANNEXE 4, compléter le schéma bloc traduisant le comportement du vérin.

Asservissement de position :

Le vérin hydraulique est placé dans une boucle d'asservissement de position constituée

- d'une servovalve qui fournit le débit $q(t)$ du vérin à partir d'un signal de commande $u(t)$

- d'un capteur de position de fonction de transfert k_C qui fournit une tension $Im(z(t))$ image de la position réelle $z(t)$

- d'un correcteur $C(p)$ qui élabore la commande $u(t)$ de la servovalve à partir de l'écart obtenu entre $Im(z_c(t))$, image de la consigne de position, et $Im(z(t))$.

$Im(z_c(t))$ est obtenue grâce à un adaptateur $A(p)$ situé à l'extérieur de la boucle d'asservissement.

Question 22.

Compléter le schéma bloc de l'asservissement ébauché sur le document réponse. Préciser l'expression de l'adaptateur $A(p)$ pour que l'écart soit nul lorsque la réponse est égale à la consigne.

Question 23.

Transformer le schéma bloc de façon à avoir un retour unitaire.

Le comportement du système en poursuite est décrit par les figures données en ANNEXE 5.

Question 24.

Démontrer que le système est précis en régime permanent pour une entrée échelon.

Question 25.

Les trois autres critères du cahier des charges sont-ils respectés ? Justifier.

Les figures en ANNEXE 5 font apparaître une résonance importante aussi bien en boucle ouverte qu'en boucle fermée.

Dans le cas de résonance d'un système présentant une asymptote de pente non nulle en basses fréquences le facteur de résonance est mesuré par rapport à cette asymptote pour la pulsation correspondant au gain maximum.

Question 26.

Relever les caractéristiques de la résonance, pulsation et facteur de résonance, en boucle ouverte et en boucle fermée.

La solution retenue pour atténuer cette résonance est l'utilisation d'un filtre réjecteur de fonction

de transfert $C(p) = \frac{1 + \frac{2\xi_1 p + p^2}{\omega_0^2}}{1 + \frac{2\xi_2 p + p^2}{\omega_0^2}}$ avec $\xi_1 < \xi_2 < \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Question 27.

Tracer l'allure du diagramme de Bode en gain, asymptotique et réel, de ce correcteur et expliquer son mode de fonctionnement.

On choisit de prendre ω_0 égale à la pulsation de résonance de la boucle ouverte et $\xi_2 = 0,5$.

Question 28.

A partir des valeurs obtenues à la question 26, proposer une valeur pour le paramètre ξ_1 .

Le comportement du système ainsi corrigé est décrit par les figures en ANNEXE 6.

Question 29.

Que peut-on en conclure quant au respect des quatre critères du cahier des charges ? Justifier.

FT 123 : Maintenir la plateforme parallèle à la surface forée.

L'opération de forage fait apparaître des perturbations au niveau des actions mécaniques agissant sur les pieds.

Cet effort de forage comprend deux composantes :

- Une composante constante F_0 donnée par l'effort de poussée de la tête de forage
- Une composante liée à la percussion modélisée par des impulsions (Dirac) périodiques.

La figure en ANNEXE 7 donne la réponse du système en régulation ($z_c(t)=0$).

Question 30.

Dans le cas de la régulation proposée, le cahier des charges de la régulation est-il respecté ? Justifier.

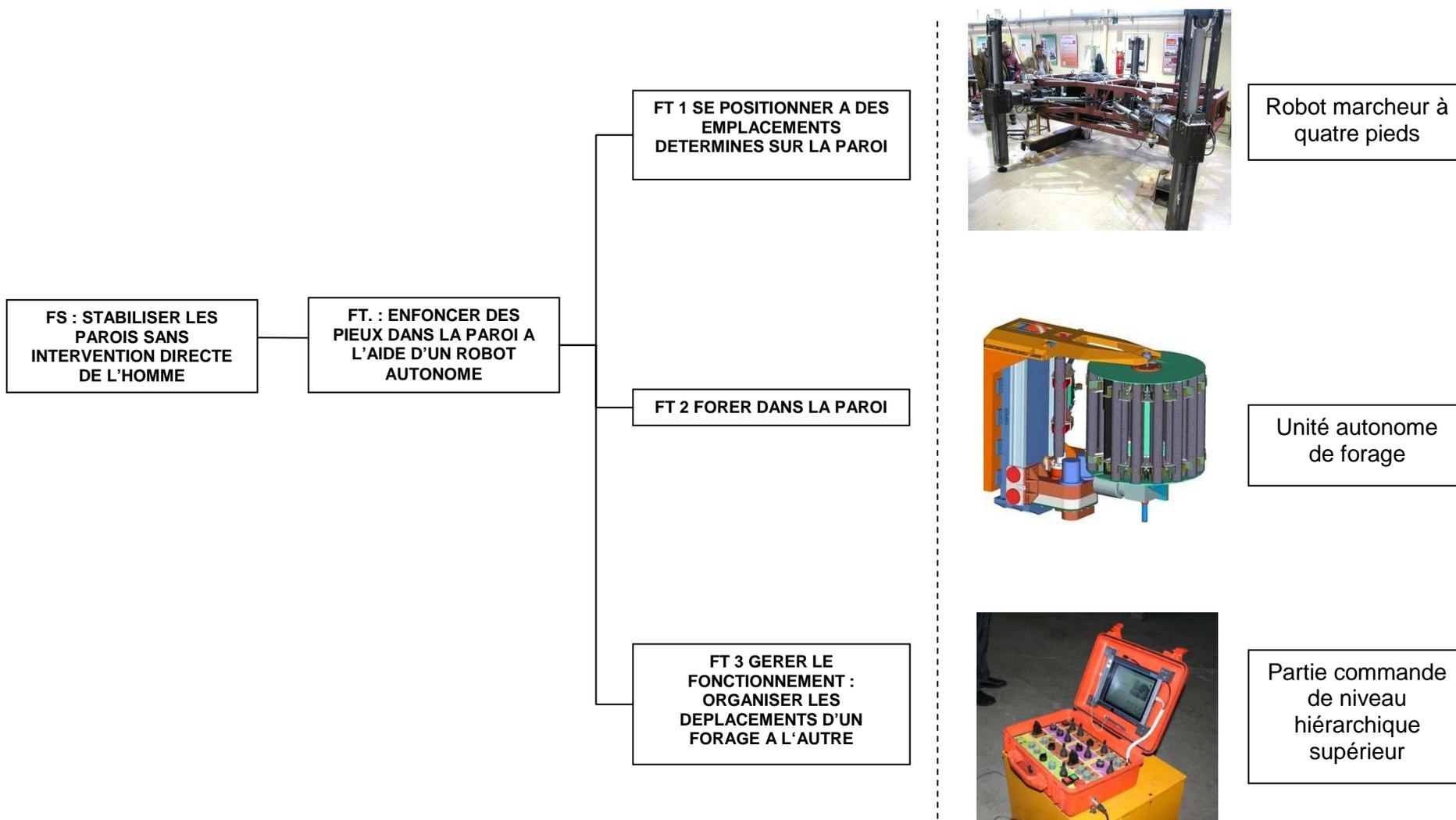
Question 31.

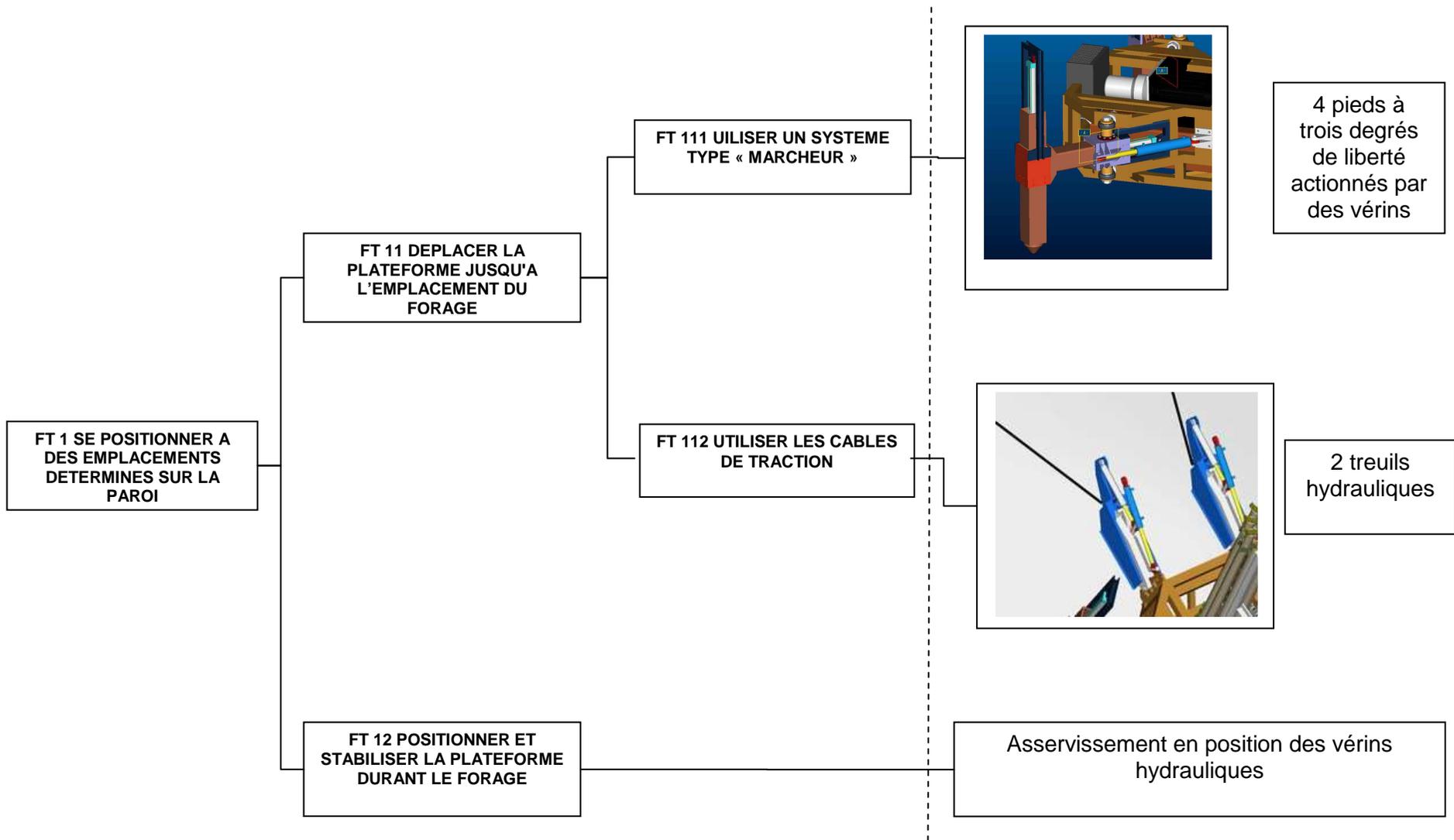
Que peut-on penser de la stabilité du système vis-à-vis de la perturbation ?

