



## CONCOURS ARTS ET MÉTIERS ParisTech - ESTP - POLYTECH

### Épreuve de Sciences Industrielles PSI

Durée 5 h

Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, d'une part il le signale au chef de salle, d'autre part il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en indiquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.

---

**L'usage de calculatrices est autorisé.**

#### AVERTISSEMENT

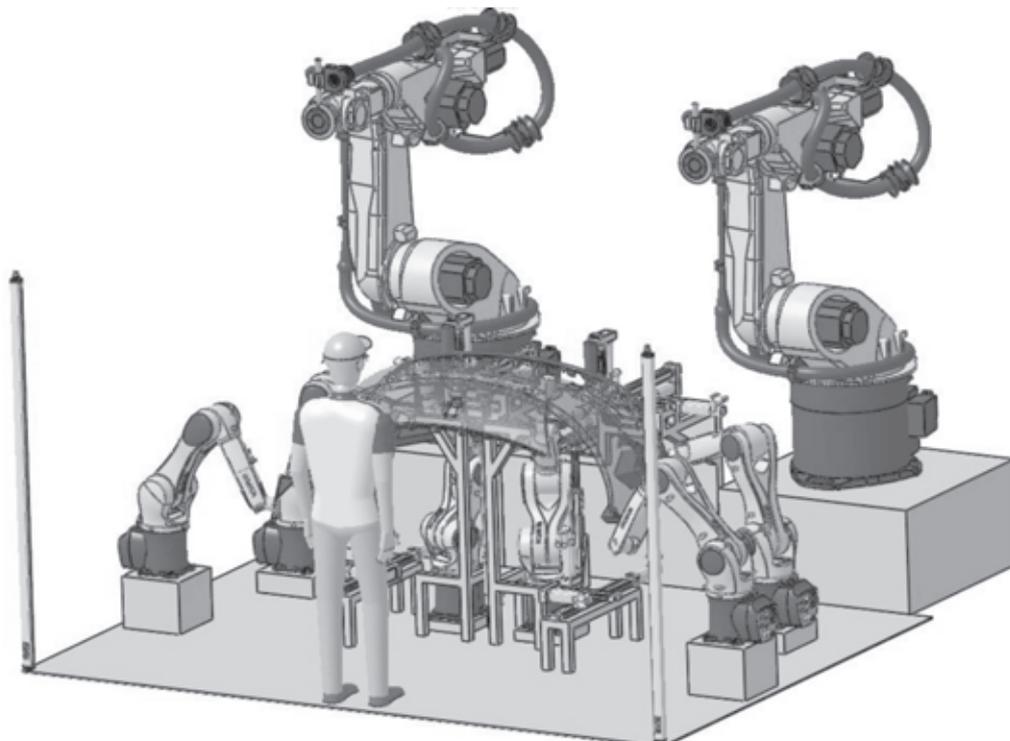
La **présentation**, la lisibilité, l'orthographe, la qualité de la **rédaction**, la **clarté et la précision** des raisonnements entreront pour une **part importante** dans l'**appréciation des copies**. En particulier, les résultats non justifiés ne seront pas pris en compte. Les candidats sont invités à encadrer les résultats de leurs calculs.

Le candidat devra porter l'ensemble de ses réponses sur le cahier réponses, à l'exclusion de toute autre copie. Les résultats doivent être reportés dans les cadres prévus à cet effet.

---

## Installation capacitaire pour découpe de boucliers de véhicules automobiles

---



Le sujet remis aux candidats comprend :

- un questionnaire
- une annexe
- un cahier de réponses

Le questionnaire est composé de 3 parties indépendantes :

- une étude de faisabilité
- une étude sur le dimensionnement d'une motorisation
- une étude sur le choix d'un robot usineur.

Chaque partie est décomposée en sous-parties indépendantes les unes des autres pour la plupart des questions.

Il est précisé que le candidat devra porter l'ensemble de ses réponses sur le cahier prévu à cet effet, à l'exclusion de toute autre copie.

