



EPREUVE SPECIFIQUE - FILIERE MP

SCIENCES INDUSTRIELLES

Durée : 3 heures

N.B. : Le candidat attachera la plus grande importance à la clarté, à la précision et à la concision de la rédaction. Si un candidat est amené à repérer ce qui peut lui sembler être une erreur d'énoncé, il le signalera sur sa copie et devra poursuivre sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.

Les calculatrices sont autorisées

Le sujet complet comporte 19 pages dont :

- 16 pages de texte de présentation et énoncé du sujet,
- 1 livret de 4 pages de documents réponses à **rendre obligatoirement avec la copie.**

Toute documentation autre que celle fournie est interdite.

REMARQUES PRÉLIMINAIRES

Il est conseillé d'utiliser des feuilles de papier brouillon afin de mettre au point les développements mathématiques, schémas, graphes et courbes, avant de les recopier au propre sur la copie rendue.

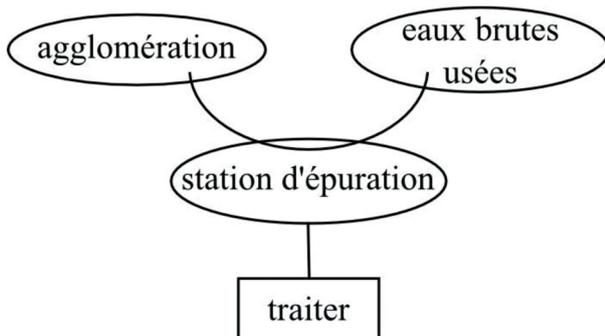
Il est demandé au candidat de bien vouloir inscrire les résultats et les développements nécessaires aux différentes questions sur sa copie, en précisant bien le numéro de la question traitée et, si possible, dans l'ordre des questions. Les résultats attendus seront obligatoirement entourés.

STATION D'ÉPURATION

1. Fonctionnement d'une station

Une station d'épuration traite les eaux usées collectées par le réseau d'égouts des agglomérations. Elle a pour fonction de les débarrasser de la pollution liée à l'activité humaine. Les eaux purifiées sont ensuite rejetées dans le milieu naturel (fleuve, rivière,...).

L'objet de ce sujet est de valider la capacité de la solution « station d'épuration » à satisfaire la prestation attendue « traiter les eaux usées » telle qu'elle est caractérisée sur la figure 1 :



| Critères | Valeurs |
|-------------------------|-----------------------|
| Volume moyen journalier | 5 500 m ³ |
| Débit moyen horaire | 230 m ³ /h |

Remarque : pour notre étude, les critères biologiques d'épuration sont ramenés au critère de débit. Si le débit est respecté alors le niveau de pureté de l'eau en sortie de la station le sera aussi.

Figure 1 : Définition du besoin

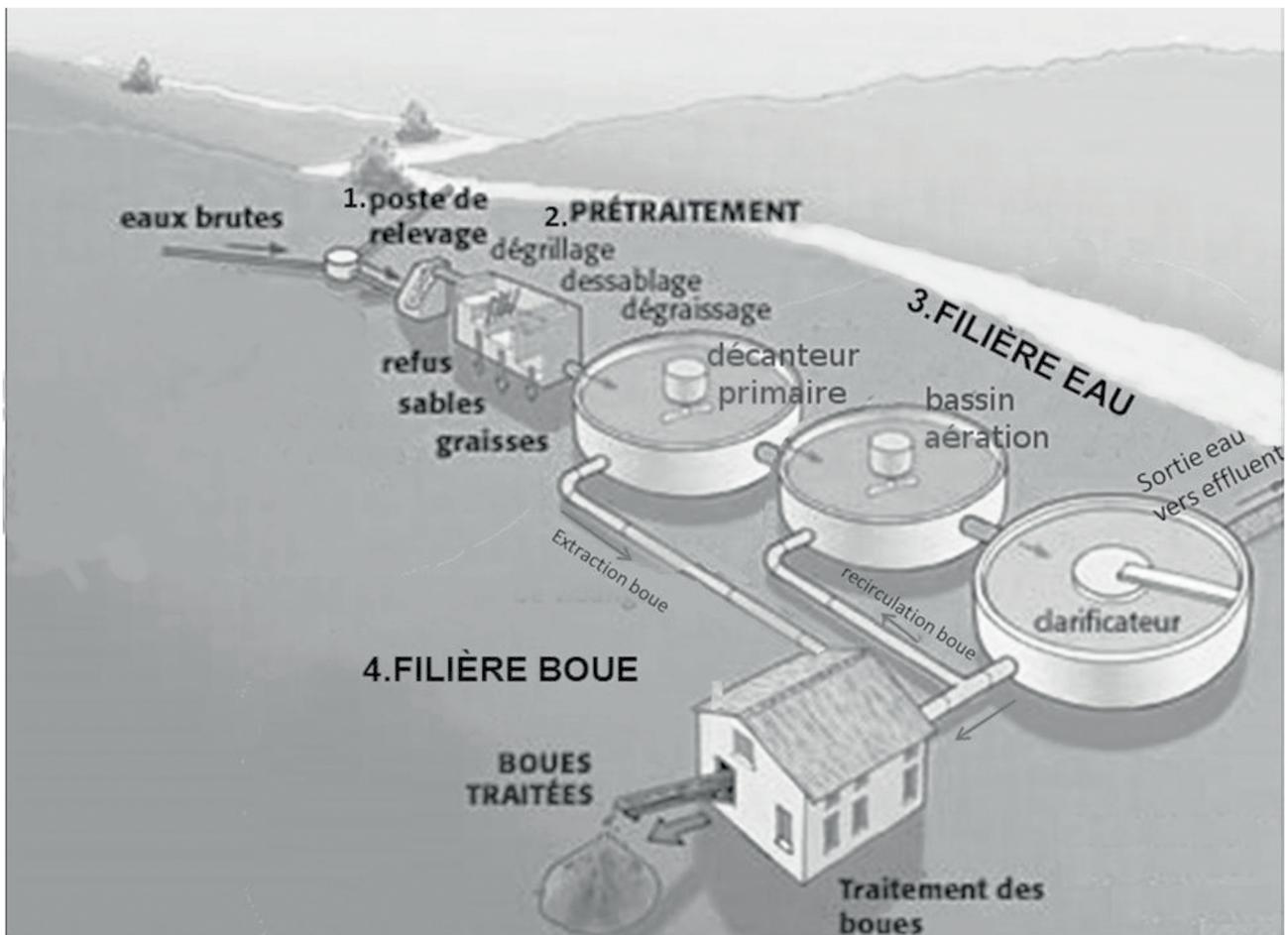


Figure 2 : Implantation d'une station d'épuration

La station est organisée en 4 grandes parties (figure 2) :

1. *Le relevage* : le poste de relevage a pour fonction d'amener les eaux usées à une altitude suffisante pour que leur déplacement vers les autres postes de la station se fasse par gravité.
2. *Le prétraitement* : le prétraitement a pour fonction d'enlever les déchets non organiques ou trop gros. Il comporte :
 - un dégrilleur qui va retenir les gros déchets (avec une grille) ;
 - un dessableur qui va retenir les déchets solides non organiques qui sont passés au travers de la grille du dégrilleur ;
 - un dégraisseur qui va retenir les parties surnageantes (huiles et graisses).
3. *La filière eau* : la filière eau a pour fonction d'extraire les déchets organiques afin de pouvoir rejeter l'eau dans un effluent. Elle comporte :
 - un décanteur primaire : c'est un grand bassin dans lequel la circulation se fait suffisamment lentement pour que les matières organiques en suspension se déposent au fond. Les eaux passent ensuite dans le bassin d'activation à aération.
 - un bassin d'activation à aération : c'est un bassin dans lequel on effectue un brassage vigoureux des eaux afin de les oxygéner et d'activer ainsi la dégradation des matières organiques par des bactéries aérobies. L'oxygène de l'air permet aux bactéries contenues dans les boues de se développer en se nourrissant des matières organiques dissoutes. Le produit séjourne ensuite dans le clarificateur.
 - un clarificateur : c'est un grand bassin dans lequel la circulation se fait suffisamment lentement pour que les bactéries tombent au fond du bassin par décantation. Elles forment des boues qui sont soutirées.
 - une évacuation des eaux traitées : l'eau en surface du clarificateur est « propre » ; elle est alors rejetée dans un cours d'eau (effluent).
4. *La filière boue* : la filière boue a pour fonction de traiter les boues extraites. Elle comporte :
 - un circuit de recirculation : les boues accumulées au fond du clarificateur sont périodiquement aspirées et refoulées pour parfaire leur dégradation ;
 - un circuit d'extraction : les boues suffisamment traitées sont dirigées vers un silo pré-concentrateur ;
 - une centrifugeuse qui permet l'élimination de l'eau contenue dans les boues extraites ;
 - un incinérateur de boues.