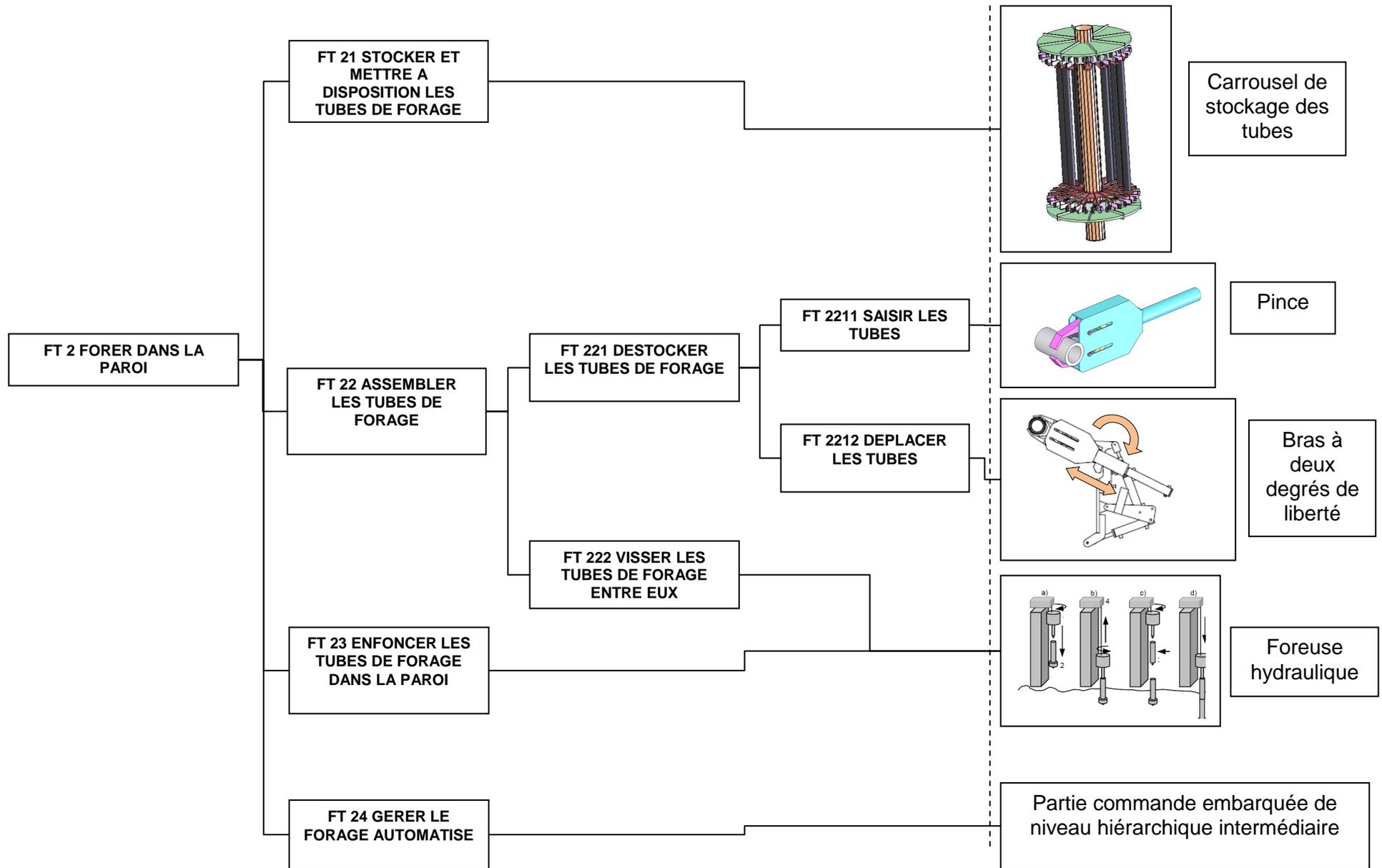
- a) à partir de la courbe
- b) à partir des modèles de fonctions de transfert mis en place précédemment.

Fin de l'énoncé

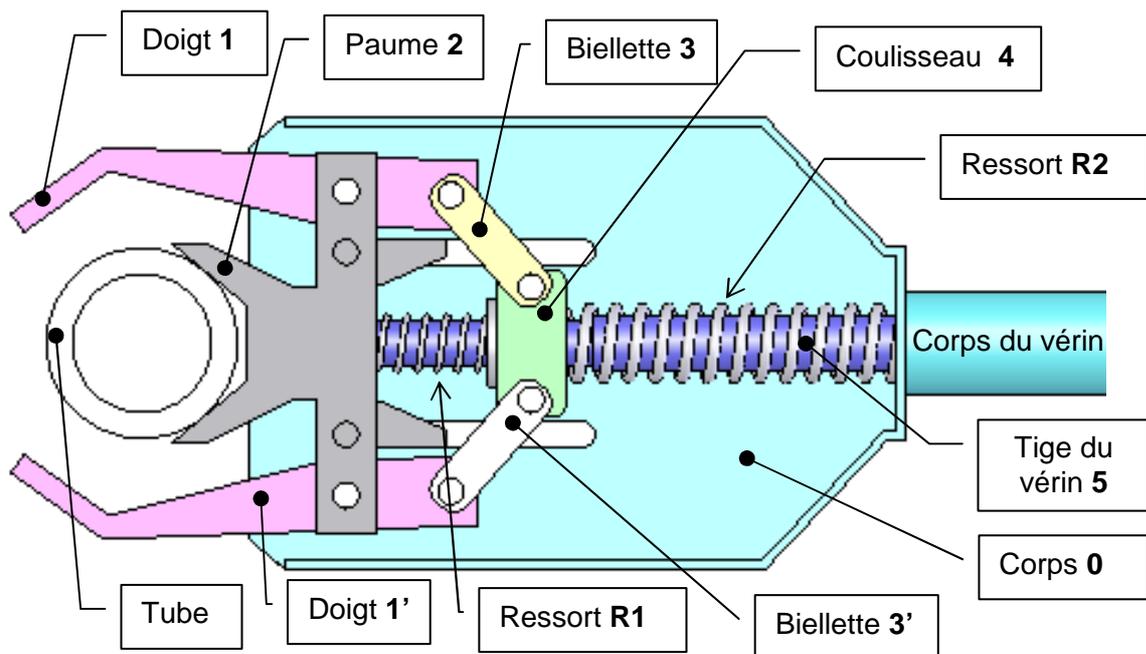
ANNEXE 1 : Description fonctionnelle





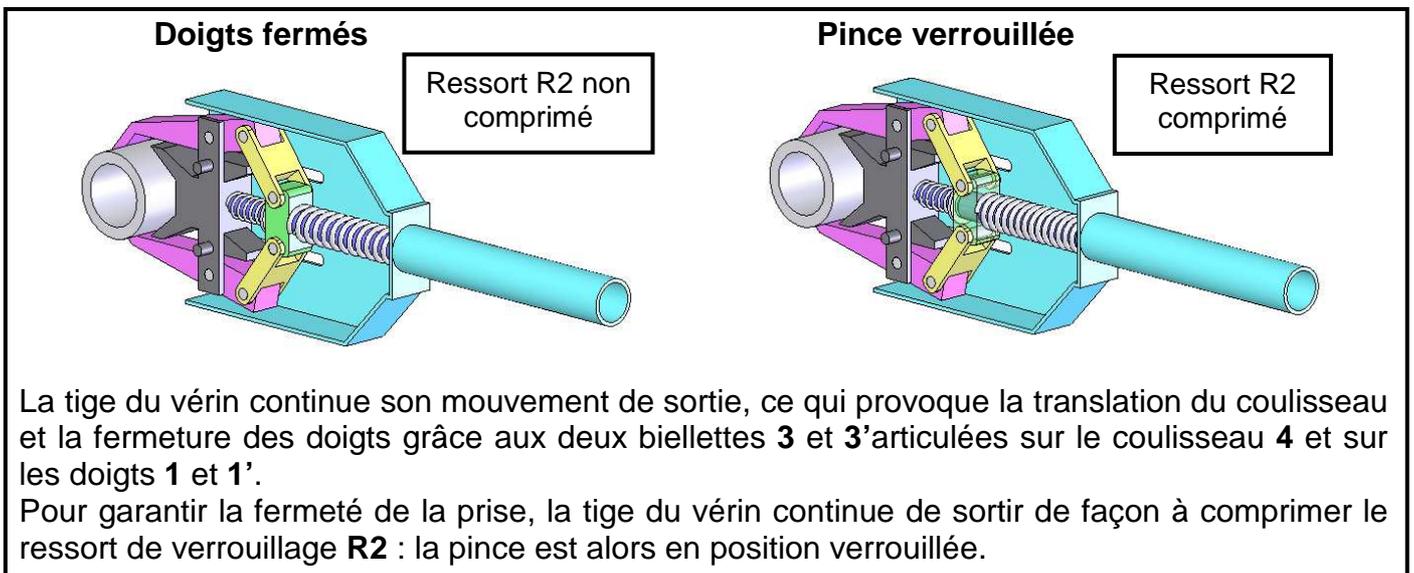
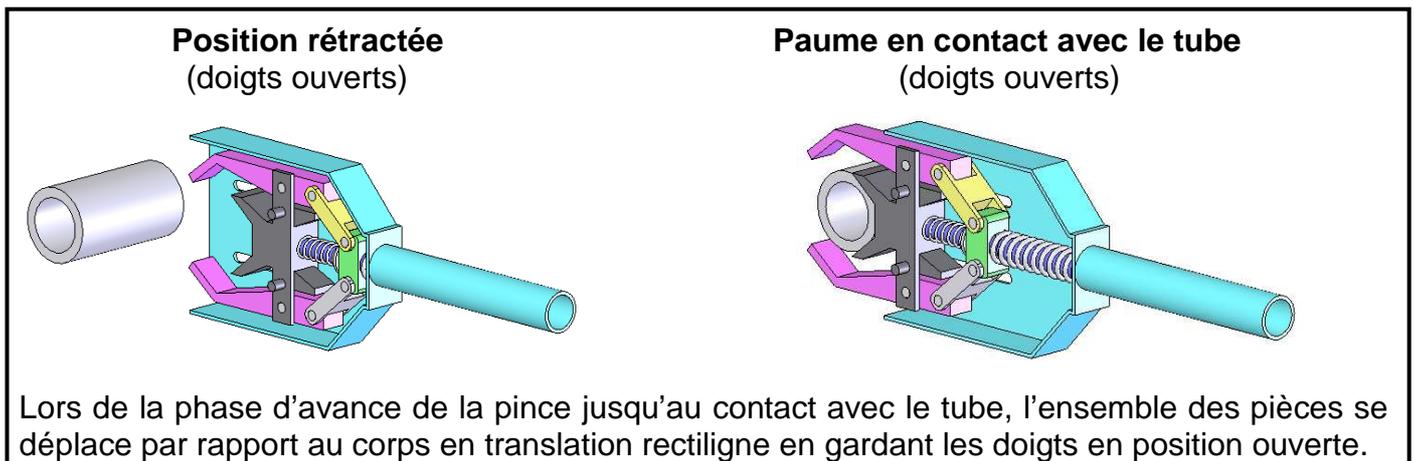


ANNEXE 2 : Pince



Description de la pince

La saisie d'un tube est décrite par les quatre positions successives ci-dessous :

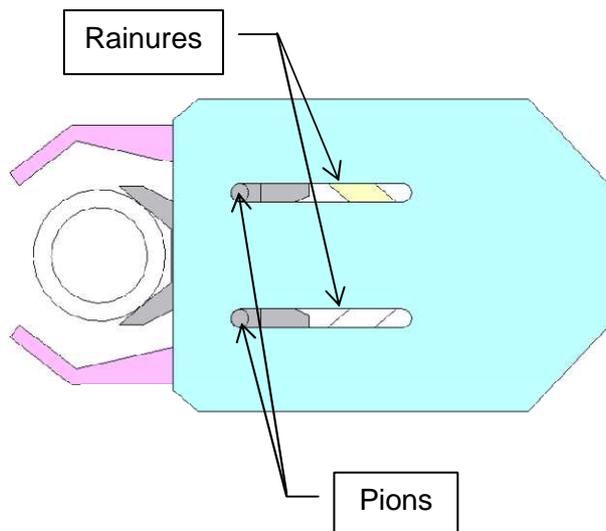


La dépose du tube se fait dans l'ordre inverse. Le ressort R1, de faible raideur n'a pour seule fonction que de maintenir les doigts ouverts lors de la phase d'approche : son rôle est négligé dans la suite.

Remarque :

Des rainures parallèles sont réalisées dans le corps : des pions liés au coulisseau s'y déplacent assurant ainsi la liaison glissière entre les deux pièces.

On notera que lorsque la paume arrive en contact avec le tube, les pions de guidage arrivent en butée à l'extrémité des rainures parallèles.



Extrait du cahier des charges :

FT 2211	Critères	Niveau	Illustration
Saisir les tubes	Maintien de la prise lors du transfert d'un tube : <ul style="list-style-type: none"> - Poids du tube : P_T. - coefficient de frottement du contact tube/doigt : f 	$P_T = 350 \text{ N}$ $f = 0,3$	
	Maintien de la prise lors de l'extraction d'un tube du carrousel : <ul style="list-style-type: none"> - force de maintien exercée par barillet sur le tube : F_E. - coefficient de frottement du contact tube/doigt : f 	$F_E = 500 \text{ N}$ $f = 0,3$	
D'autres critères ont été définis, mais ne sont pas étudiés ici.			

ANNEXE 3

Modélisation pour l'étude des fréquences propres du système

On appellera structure l'ensemble constitué de la plateforme et des quatre pieds.

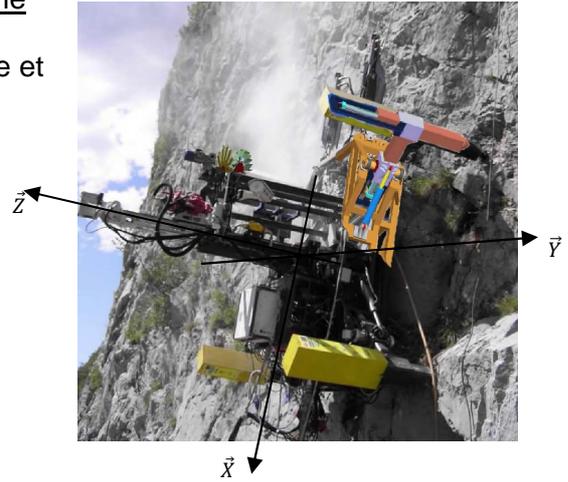
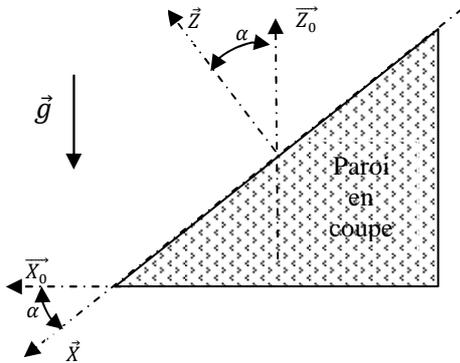
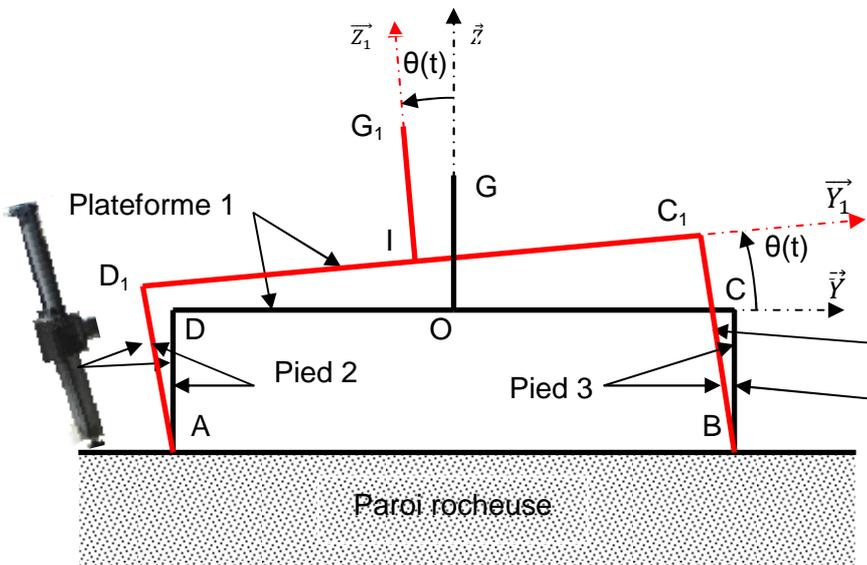


Figure 1 : Coupe transversale de la paroi.

Le repère $(O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ est supposé galiléen.

Le repère $(I, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ est lié à la plateforme.



Structure déformée (en rouge)
Structure au repos (en noir)

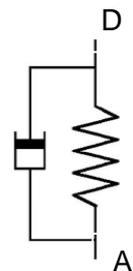
Figure 2 : Déformation de la structure.

Modélisation du comportement des pieds :

Le comportement des pieds est modélisé par un ensemble de ressorts de raideur k et d'amortisseurs de coefficient d'amortissement μ .

L'action du pied 2 sur la plateforme 1 est donnée par :

$$\{2 \rightarrow 1\}_{D_1} = \left\{ \begin{array}{l} -k \cdot (\overrightarrow{\Delta AD} \cdot \vec{z}_1) \cdot \vec{z}_1 - \mu \cdot \vec{z}_1 \cdot \left[\frac{d}{dt} \overrightarrow{AD_1} \cdot \vec{z}_1 \right]_{\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}} \\ \vec{0} \end{array} \right\}_{D_1} \quad \text{avec } \overrightarrow{\Delta AD} = \overrightarrow{AD_1} - \overrightarrow{AD}$$



et l'action du pied 3 sur la plateforme 1 est donnée par :

$$\{3 \rightarrow 1\}_{C_1} = \left\{ \begin{array}{c} -k \cdot (\Delta \overline{BC} \cdot \overline{Z}_1) \cdot \overline{Z}_1 - \mu \cdot \overline{Z}_1 \cdot \left[\frac{d}{dt} \overline{BC}_1 \cdot \overline{Z}_1 \right]_{\overline{X}, \overline{Y}, \overline{Z}} \\ \vec{0} \end{array} \right\}_{C_1} \quad \text{avec } \Delta \overline{BC} = \overline{BC}_1 - \overline{BC}$$

Données :

$$\overline{OI} = y_{(t)} \cdot \overline{Y} + z_{(t)} \cdot \overline{Z} \quad \overline{OA} = -b \cdot \overline{Y} - d \cdot \overline{Z} \quad \overline{OB} = b \cdot \overline{Y} - d \cdot \overline{Z} \quad b = 1\text{m}$$

G_1 centre d'inertie et de gravité défini par : $\overline{IG}_1 = a \cdot \overline{Z}_1$

Masse de la structure : $m = 3000 \text{ kg}$

$k = 5 \cdot 10^7 \text{ N/m}$

Opérateur d'inertie de la structure écrit au point I : $I_I(pf) = \begin{pmatrix} A & -F & -E \\ -F & B & -D \\ -E & -D & C \end{pmatrix}_{I\overline{X}, \overline{Y}_1, \overline{Z}_1}$

L'action mécanique des câbles sur la plateforme 1 est portée par l'axe \overline{X} .