Nous supposons que si chaque composant de la station d'épuration vérifie le critère de débit moyen horaire (donné dans le cahier des charges suivant) alors les critères de la prestation attendue « traiter les eaux usées » seront validés. Ce sujet propose donc de valider la prestation dans la phase de vie : « fonctionnement journalier sans intempérie exceptionnelle » en vérifiant la capacité des composants à réaliser le critère de débit. Le cahier des charges fonctionnel donne une modélisation de l'environnement dans cette phase de vie. Il est limité aux grandeurs nécessaires à cette étude et est donné sur la figure 3.

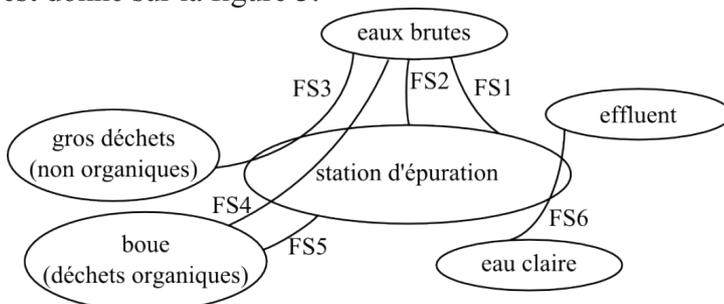


Figure 3 : Diagramme des interacteurs

- FS1** : traiter les eaux brutes
- FS2** : relever les eaux brutes afin que l'eau s'écoule par gravité
- FS3** : séparer les gros déchets des eaux brutes
- FS4** : utiliser une partie des boues pour traiter les eaux brutes
- FS5** : traiter les boues
- FS6** : rejeter l'eau claire dans l'effluent

Cahier des charges des conditions de fonctionnement :

| Fonctions de services | Critères | Valeurs |
|--|--|---|
| FS1 : traiter les eaux brutes | Volume moyen journalier | 5 500 m ³ |
| | Débit moyen horaire | 230 m ³ /h |
| FS2 : relever les eaux brutes afin que l'eau s'écoule par gravité | Hauteur | 7 m |
| | Débit maximal | 400 m ³ /h |
| | Couple maximal que peut transmettre le moteur | 1 000 N.m |
| | Filtrage des à-coups engendrés par les déchets solides | Pulsation de coupure du filtre passe-bas : 1,4 rad/s C et C _v étant définis plus tard : $\left \frac{C}{C_v} \right = 0,65$ maxi pour $\omega = 3,2$ rad/s |
| FS3 : séparer les gros déchets des eaux brutes | Diamètre maximal | 20 mm |
| FS4 : utiliser une partie des boues pour traiter les eaux brutes | Débit recirculation moyen horaire | 320 m ³ /h ± 10 % |
| FS5 : traiter les boues | Débit extraction moyen horaire | 11 m ³ /h ± 10 % |
| | Taux de siccité | 20 % obtenu pour une vitesse relative de 2 tours/min |
| | Rapidité | Temps de réponse à 1 ‰ de 270 s ± 135 s |
| | Dépassement maximum pour la vitesse du tambour | 0,2 % ± 0,1 % |
| | Marge de phase pour la vitesse du tambour | 45° minimum |
| | Marge de gain pour la vitesse du tambour | 7 db minimum |
| | Précision pour la vitesse du tambour | N _{10c} ± 0,1 tour/min N _{10c} : vitesse de consigne du tambour |
| | Précision pour la vitesse relative (différentielle) | V _{Rc} ± 0,1 tour/min V _{Rc} : vitesse relative de consigne |

Question 1 : compléter sur le document réponse DR1 la description SADT de l'organisation structurelle de la solution.

2. Étude du relevage des eaux brutes

Les objectifs de cette partie sont de valider les performances de la FS2 « relever les eaux brutes afin que l'eau s'écoule par gravité ». Pour cela, il faut vérifier successivement :

- les performances nominales du moteur permettant de transmettre l'énergie mécanique nécessaire à l'eau brute ;
- le dimensionnement de l'accouplement élastique afin de filtrer les à-coups provenant de la vis d'Archimède.

2.1. Organisation structurelle du relevage

Le poste de relevage a pour fonction d'amener les eaux usées à une altitude suffisante pour que leur déplacement vers les autres postes de la station se fasse par gravité. La solution technique permettant de réaliser cette fonction est l'utilisation d'une vis d'Archimède entraînée par un moteur asynchrone. Lors de la rotation de la vis, l'eau usée située dans le bassin de réserve est emprisonnée entre deux filets et relevée jusqu'à un bassin d'arrivée. Lorsque la vis fait un tour, le volume d'eau emprisonné (noté V_{pas}) se translate de la valeur du pas. La transmission de puissance entre le moteur et la vis est composée d'un système poulie-courroie, d'un réducteur et d'un accouplement élastique (figure 4, page 6).

2.2. Validation du moteur

L'objectif de cette partie est de vérifier que les performances nominales du moteur permettent de transmettre l'énergie mécanique nécessaire à l'eau brute lors du relevage (FS2).

Question 2 : on supposera qu'en régime permanent l'accouplement élastique est homocinétique, c'est-à-dire que $\omega_V = \omega_r$. Donner la relation $\frac{\omega_V}{\omega_m}$ et la valeur de ω_V en rad.s^{-1} pour ω_m nominal.

Conclure sur la capacité du moteur à permettre une vitesse de la vis $N_{v,\max} = 30$ tours/min, correspondant à un débit d'environ $400 \text{ m}^3 \cdot \text{h}^{-1}$.

Hypothèses :

- Le volume d'eau brute contenu dans les filets de la vis se translate à vitesse constante suivant l'axe de la vis. On note $\{V_{eb/0}\} = \left\{ \begin{array}{l} \vec{0} \\ \frac{p}{2\pi} \omega_V \vec{x} \end{array} \right\}_O$ le torseur cinématique de ce volume d'eau par rapport au bâti.
- Le guidage de la vis avec le bâti est considéré sans frottement ni jeu et l'accélération de la pesanteur qui s'applique à l'eau est $g = 9,81 \text{ m.s}^{-2}$.
- La masse d'eau brute qui translate est $m_{eb} = \rho_{eb} V_{pas} \frac{L_V}{p}$ avec $\rho_{eb} = 1\,200 \text{ kg.m}^{-3}$ la masse volumique de l'eau brute.

Question 3 : appliquer le théorème de l'énergie cinétique à l'ensemble {vis ; volume d'eau emprisonné dans la vis} en régime permanent ($\omega_V = \text{cte}$) et en déduire l'expression et la valeur numérique du couple à transmettre à la vis C_V nécessaire pour déplacer l'eau.

Question 4 : en utilisant les données de la chaîne cinématique (rendements, rapports de réduction), donner l'expression et la valeur numérique du couple moteur nécessaire pour assurer le débit maximal en régime permanent. Conclure quant à la capacité du moteur à atteindre ce couple.