L'action mécanique due au forage sur la plateforme 1 est représentée par le torseur :

$$\{Forage \rightarrow 1\} = \begin{pmatrix} F\overline{Z} \\ C_f\overline{Z} \end{pmatrix}_I$$

ANNEXE 4

Modélisation simplifiée du vérin hydraulique

Données :

- S : surface utile du piston
- B : module de compressibilité du fluide utilisé
- $q(t)$: débit entrant et sortant du vérin
- V_1 et V_2 : volumes des deux chambres du vérin. On prendra par la suite $V_1 = V_2 = V$.
- $p(t) = p_1 - p_2$: différence des pressions dans les chambres du vérin
- $z(t)$: déplacement de la tige par rapport à la position d'équilibre

Modélisation simplifiée de la servovalve

La servovalve est modélisée par un gain pur k_{sv} .

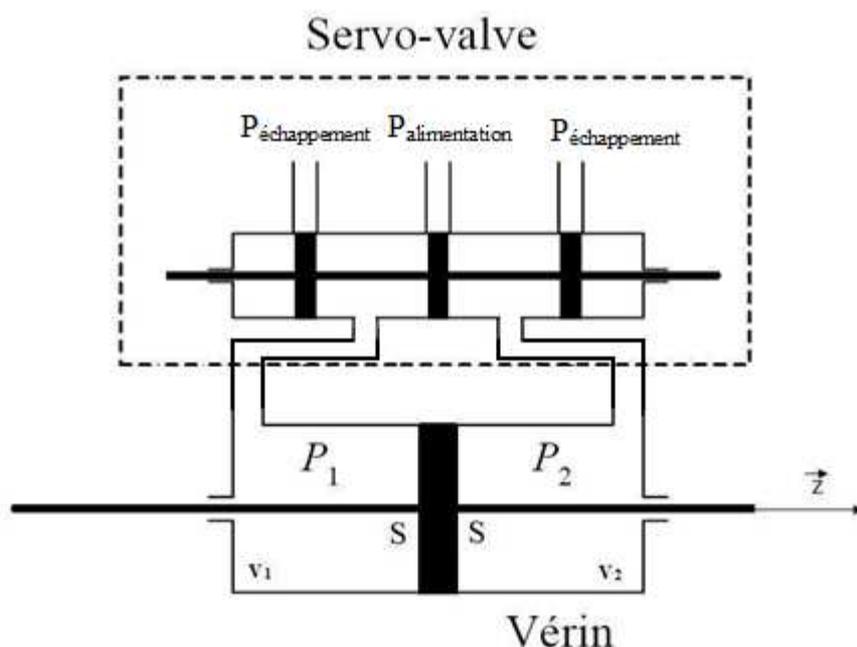
Equations de fonctionnement

- Bilan des débits : $q(t) = S \frac{dz}{dt} + \frac{V}{2B} \frac{dp}{dt}$

- Equation de mécanique : $M \frac{d^2z}{dt^2} = -kz(t) - \mu \frac{dz}{dt} + p(t) \cdot S + F_{forage}$

Le pied sort jusqu'à venir en contact avec le sol, contact détecté par un capteur d'effort situé sous le pied. L'asservissement des déplacements de la tige du vérin entre en jeu à ce moment là.