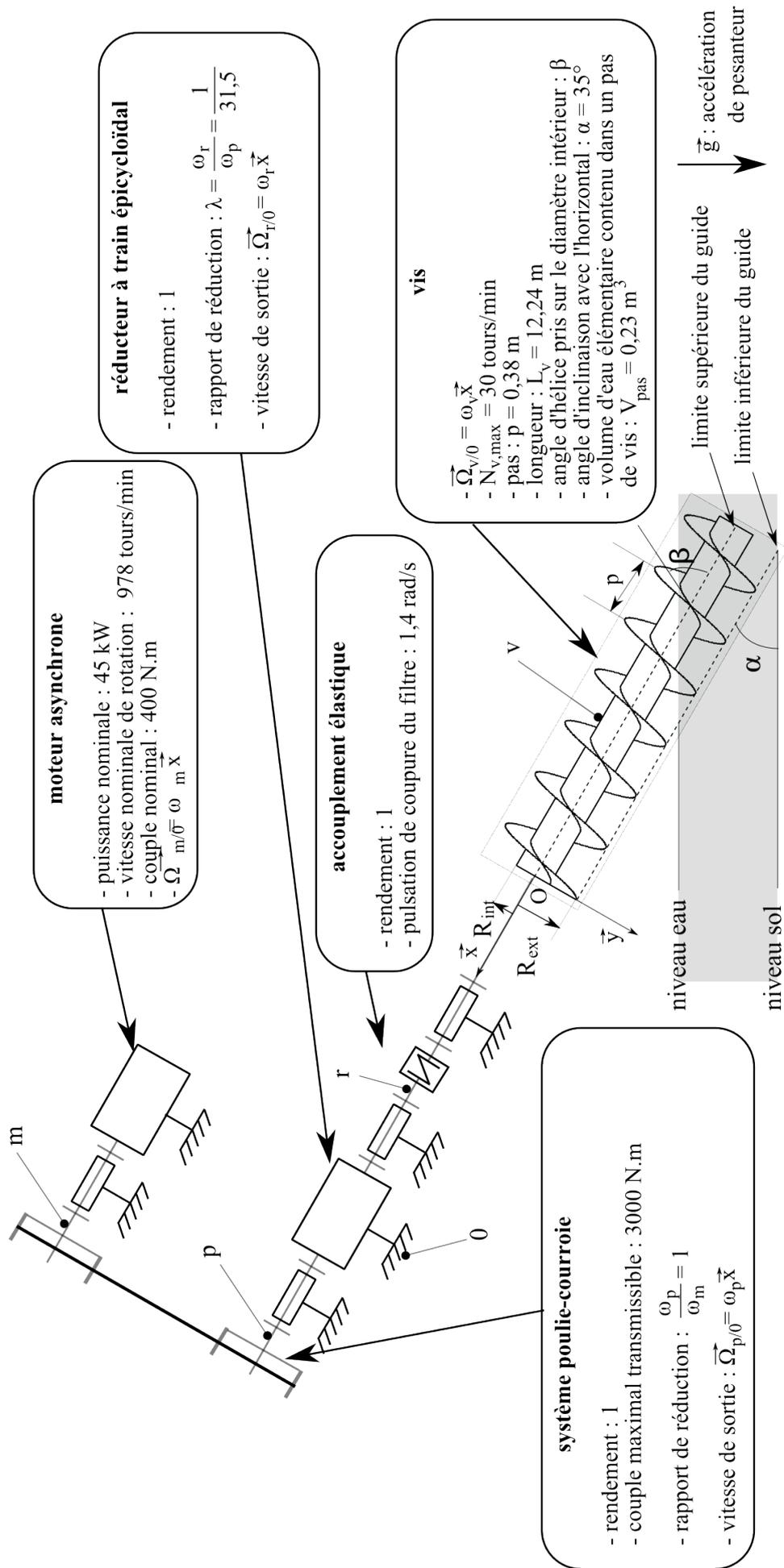


Figure 4 : Schéma du poste de relevage

2.3. Accouplement élastique

L'objectif de cette partie est de vérifier le dimensionnement de l'accouplement élastique afin de filtrer les à-coups provenant de la vis (FS2).

Un accouplement élastique est inséré entre la vis et la chaîne cinématique afin de protéger cette dernière de surtensions en couple venant de débris bloqués dans la vis. Il amortit les variations brutales de couple tout en acceptant des désalignements d'arbres. L'accouplement se compose de 2 moyeux en fonte et de broches en acier qui reçoivent des manchons en élastomère.

Le dimensionnement de cet accouplement est réalisé afin de créer un filtre passe-bas des perturbations mécaniques. Cependant, l'ajout de cet accouplement élastique diminue la rigidité en torsion de l'arbre de transmission. Ceci peut entraîner des vibrations de torsion provoquant la rupture de l'accouplement.



L'accouplement élastique est modélisé par 3 ensembles (figure 5) :

- un ressort {K} de torsion de raideur K ($K = 2\,000 \text{ N.m/rad}$) ;
- un arbre {r} venant de la partie motrice (sortie du système réducteur) ;
- un arbre {V} allant vers la partie réceptrice (vis).

Les notations suivantes seront utilisées :

- C_r couple venant de la partie motrice ;
- C_v couple venant de la partie réceptrice ;
- θ_r angle de rotation de l'arbre de la partie motrice ;
- θ_v angle de rotation de l'arbre de la partie réceptrice ;
- $\Delta\theta$ angle de cisaillement de l'accouplement : $\Delta\theta = \theta_r - \theta_v$;
- J_r inertie équivalente de la partie motrice ramenée sur l'axe de rotation de l'entrée de l'accouplement : $J_r = 3\,500 \text{ kg.m}^2$;
- J_v inertie équivalente de la partie réceptrice ramenée sur l'axe de rotation de la sortie de l'accouplement : $J_v = 1\,500 \text{ kg.m}^2$;
- Relation entre $\Delta\theta$ et le couple C transmis par le ressort de torsion : $C = K.\Delta\theta$.

Les seules actions mécaniques à prendre en compte sont :

$$\{T_{r \rightarrow K}\} = \{T_{K \rightarrow v}\} = \begin{Bmatrix} \vec{0} \\ C_r \vec{x} \end{Bmatrix}_O ; \{T_{(\text{partie réceptrice}) \rightarrow v}\} = \begin{Bmatrix} \vec{0} \\ -C_v \vec{x} \end{Bmatrix}_O ; \{T_{(\text{partie motrice}) \rightarrow r}\} = \begin{Bmatrix} \vec{0} \\ C_r \vec{x} \end{Bmatrix}_O$$

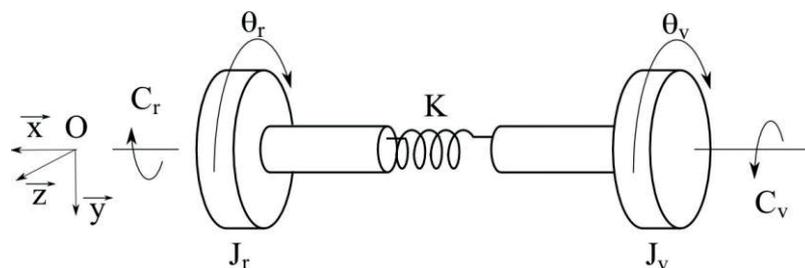


Figure 5 : Modélisation de l'accouplement élastique

Question 5 : afin d'établir deux équations de mouvement reliant θ_r et θ_v , écrire :

- l'équation issue du théorème du moment dynamique suivant (O, \vec{x}) appliqué à r ;
- l'équation issue du théorème du moment dynamique suivant (O, \vec{x}) appliqué à v.

Question 6 : en déduire l'équation différentielle de mouvement : $\Delta\ddot{\theta} + A.\Delta\theta = B$. Exprimer A et B en fonction des données de l'énoncé.

En raison de la présence de débris dans les eaux usées, le couple C_v n'est pas constant. En prenant en compte seulement les parties fluctuantes (c'est-à-dire non constantes) de $\Delta\theta$ et de C_v , on peut montrer que le comportement de l'accouplement élastique peut être modélisé par la fonction de transfert suivante :

$$Ha(p) = \frac{\Delta\Theta(p)}{C_v(p)} = \frac{1/J_v}{p^2 + \omega_1^2} \quad \text{avec } \omega_1 = \sqrt{\frac{K}{J}} \quad \text{où } \frac{1}{J} = \frac{1}{J_r} + \frac{1}{J_v}$$

$\Delta\Theta(p)$ et $C_v(p)$ sont les transformées de Laplace respectives de $\Delta\theta(t)$ et de $C_v(t)$.

Question 7 : tracer sur le document réponse DR2 la courbe de gain de la fonction $Ha(j\omega)$ pour une pulsation ω allant de 0,01 rad/s à 100 rad/s. Indiquer notamment la pulsation de résonance et vérifier le cahier des charges quant à cette pulsation (fonction FS2).

On suppose que les parties fluctuantes de $\Delta\theta$ et de C_v ont une pulsation de 3,2 rad/s (c'est la vitesse nominale de rotation de la vis). On rappelle que $C = K.\Delta\theta$ est le couple transmis par l'accouplement.

Question 8 : calculer (ne pas le mesurer sur le diagramme précédent) le rapport d'amplitude $\left| \frac{C}{C_v} \right|$ pour $\omega = 3,2$ rad/s . Conclure quant à la capacité du système à filtrer les à-coups (fonction FS2).

Question 9 : que modifierait la prise en compte de l'amortissement de l'accouplement ?

Question 10 : au démarrage et à l'arrêt, l'arbre va passer par sa pulsation de résonance. La courroie utilisée n'est pas crantée, c'est une courroie « lisse ». Expliquer le rôle du système poulie – courroie dans cette phase.

3. Étude de la filière eau

L'objectif de cette partie est de vérifier le débit de recirculation de boue (FS4) ainsi que le débit d'extraction de boue (FS5).

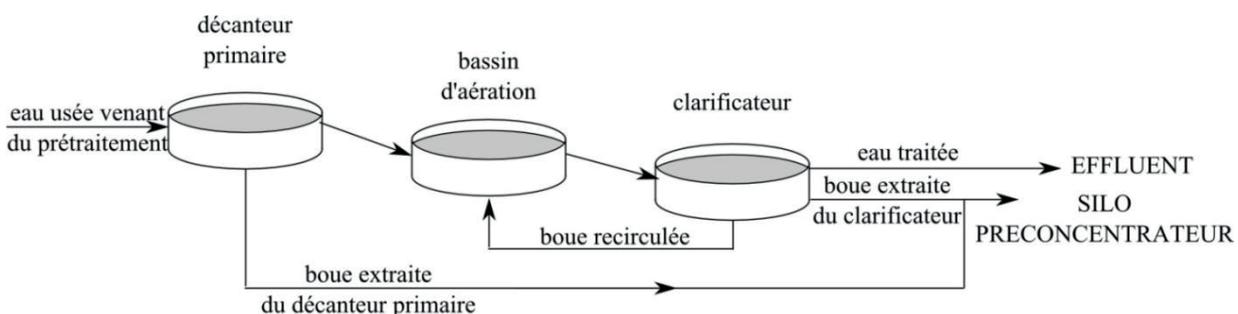


Figure 6 : Circulation des eaux et de la boue

3.1. Présentation

Après le passage dans le bassin de décantation primaire, les eaux passent dans le bassin d'aération où de l'air sous pression est injecté. L'oxygène de l'air permet aux bactéries contenues dans les boues de se développer en se nourrissant des matières organiques dissoutes. Le produit séjourne ensuite dans le clarificateur. Les bactéries tombent au fond du bassin et forment des boues. Un racleur (non représenté sur la figure) achemine ces boues vers le centre du clarificateur qui dispose d'un creux appelé « puit de boue ».