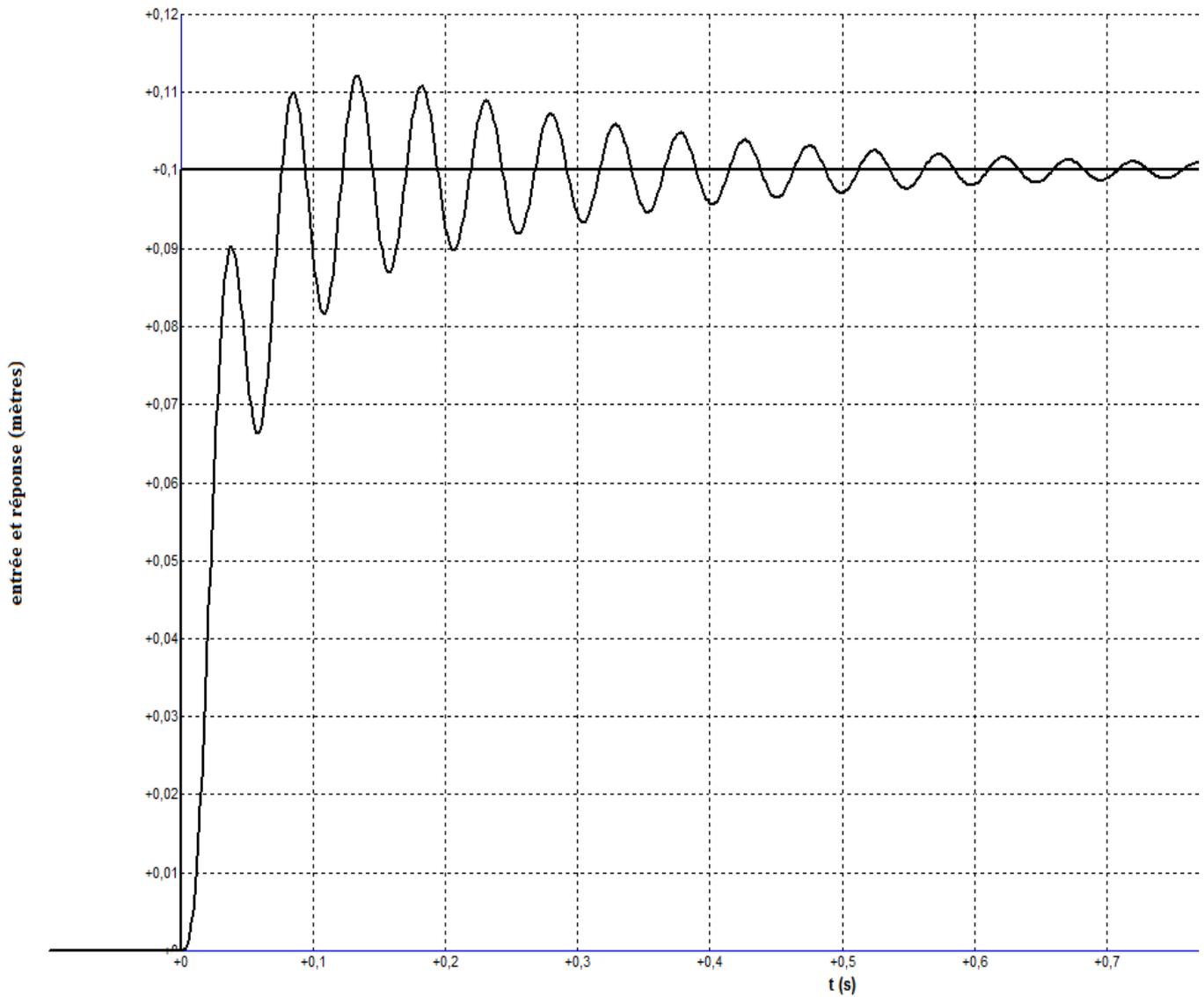
Schéma



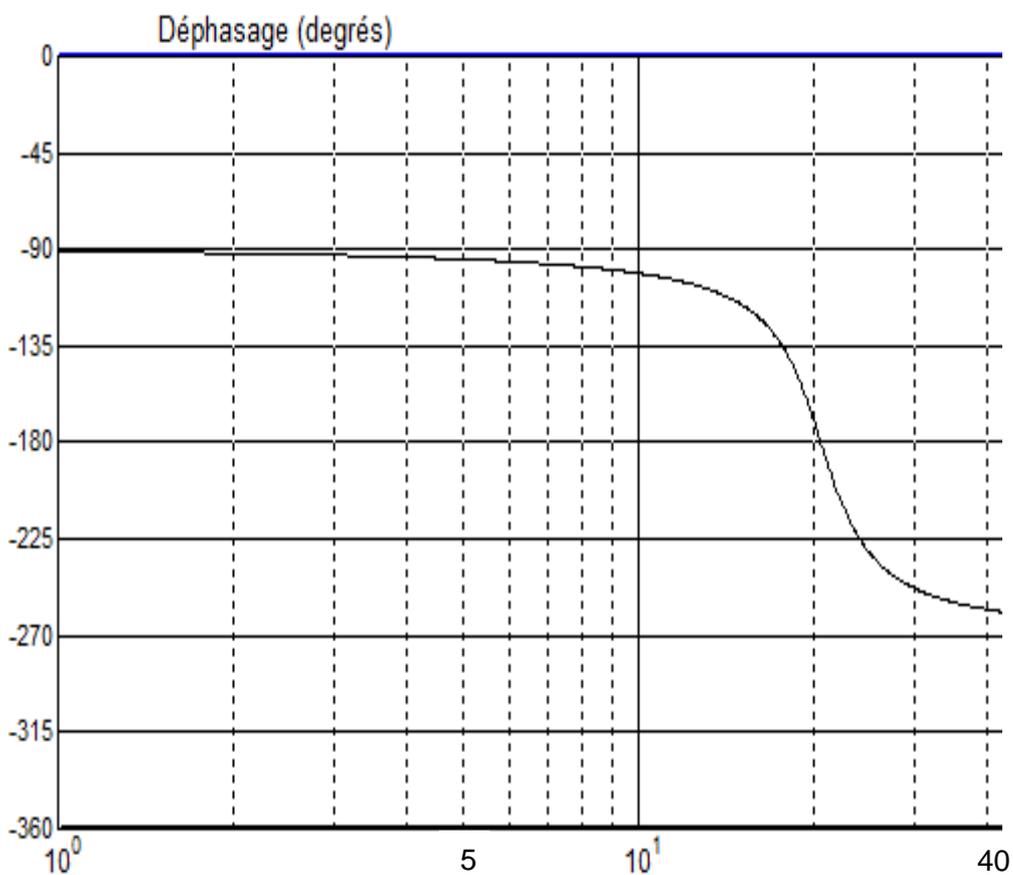
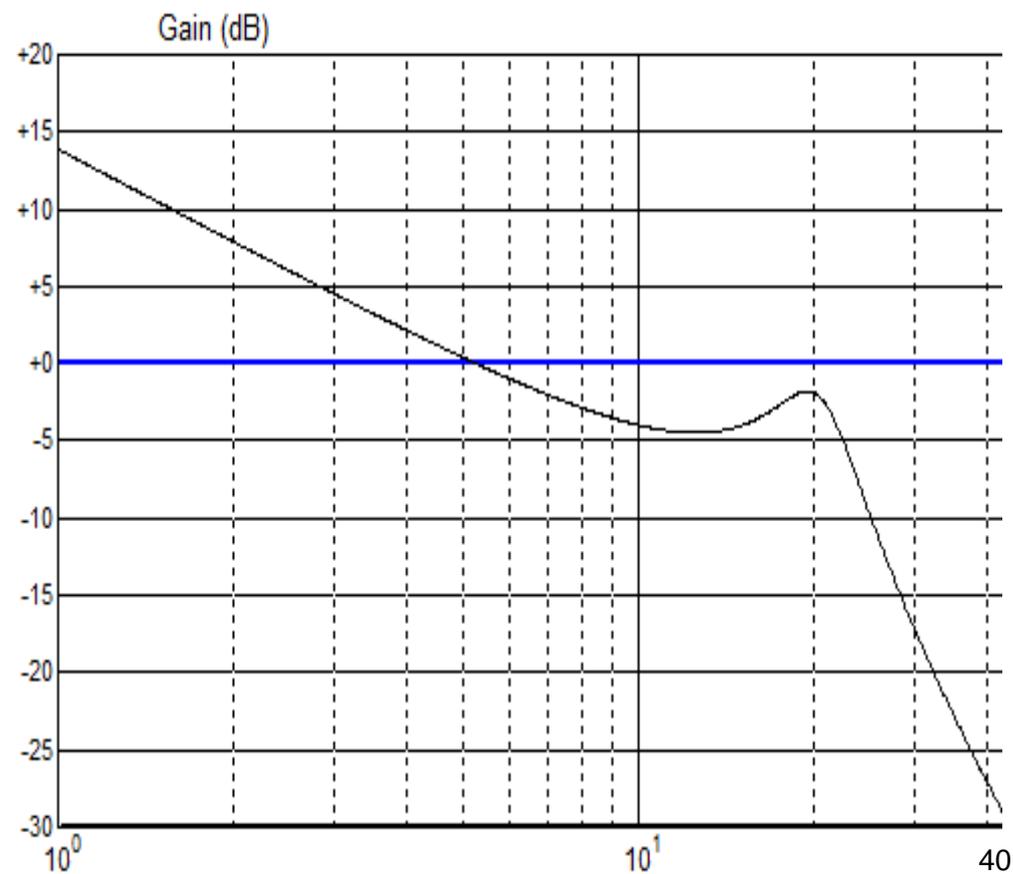
ANNEXE 5

Comportement du système non corrigé en poursuite :

1 - Réponse indicielle du système non corrigé :
Le signal d'entrée a une amplitude égale à 0,1 m.

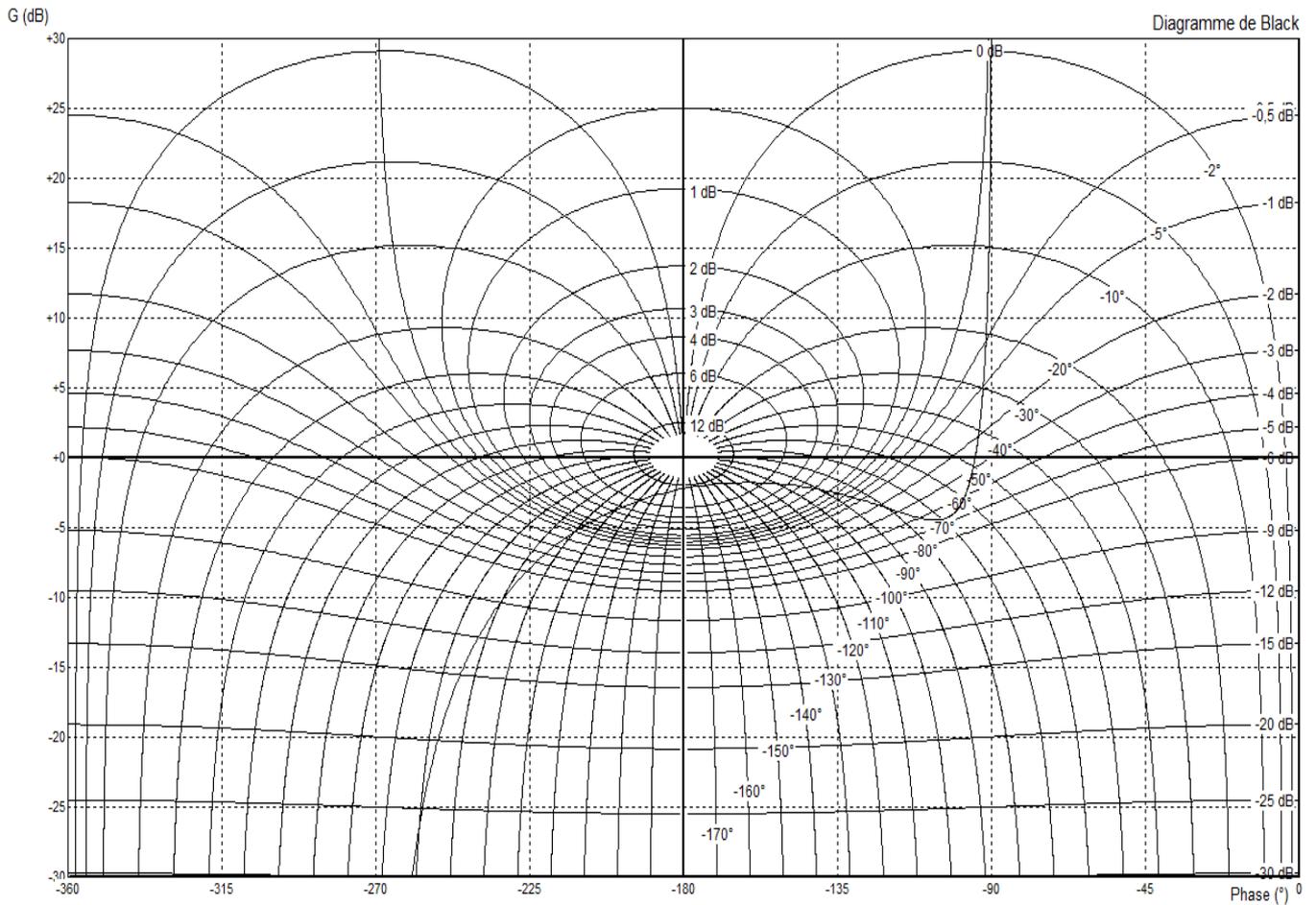


2 - Diagramme de Bode de la boucle ouverte non corrigée.

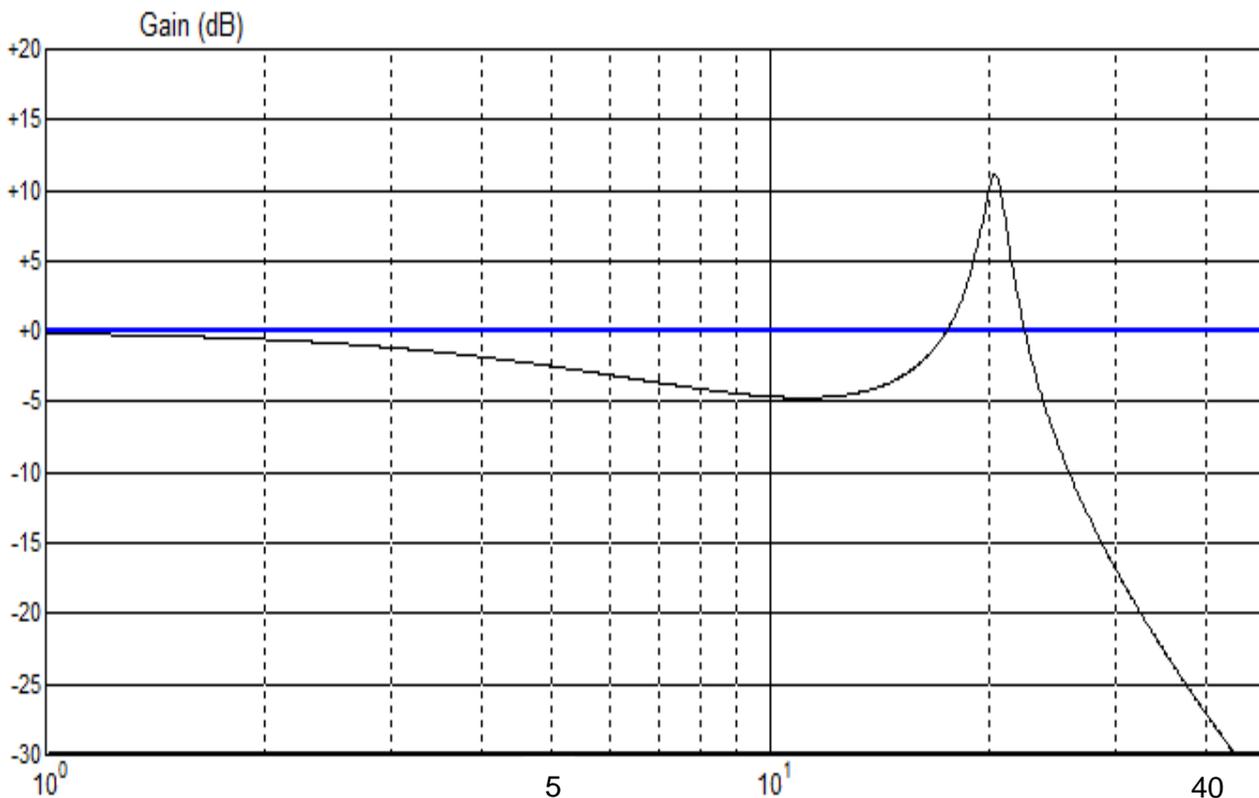


NB : Dans les diagrammes de Bode, les abscisses sont données en Hz. ($\omega = 2\pi.f$)

3 - Diagramme de Black de la boucle ouverte non corrigée.