Ce « puit de boue » est équipé de 8 pompes immergées (dont 2 de secours) destinées à la recirculation des boues vers le bassin d'aération. Il est également équipé de 4 pompes immergées (dont 2 de secours) pour l'extraction des boues en excès vers le silo pré-concentrateur. Les pompes destinées à la recirculation ont un débit de 214 m³/h chacune, les pompes destinées à l'extraction ont un débit de 34 m³/h chacune.

On supposera que dans la phase de vie « fonctionnement journalier sans intempérie exceptionnelle », les pompes de secours ne fonctionnent pas.

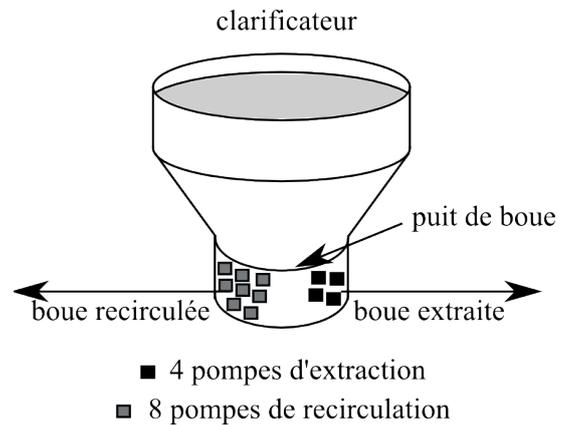


Figure 7 : Système de pompage du clarificateur

Les entrées-sorties ainsi que le grafctet de la modélisation de la partie commande sont donnés (tableau suivant et figure 9, page 10).

| Entrées | | Sorties | |
|---------|--|---------|---------------------------------------|
| dcy | Départ cycle | OVE | Ouvrir vanne clarificateur extraction |
| bcr | Bras clarificateur en rotation | FVE | Fermer vanne clarificateur extraction |
| veo | Vanne extraction clarificateur ouverte | OVR | Ouvrir vanne recirculation |
| vef | Vanne extraction clarificateur fermée | FVR | Fermer vanne recirculation |
| vro | Vanne recirculation ouverte | RHA | Rotation hélice aérateur |
| vrf | Vanne recirculation fermée | RBC | Rotation Bras clarificateur |
| fcy | Fin de cycle | RPE | Rotation pompes extraction |
| bdpr | Bras décanteuse primaire en rotation | RPR | Rotation pompes recirculation |
| | | RBDP | Rotation bras décanteur primaire |

Les durées des actions d'ouverture et de fermeture des vannes et de mises en rotation des différents éléments sont négligeables devant les temporisations.

3.2. Gestion de l'extraction du clarificateur

On suppose que fcy = 0 à chaque instant. Pour pouvoir valider le débit des pompes, il faut en connaître la durée de fonctionnement. Pour cela, il faudra calculer le temps de fonctionnement sur un cycle de « recirculation – extraction ». Le cycle de « recirculation – extraction » commence à la désactivation de l'étape 30 et se termine à l'activation de l'étape 30 comme le montre le chronogramme ci-dessous.

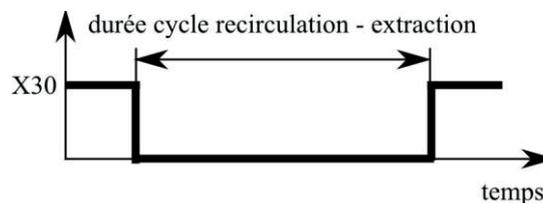


Figure 8 : Définition du cycle « recirculation – extraction »

Question 11 : compléter le chronogramme du document réponse DR3 pour la durée d'un cycle « recirculation – extraction » et indiquer cette durée sur le diagramme.

Question 12 : déduire des chronogrammes la durée horaire moyenne de fonctionnement des pompes de recirculation et d'extraction. Connaissant le débit des pompes, en déduire le débit moyen de recirculation et d'extraction et vérifier le cahier des charges (FS4 et FS5).

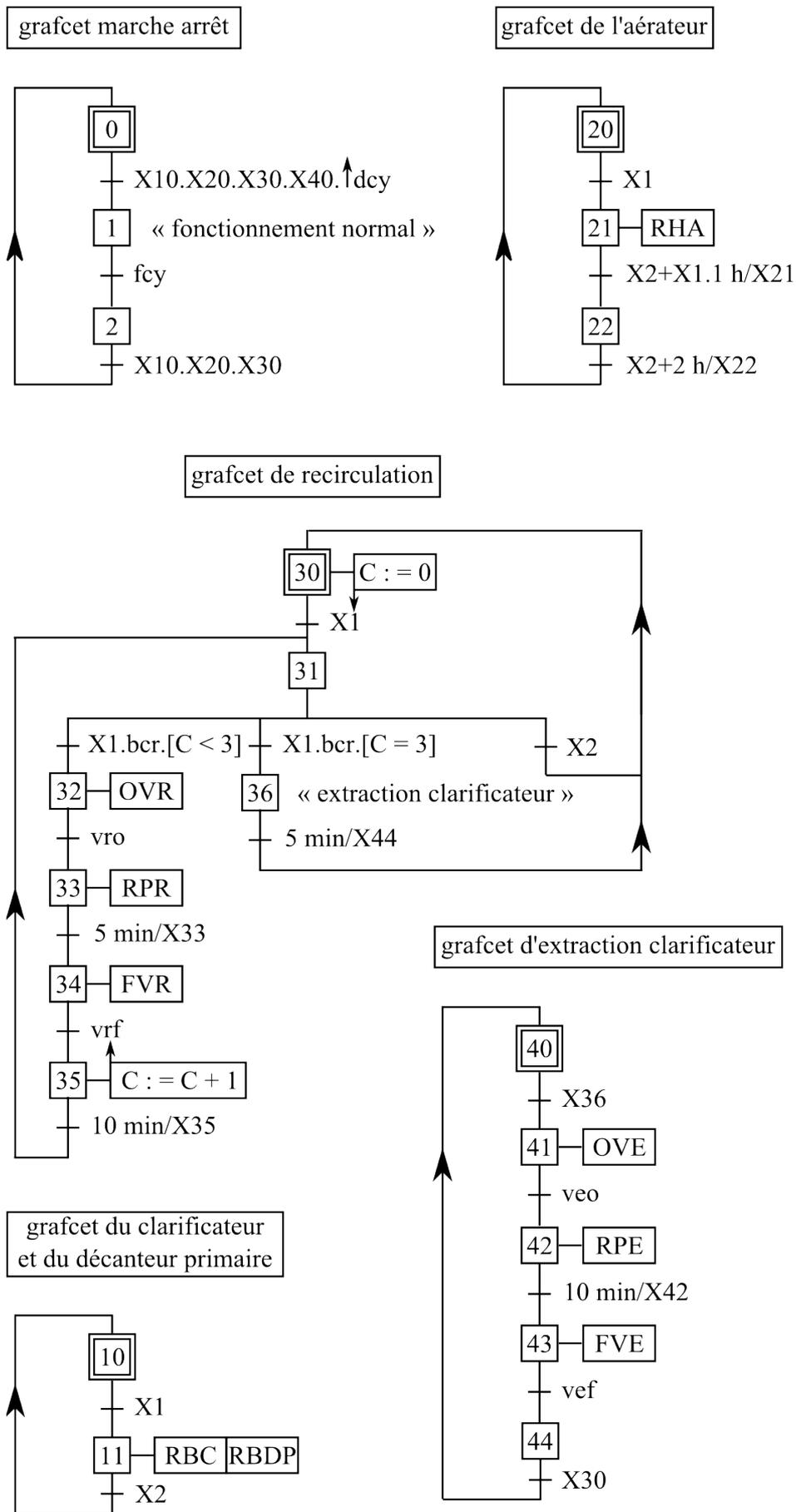


Figure 9 : Grafcet de commande

4. Étude de la filière boue

L'objectif de cette partie est de vérifier le contrôle de la siccité des boues pour leur incinération (FS5).

4.1. Présentation

Les boues sont constituées d'eau et de matière sèche. La siccité est le pourcentage massique de matière sèche. Ainsi, une boue avec une siccité de 10 % présente une humidité de 90 %. Afin d'incinérer les boues, il faut les déshydrater pour atteindre une siccité de 20 %. La déshydratation mécanique par centrifugation permet de séparer l'eau des matières sèches dans les boues.