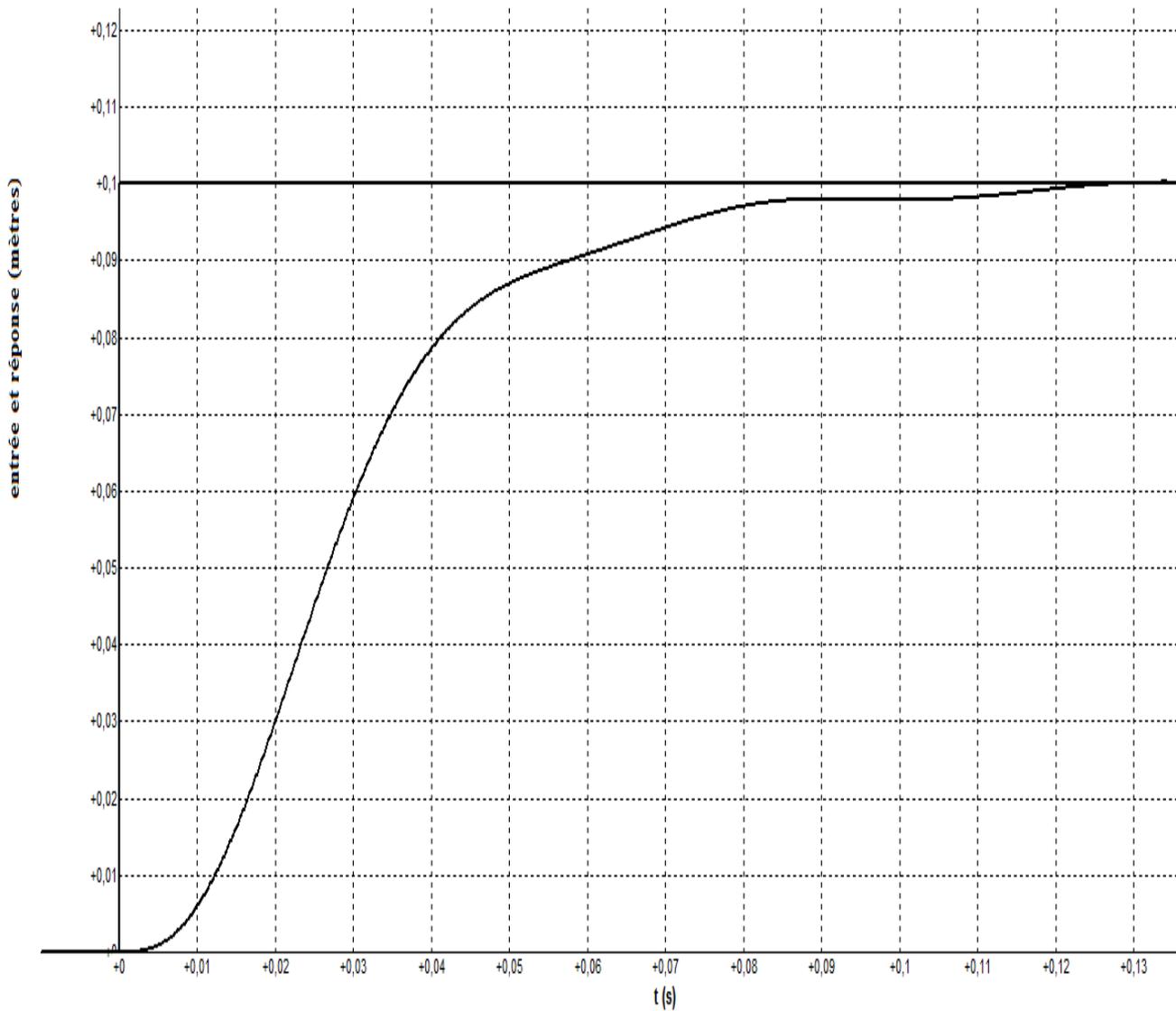
4 - Diagramme de Bode en gain de la réponse fréquentielle (en boucle fermée) du système non corrigé.



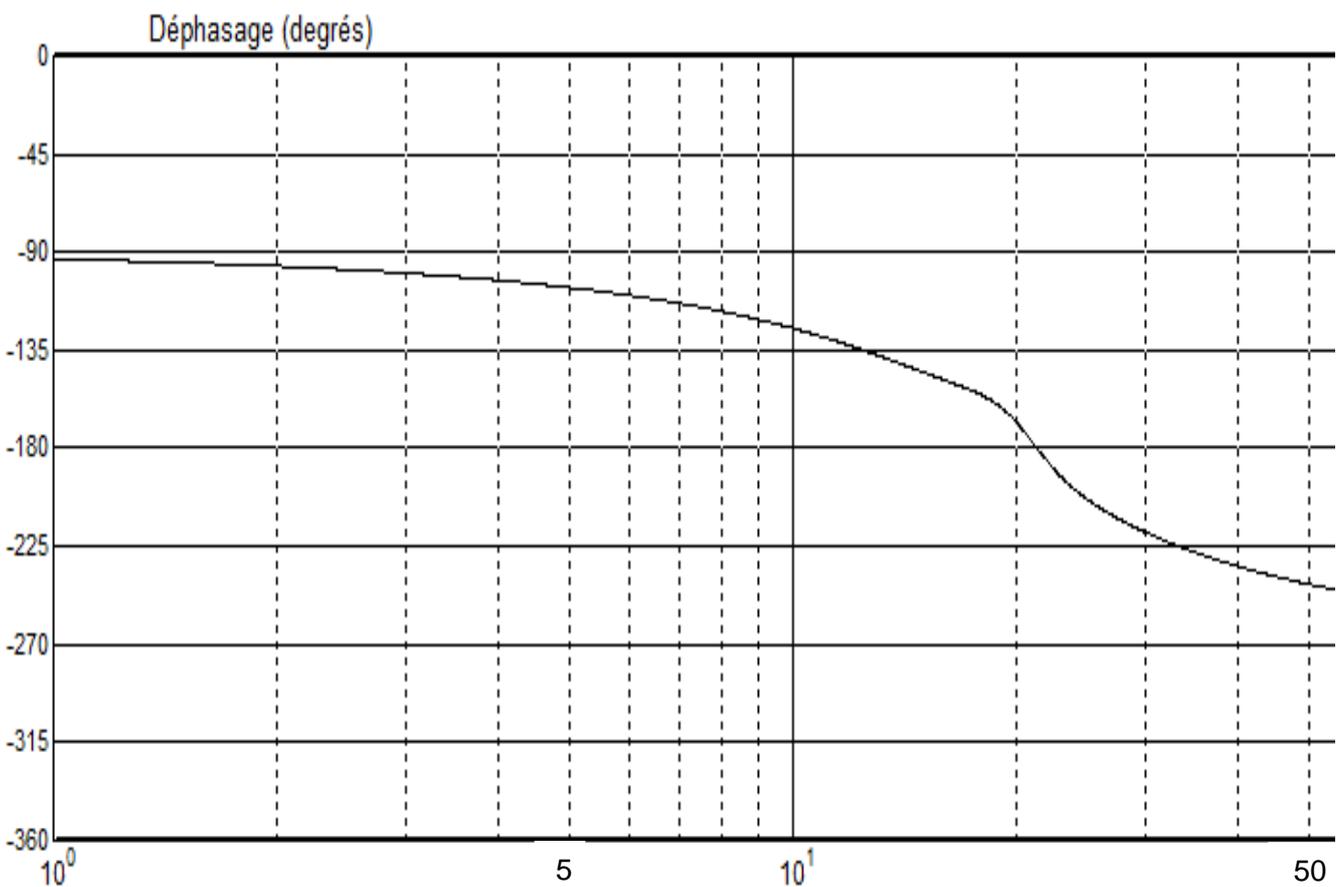
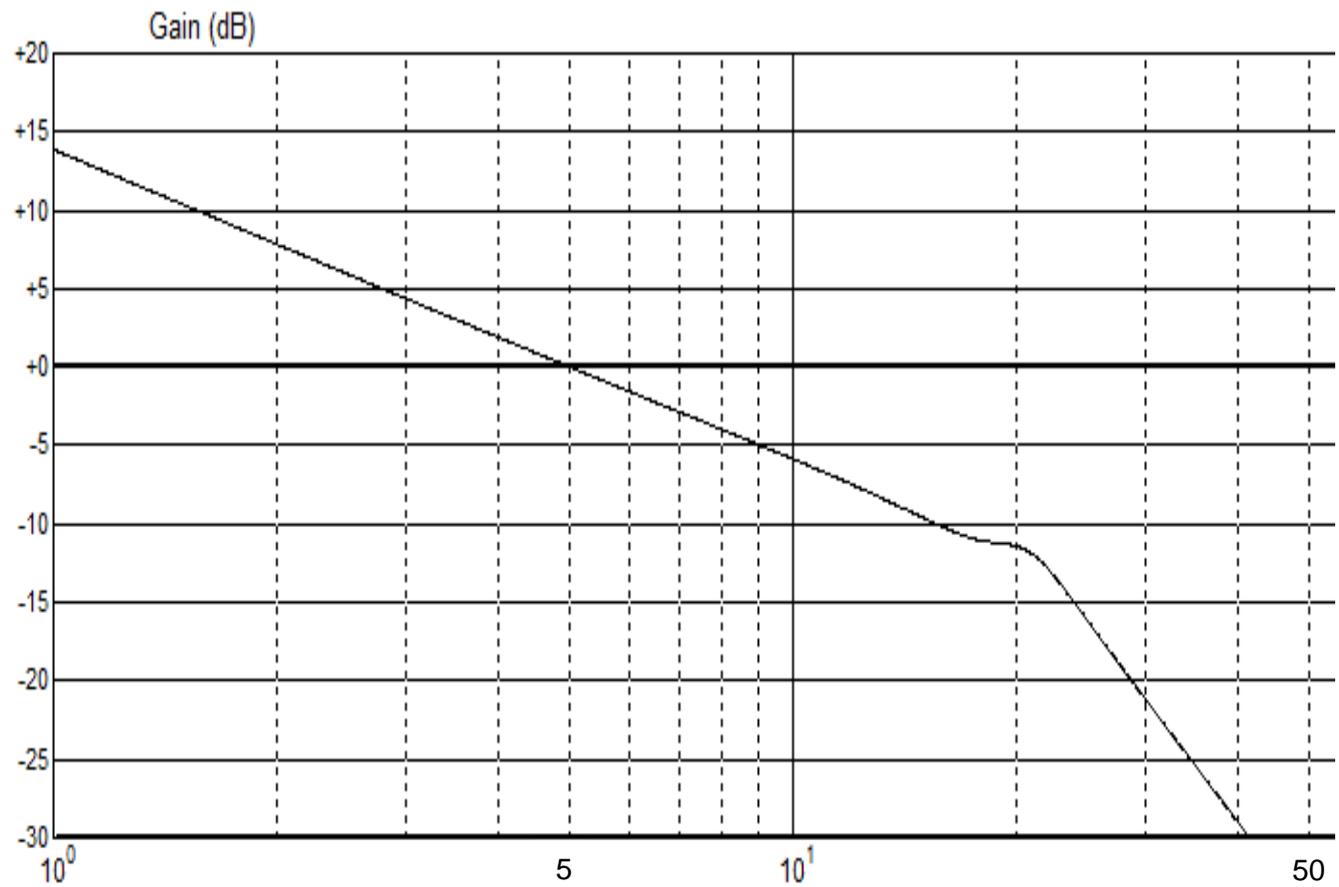
Comportement du système corrigé en poursuite :