La centrifugation se base sur la différence de densité entre les matières sèches et l'eau présente dans cette boue (figure 10). La boue arrive avec une certaine vitesse horizontale par un côté de la centrifugeuse (arrivée de boue liquide sur la figure 10). L'eau traverse alors toute la centrifugeuse dans sa zone centrale tandis que les matières en suspension sont plaquées contre le tambour extérieur du fait de sa vitesse de rotation. Une vis intérieure, tournant dans le même sens que le tambour mais à une vitesse plus importante, vient alors récupérer les boues et les évacuer en sens inverse de l'eau jusqu'à la sortie latérale (sortie de boue déshydratée sur la figure 10). La compréhension du fonctionnement des flux d'eau et de boue dans la centrifugeuse n'est pas nécessaire à la suite de l'étude.

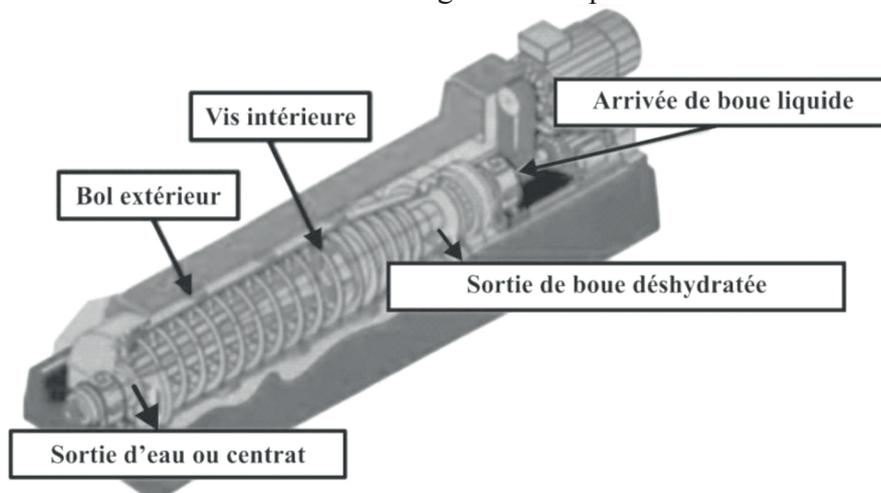


Figure 10 : Schéma de la centrifugeuse

La boue visqueuse est cisailée par la différence de vitesse entre la vis et le tambour (Bol extérieur). La siccité de la boue est directement liée à cette différence de vitesse dont l'asservissement est l'objet de l'étude suivante. La chaîne cinématique est représentée sur la figure 11.

La séquence de lancement de la centrifugeuse se déroule en trois phases :

- Mise en marche du premier moteur M_{tambour} jusqu'à ce que le tambour 1 atteigne sa vitesse de consigne de 2 000 tours/min. Le moteur M_{rel} est à l'arrêt.
- Mise en marche du deuxième moteur M_{rel} jusqu'à ce que la vitesse différentielle de 2 tours/min soit atteinte entre le tambour 1 et la vis 3. La vis 3 tourne ainsi plus vite que le tambour 1.
- La boue liquide est ensuite introduite.

Notation : La vitesse de rotation du solide i par rapport au solide j est notée ω_{ij} (rad/s). Elle sera notée N_{ij} lorsqu'elle est exprimée en tours/min. Le nombre de dents d'un engrenage « i » est noté Z_i .

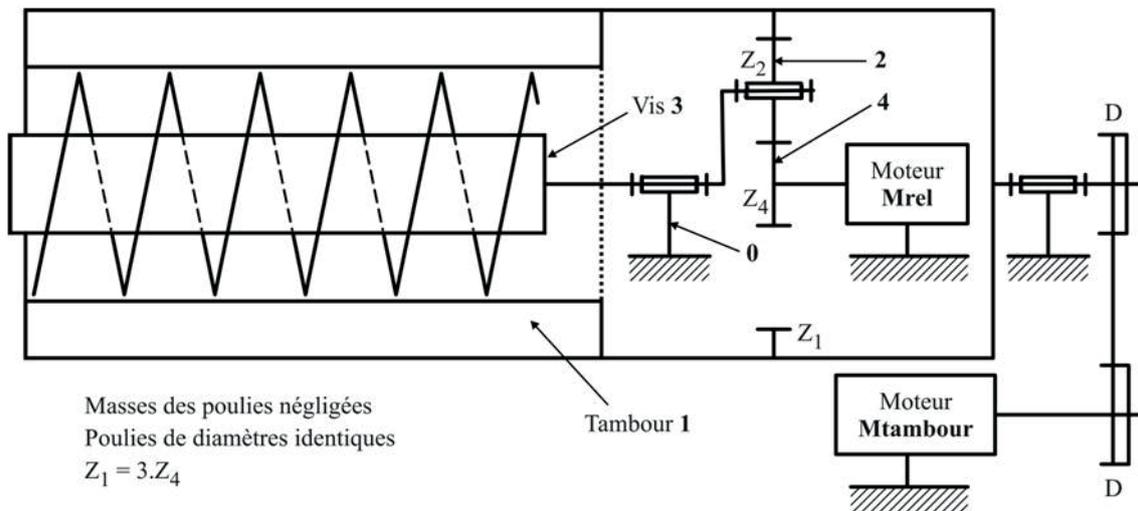


Figure 11 : Schéma cinématique de la centrifugeuse

4.2. Première phase : mise en marche du premier moteur M_{tambour}

L'objectif de cette partie est de concevoir le correcteur de la première phase de lancement de la centrifugeuse (FS5).

4.2.1 Modélisation

La structure de l'asservissement est donnée ci-dessous. La consigne en vitesse du tambour est une constante : $N_{10c}(t) = 2000$ tours/min.

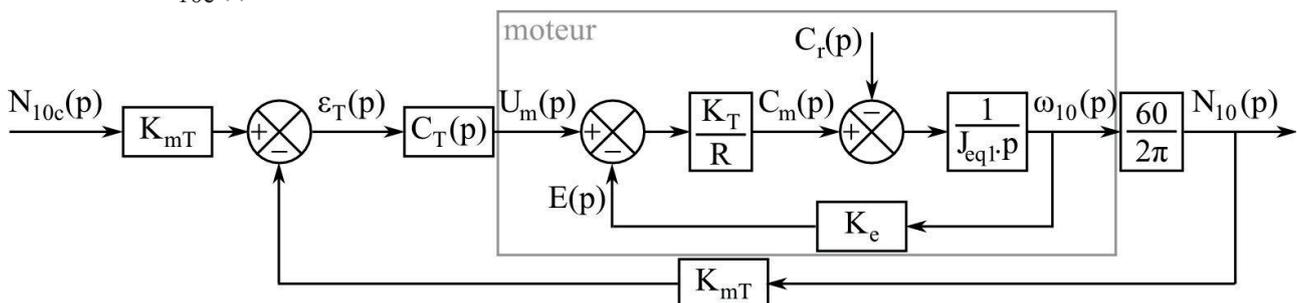


Figure 12 : Schéma bloc de la première phase de lancement

Données

| | | |
|------------------|---|-----------------------------------|
| $U_m(t)$ | Tension aux bornes de l'induit | 400 V |
| R | Résistance de l'induit | 0,3 Ω |
| $i(t)$ | Courant dans l'induit | 160 A maximum |
| $e(t)$ | Force contre-électromotrice (en Volt) proportionnelle à la vitesse de rotation | |
| $N_{10}(t)$ | Vitesse Nominale de rotation du moteur tambour M_{tambour} Remarque : la vitesse du moteur et celle du tambour 1 sont identiques car les diamètres des poulies sont identiques. | 2 072 tours/min |
| $\omega_{10}(t)$ | Vitesse de rotation du moteur | 217 rad/s nominale |
| $C_m(t)$ | Couple disponible sur l'arbre de sortie du moteur | 420 N.m maximum |
| $C_r(t)$ | Couple résistant sur l'arbre de sortie du moteur (en Newton mètre) | |
| J_{eq1} | Inertie équivalente en kg.m^2 ramenée à l'axe de rotation de l'arbre moteur de M_{tambour} | |
| $K_e = K_T$ | Coefficients de couplage (en N.m/A pour K_T , en V.s/rad pour K_e) | 2,8 |
| P_T | Puissance nominale | 80 kW |
| K_{mT} | Coefficient de transfert de la génératrice tachymétrique | $1,5 \times 10^{-3}$ V/(tour/min) |

Afin de déterminer la valeur numérique de l'inertie équivalente J_{eq1} , on étudie la chaîne cinématique. Les seules inerties non négligées sont celles du tambour 1 et de la vis 3.