1 - Réponse indicielle du système corrigé :

Le signal d'entrée a une amplitude égale à 0,1 m.

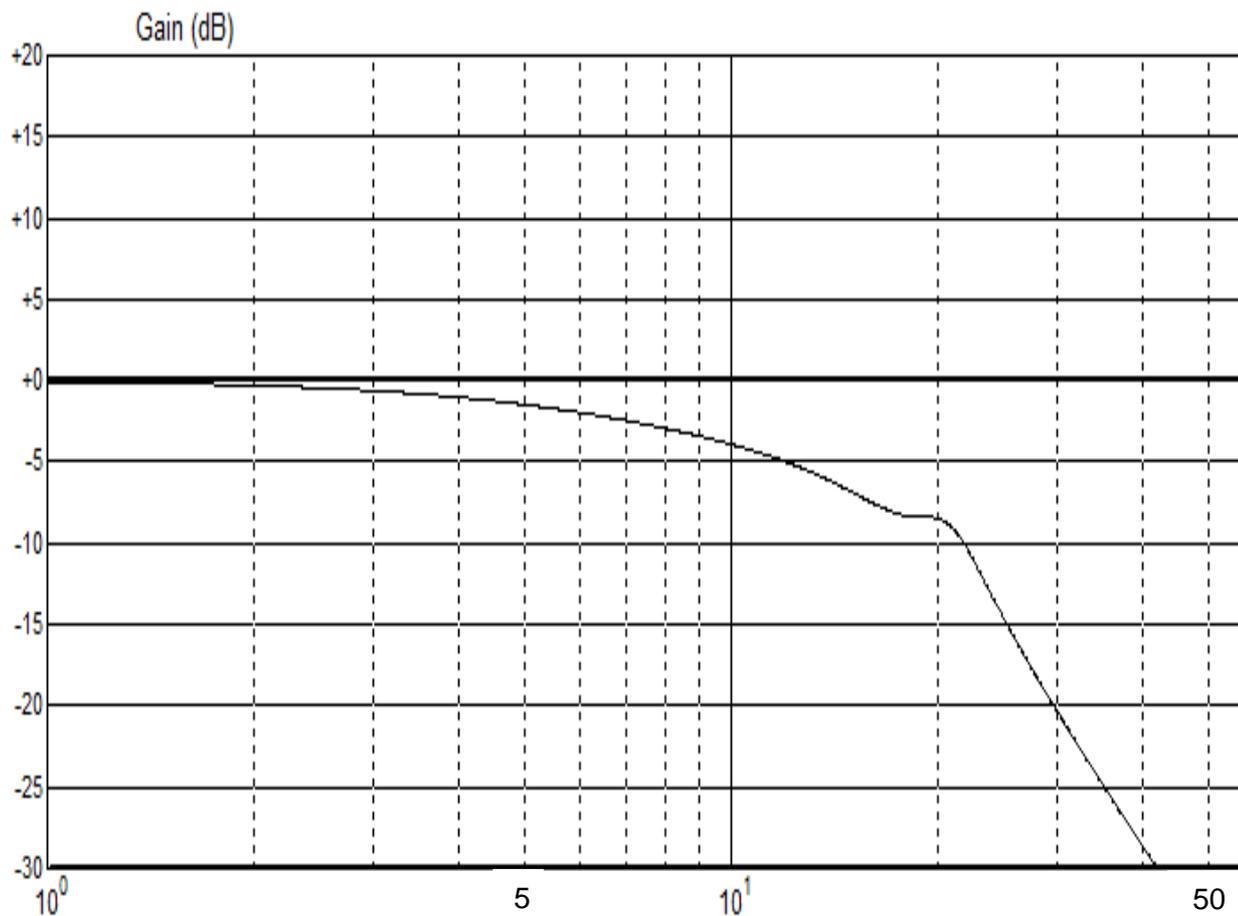


2 - Diagramme de Bode de la boucle ouverte corrigée.



NB : Dans les diagrammes de Bode, les abscisses sont données en Hz. ($\omega = 2\pi.f$)

3 - Diagramme de Bode en gain de la réponse fréquentielle (en boucle fermée) du système corrigé.

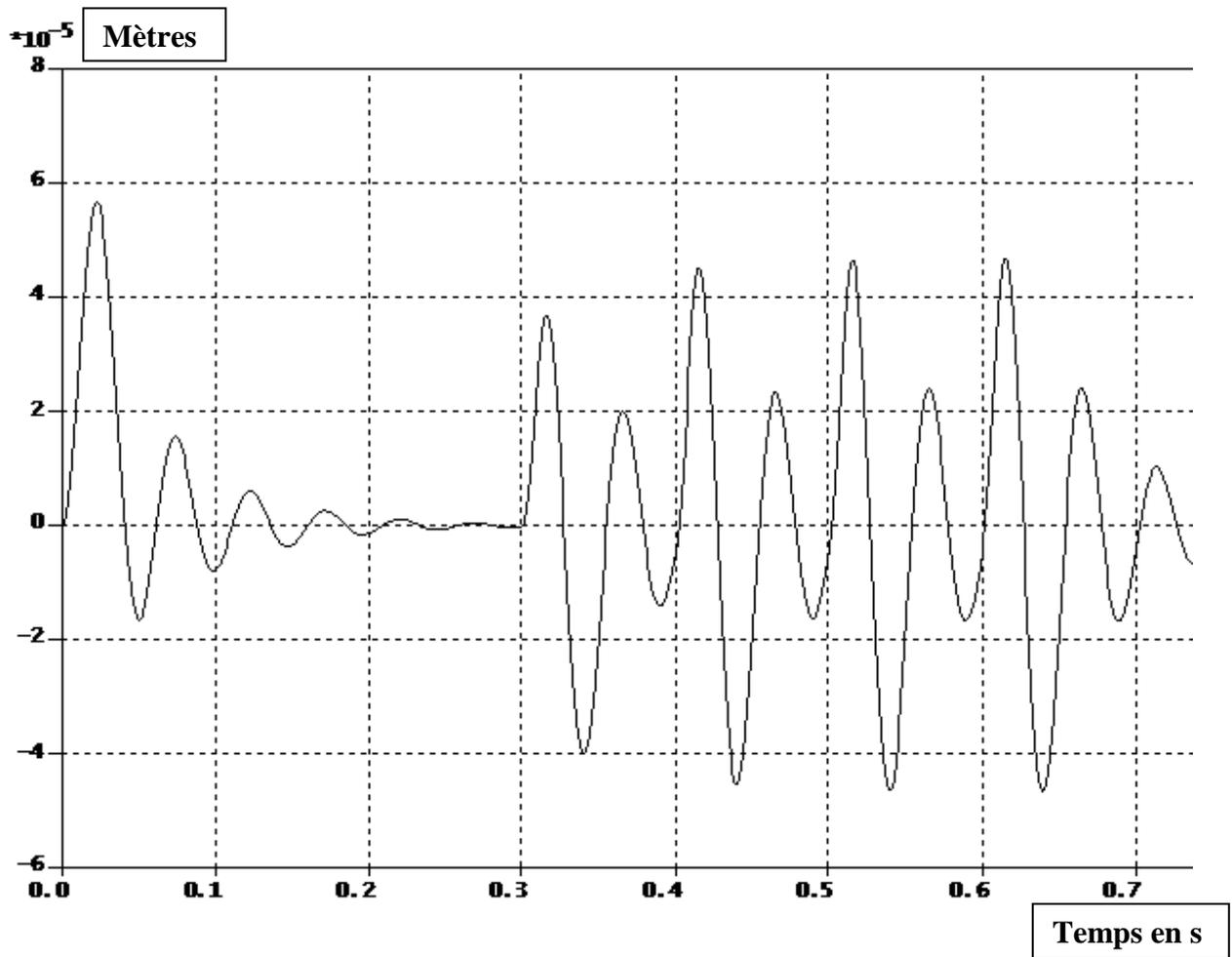


NB : Dans les diagrammes de Bode, les abscisses sont données en Hz. ($\omega = 2\pi.f$)

ANNEXE 7

Comportement du système corrigé en régulation :

1 - Réponse du système corrigé à une perturbation due à l'effort de forage :