Question 13 : on note $\frac{\omega_{40} - \omega_{30}}{\omega_{10} - \omega_{30}} = -k$. Exprimer k en fonction du nombre de dents des engrenages (Z_1 et Z_4) et en déduire sa valeur numérique.

Question 14 : durant la première phase de lancement, on a $\omega_{40} = 0$. Exprimer alors ω_{30} en fonction de ω_{10} et de k .

On donne le moment d'inertie de la vis suivant son axe : $J_3 = 180 \text{ kg.m}^2$.

Le tambour est modélisé comme un cylindre creux (figure 13) de masse volumique 7800 kg/m^3 . On utilisera les notations suivantes :

- ρ : masse volumique
- R_2 : rayon extérieur du tube
- R_1 : rayon intérieur du tube
- L : longueur du tube

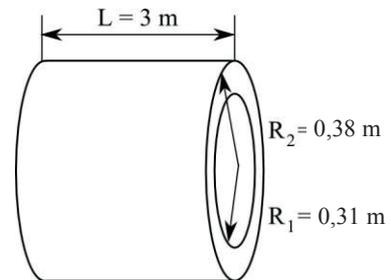
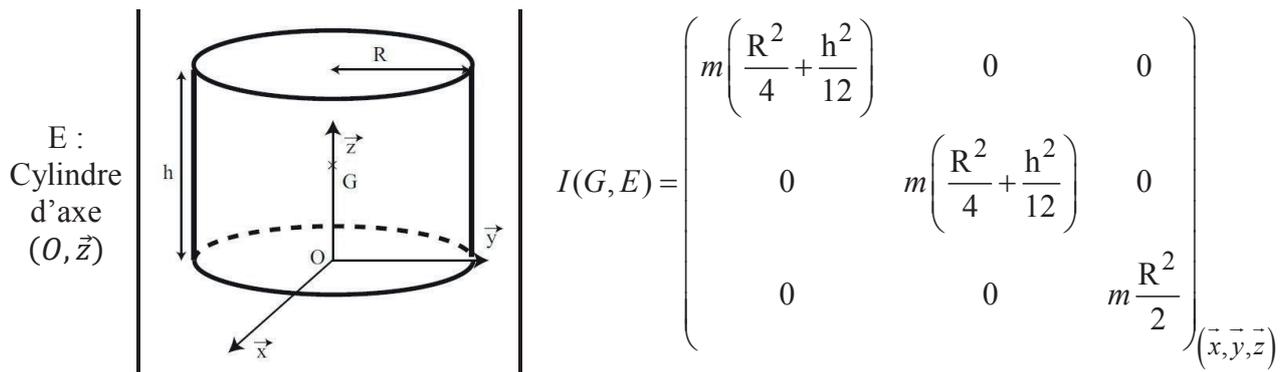


Figure 13 : Modélisation géométrique du tambour

On donne la matrice d'inertie d'un cylindre en son centre d'inertie G :



Question 15 : donner l'expression du moment d'inertie du tambour J_1 par rapport à son axe de rotation en fonction de ρ et des données géométriques. Faire l'application numérique. On donne $J_{eq1} = \left(\frac{k}{1+k} \right)^2 J_3 + J_1$. Calculer numériquement J_{eq1} .

4.2.2 Vérification du CdCF (Cahier des Charges Fonctionnel)

Question 16 : mettre le schéma de la figure 12 sous la forme de la figure 14. Donner les expressions sous forme canonique de $H_1(p)$ et de $H_2(p)$ en fonction des données du moteur $M_{tambour}$.

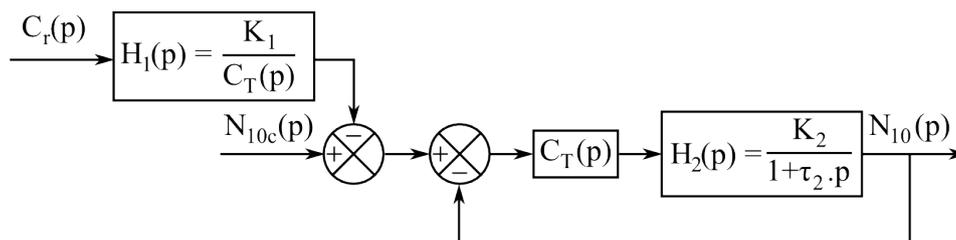


Figure 14 : Schéma bloc modifié de la première phase de lancement

Pour la suite du sujet, vous prendrez :

$$K_1 = 71,4 \text{ (tours/min)/(N.m)} ; K_2 = 5,1 \times 10^{-3} ; \tau_2 = 20,2 \text{ s} .$$

Question 17 : donner l'écart statique $\varepsilon_s = \lim_{p \rightarrow 0} (N_{10c}(p) - N_{10}(p) - H_1(p)C_r(p))$ pour les 4 cas du tableau ci-dessous en fonction de K_1 , K_2 , τ_2 , K_c , K_i , $|N_{10c}(t)|$ et $|C_r(t)|$. Pour quel(s) correcteur(s), le critère de précision de la fonction FS5 est-il vérifié ?

| ε_s | $C_T(p) = K_c$ | $C_T(p) = K_c + \frac{K_i}{p}$ |
|---|----------------|--------------------------------|
| $N_{10c}(t) = 2000 \text{ tours/min} \quad C_r(t) = 0$ | | |
| $N_{10c}(t) = 0 \text{ tour/min} \quad C_r(t) = 3 \text{ kN.m}$ | | |

Question 18 : justifier que la stabilité théorique du système bouclé est indépendante des paramètres des correcteurs précédents.

4.2.3 Réglage du correcteur Proportionnel-Intégrateur (PI)

On choisit d'installer un correcteur « PI » de vérifier le cahier des charges : $C_T(p) = K_c + \frac{K_i}{p}$.

Le réglage se fera en prenant le couple résistant nul et on notera $\frac{N_{10}(p)}{N_{10c}(p)} = H(p)$.

Les critères prépondérants de précision et de stabilité étant vérifiés, il reste à régler les deux paramètres K_c et K_i à partir des critères de dépassement et de rapidité. Les deux termes K_i et K_c ont tous les deux une influence sur ces critères : il y a un couplage. Afin de déterminer ces paramètres, une simulation va être utilisée. Cependant, afin de converger au plus vite, il est nécessaire de trouver un jeu de valeurs à entrer dans la simulation au plus proche des contraintes du cahier des charges. La démarche est la suivante :

- calcul de K_c permettant d'obtenir le temps de réponse à un pour mille ($tr1 \%$) du cahier des charges ;
- calcul de K_i permettant d'obtenir le dépassement du cahier des charges.

Question 19 : pour cette question, on prend $C_T(p) = K_c$ et $C_r = 0$. Mettre $H(p)$ sous la forme : $H(p) = \frac{K}{1+\tau p}$. Donner les valeurs de K et τ en fonction de K_2 , τ_2 et K_c . On donne $tr1 \% = 7\tau_1$ pour un premier ordre. Donner l'expression de la valeur minimale de K_c en fonction de K_2 , τ_2 et $tr1 \%$ afin de vérifier le cahier des charges. Calculer alors la valeur de K_c permettant d'avoir un temps de réponse à 1 % de 135 s.

Question 20 : pour cette question, on prend $C_T(p) = \frac{K_i}{p}$ et $C_r = 0$. Mettre $H(p)$ sous la forme :

$H(p) = \frac{K_3}{1 + \frac{2m}{\omega_0}p + \frac{p^2}{\omega_0^2}}$. Donner les expressions de K_3 , m et ω_0 en fonction de K_2 , τ_2 et K_i . On donne

l'amplitude du premier dépassement (valeur relative) de la réponse indicielle d'un second ordre :

$$D_1 = \exp\left(-\frac{\pi m}{\sqrt{1-m^2}}\right). \text{ Calculer alors } K_i \text{ permettant d'avoir un dépassement maximal de } 0,1 \% .$$

Question 21 : les deux figures suivantes donnent le résultat de la simulation du modèle avec les valeurs de K_c et K_i trouvées aux questions précédentes. Conclure quant au respect des critères de la fonction FS5.

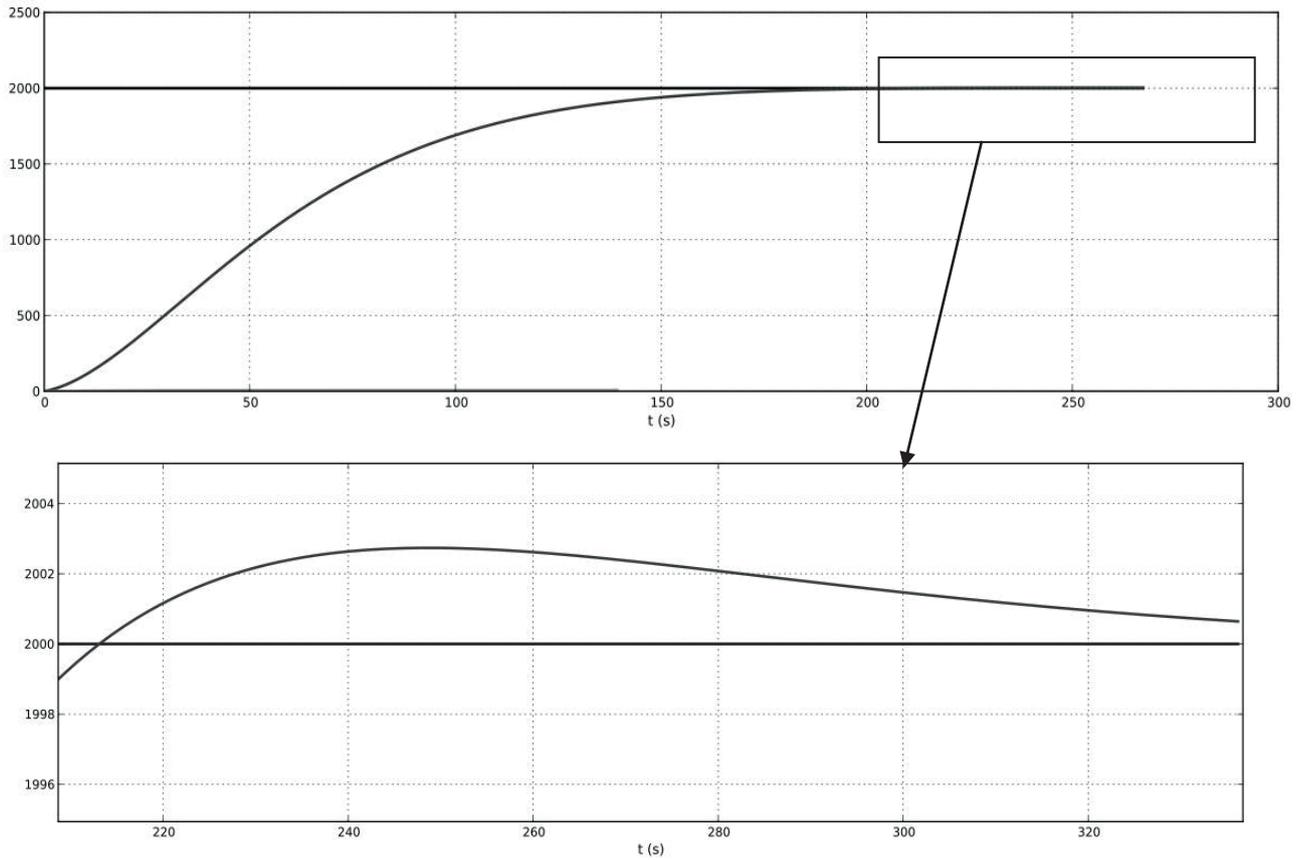


Figure 15 : Réponse de la FTBF à un échelon de 2 000 tours/min avec un zoom

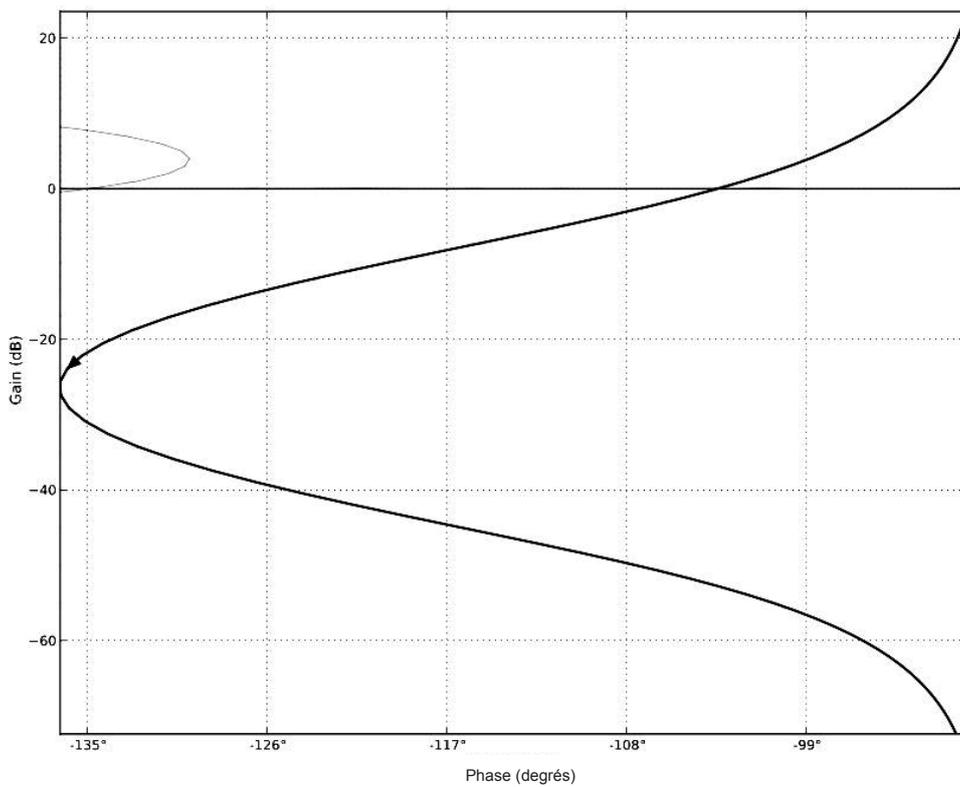


Figure 16 : Diagramme de Black de la FTBO dans le cas où $C_r = 0$

4.3. Deuxième phase : mise en marche du deuxième moteur M_{rel}

L'objectif de cette partie est de valider les critères du CdCF lors de la deuxième phase de lancement de la centrifugeuse (FS5).

Une simulation de la réponse lors des deux premières phases de lancement est réalisée avec le même correcteur que celui de la commande du moteur $M_{tambour}$. L'évolution de la vitesse relative est donnée ci-dessous.

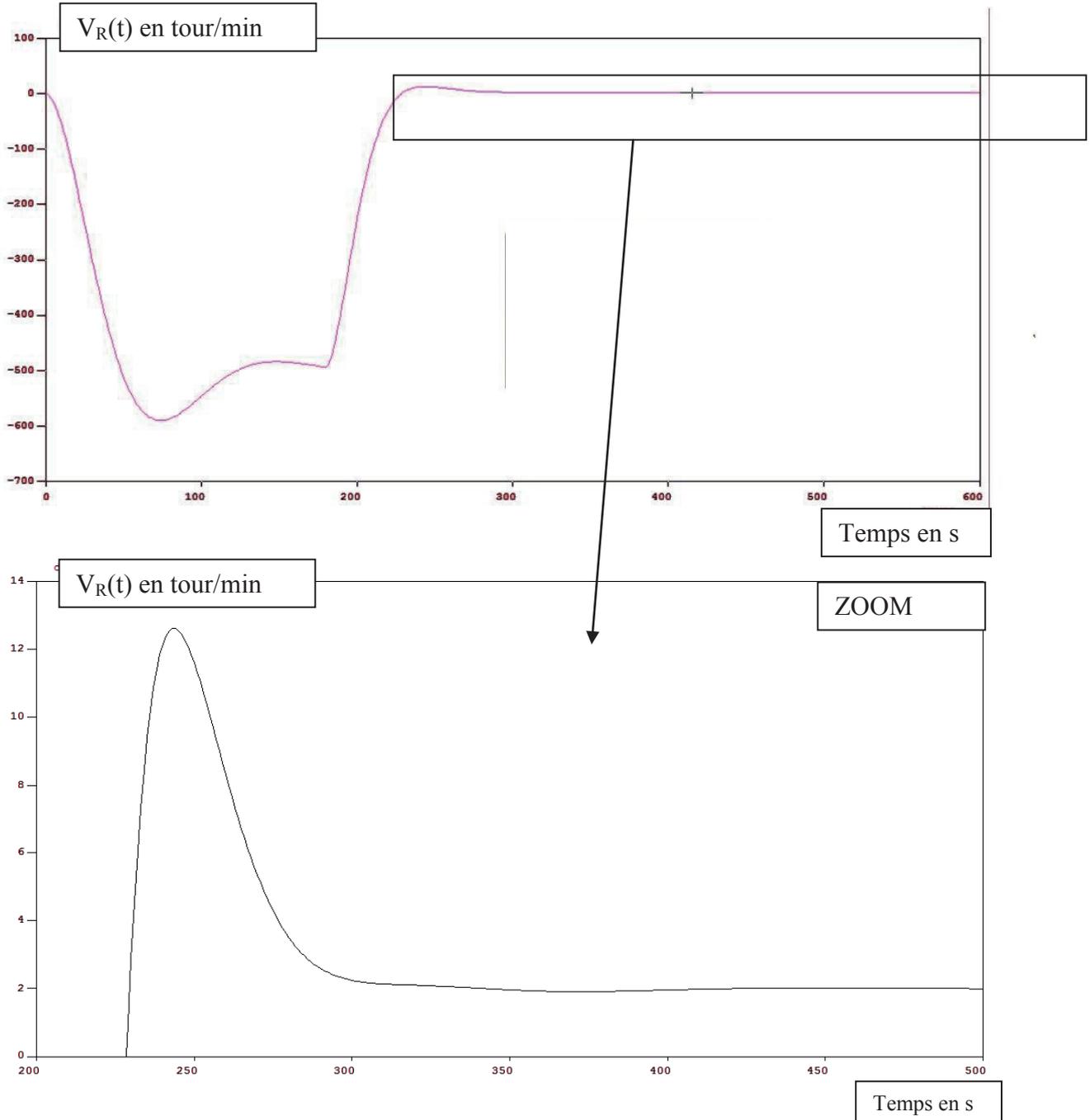


Figure 17 : Lancement du moteur de décalage au bout de 180 s avec une consigne de vitesse relative de 2 tours/min et une consigne de rotation du tambour de 2 000 tours/min

Question 22 : conclure quant à la capacité de l'asservissement à vérifier le critère de précision de la vitesse relative.