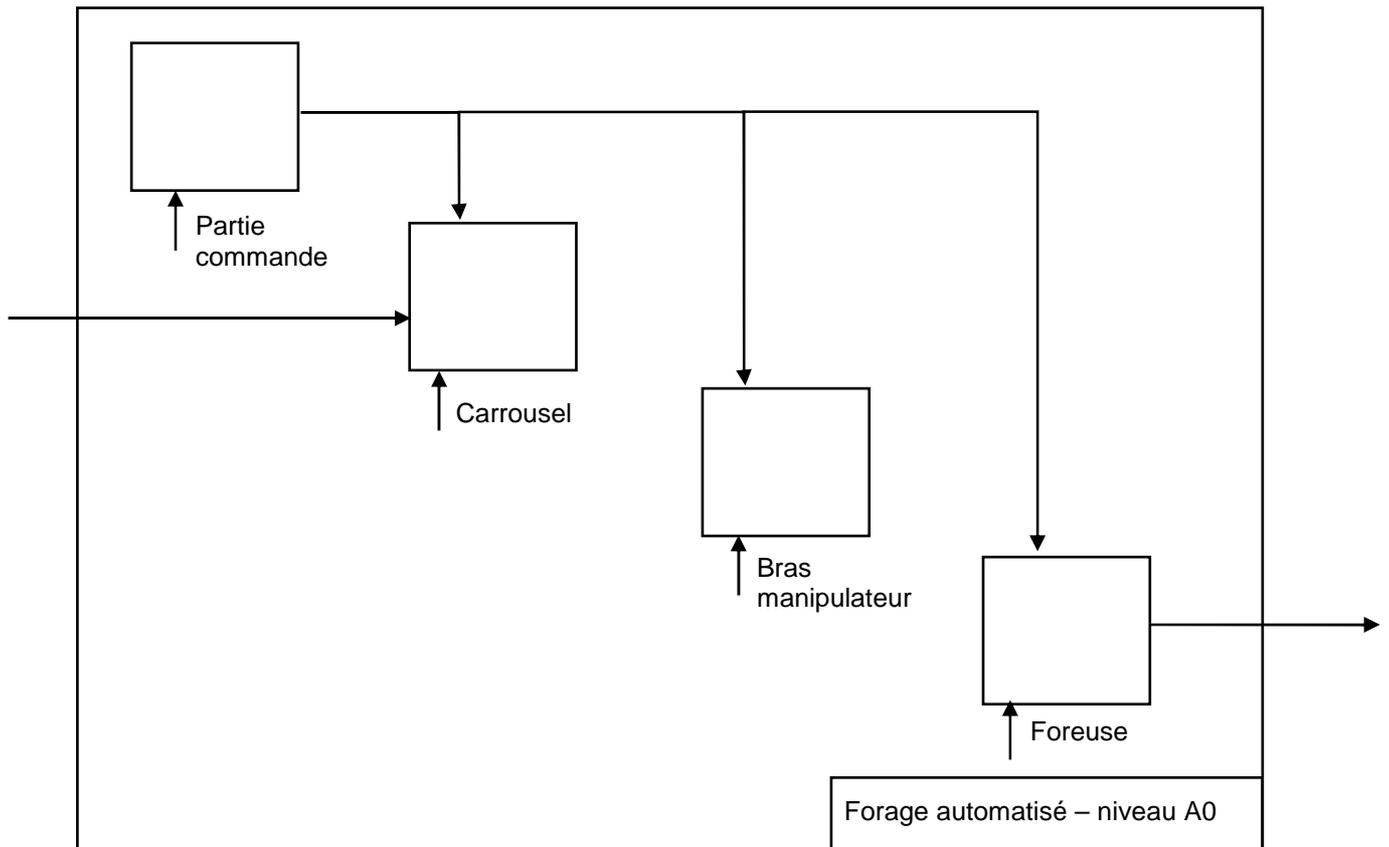
La sortie sur l'axe des ordonnées est donnée en mètres avec un coefficient 10^{-5} .

Dans l'intervalle $[0 ; 0,3]$ seconde, seul l'effort de poussée de la tête intervient.

A partir du temps $t = 0,3$ s, la percussion entre en fonctionnement.

Question 10 : Temps de cycle
Question 11 : Secteurs vides

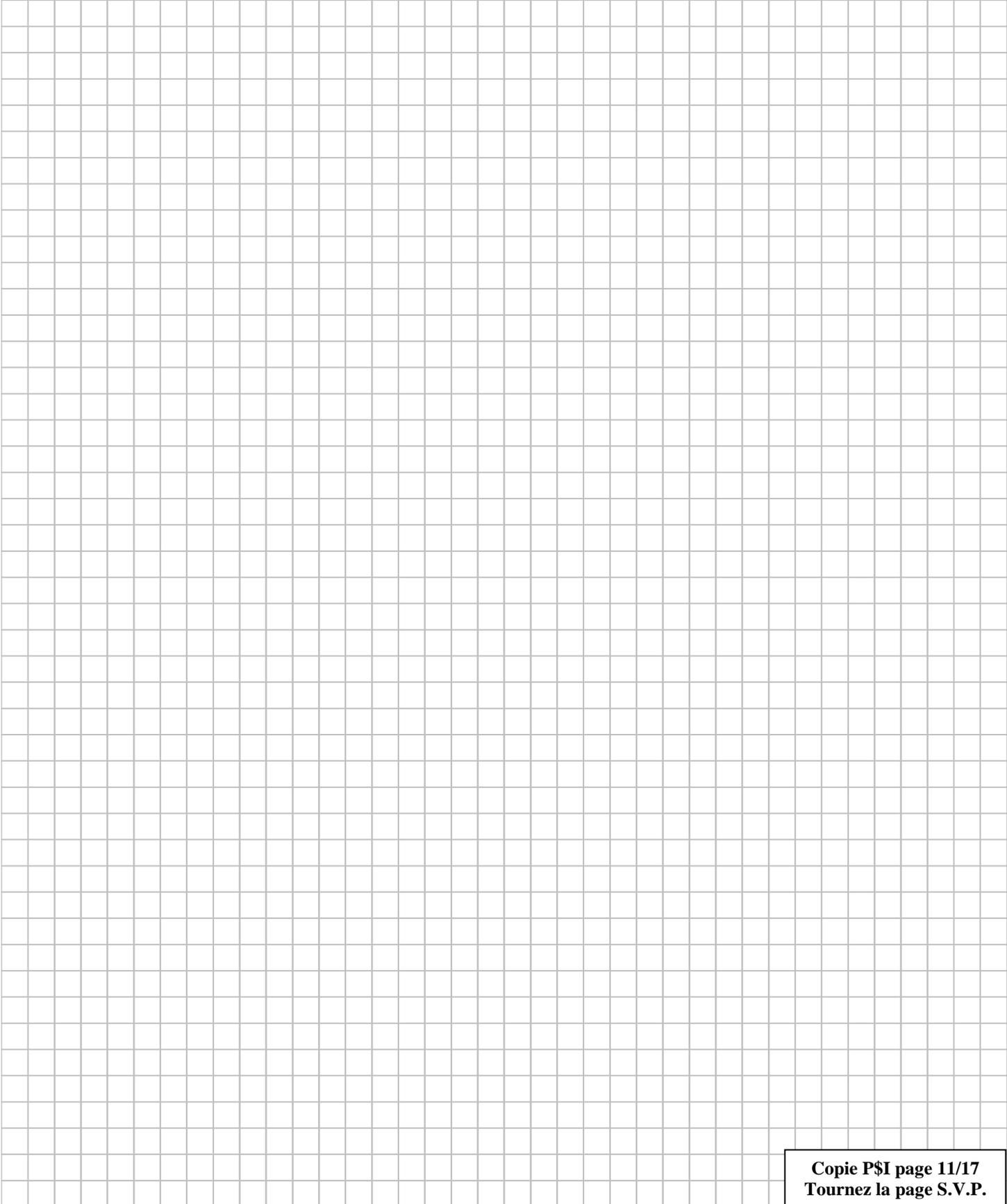
Question 12 : SADT niveau A0



V - FT12 POSITIONNER ET STABILISER LA PLATEFORME

Question 13 : Equations issues du principe fondamental de la dynamique

Question 14, question 15 et question 16 : Eléments cinétiques

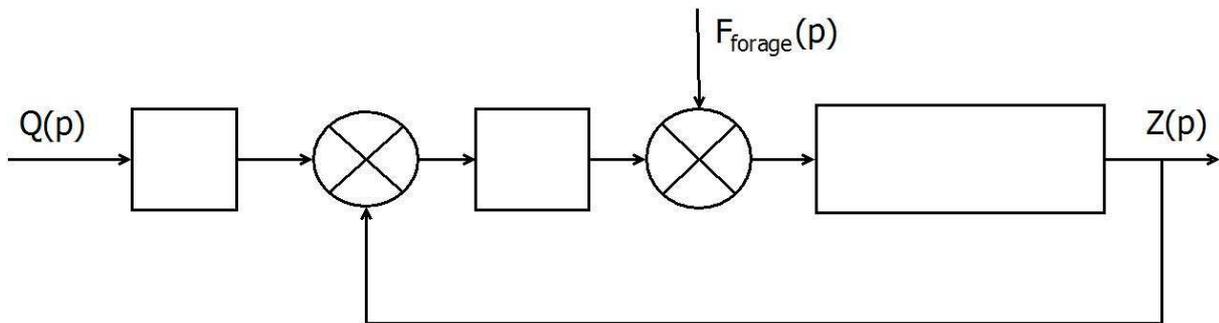


Question 17 : Interprétation de l'équation matricielle

Question 18 : Couplage des équations

Question 19 et question 20 : Exploitation

Question 21 : Schéma bloc Vérin



Question 22 : Schéma bloc de l'asservissement



Question 23 : Schéma bloc à retour unitaire



Questions 24 et 25 : Respect du cahier des charges

Question 26 : Caractéristiques de résonance

Questions 27 et 28 : Correcteur

Question 29 : Respect du cahier des charges en poursuite

Questions 30 et 31 : Respect du cahier des charges en régulation