Fin de l'énoncé

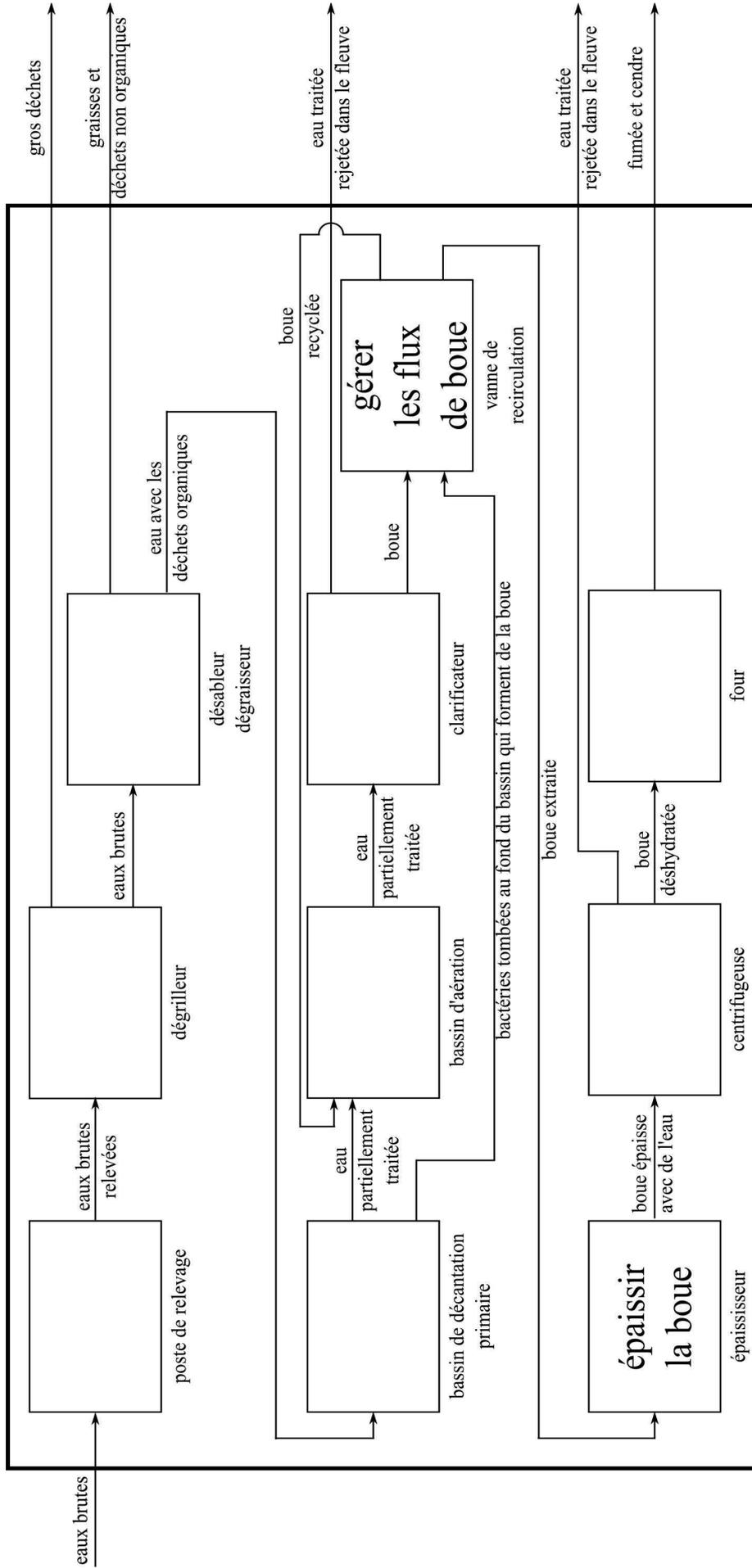
DOCUMENTS RÉPONSES

À rendre avec la copie



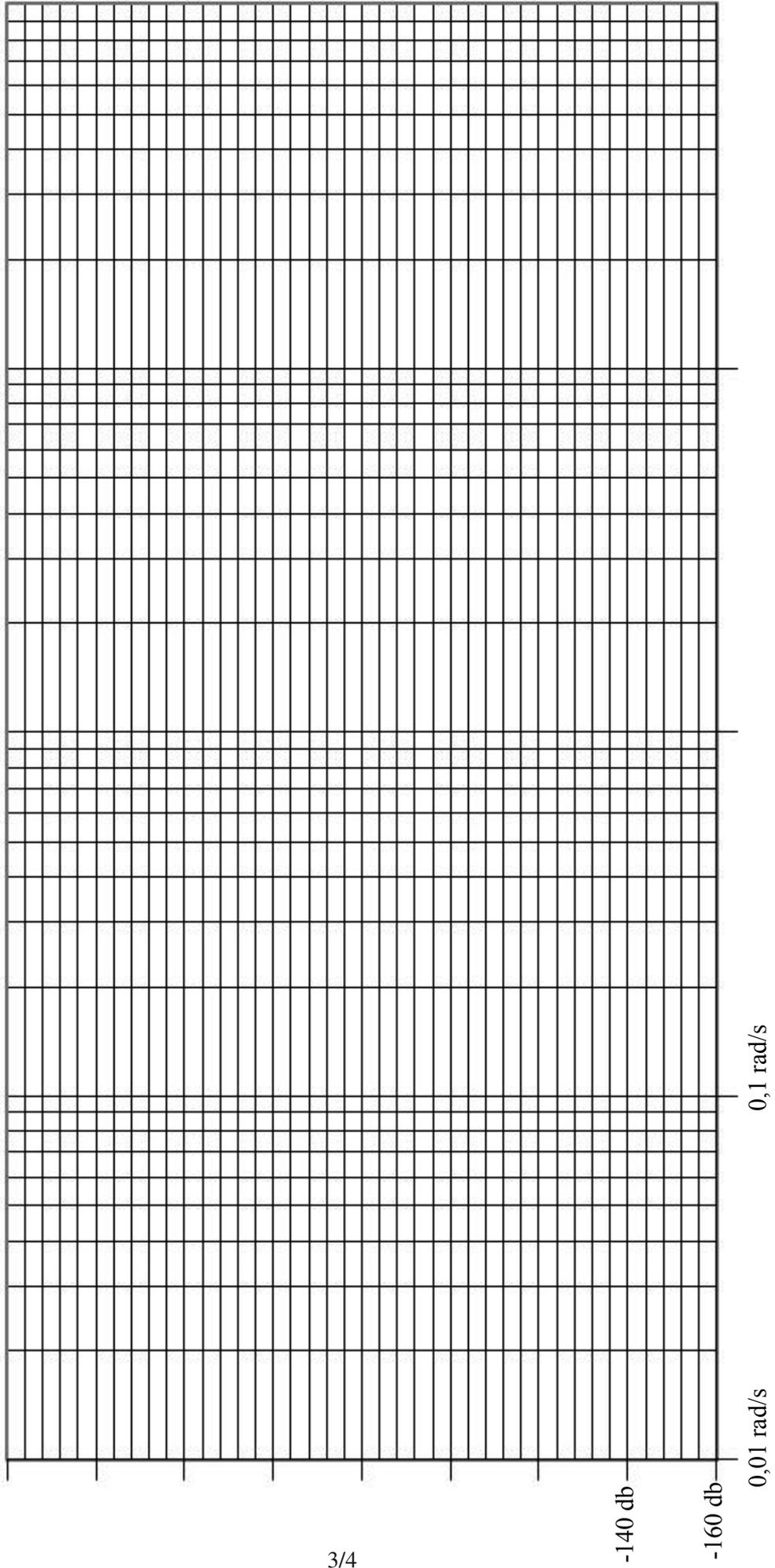
DOCUMENT RÉPONSE DRI

Question 1 : Compléter uniquement les fonctions dans les blocs.



DOCUMENT RÉPONSE DR2

Question 7



DOCUMENT RÉPONSE DR3

Question 11