## Mise en situation.

La production de masse personnalisée (mass customization) est une pratique, pour une entreprise, qui consiste à proposer un produit de consommation relativement courant créé sur mesure en fonction des caractéristiques et préférences de chaque acheteur. Cette pratique nécessite un outil de production performant connecté à un processus de prise de commande permettant de spécifier les caractéristiques et mesures souhaitées par le client.



La démarche de mass customization doit pour réussir, pouvoir se faire à un coût qui n'est pas trop éloigné de celui du produit standardisé.

Dans le marché automobile ultra-concurrentiel actuel, les constructeurs doivent se plier à ce procédé sous peine de ne plus répondre à l'attente d'une clientèle toujours plus exigeante. Avec la sophistication et la montée en gamme des véhicules, la diversité sortante des véhicules est grandissante, et les processus de fabrication deviennent de plus en plus complexes faisant ainsi exploser les coûts de production.

## Besoins et enjeux.

Dans le cadre de la production de véhicule, le constructeur automobile doit faire face à une grande variabilité concernant l'équipement des boucliers (pare-chocs) des véhicules. Ces boucliers arrivent peints de chez le fournisseur et doivent être percés d'un nombre de trous dépendant du niveau d'équipement du véhicule final : pas de trous pour un véhicule peu « optionné » à une quinzaine pour un modèle équipé de radars de parking et de lave-phares.

Aujourd'hui, ces différentes opérations de perçage sont effectuées par une machine spécifique. La machine étant destinée à un modèle de pare-chocs, l'arrivée d'une nouvelle gamme en production va demander de l'investissement pour l'achat de nouvelles machines ainsi que de l'espace pour leur implantation.

C'est dans ce contexte que le constructeur automobile étudie une solution qui permet de regrouper différents modèles de boucliers avant (AV) ou arrière (AR) sur une même machine. Cette étude va donc s'attacher à proposer un système auto-adaptatif qui répond à cette problématique.

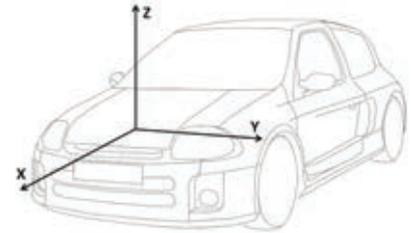
Cette solution permet :

- Une réduction des contraintes opérateur avec un poste de travail unique et la réduction de ses déplacements.
- Une optimisation des flux, puisqu'il n'y a plus qu'un seul poste à approvisionner.
- Un faible coût de ré-industrialisation (pour les nouveaux modèles et restylages tous les 2 ans).
- Une réactivité commerciale élevée (car le système sera flexible).
- Un fonctionnement en juste à temps, au plus proche de la ligne.

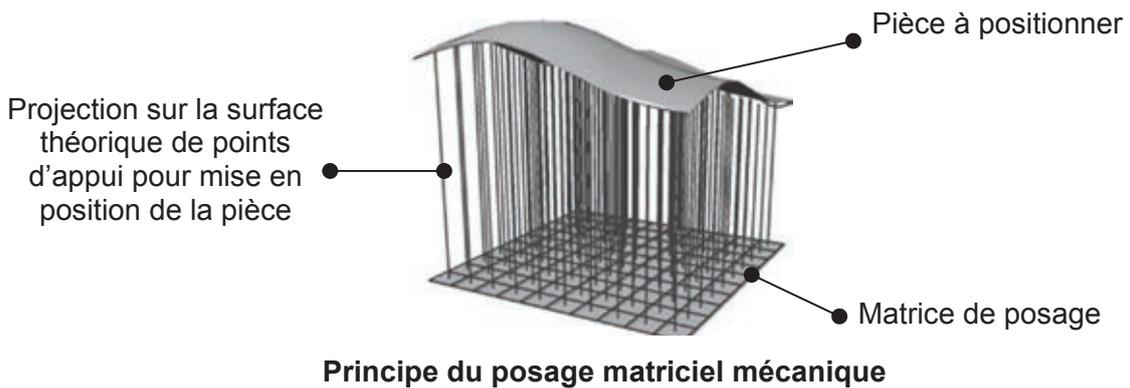
Le paramétrage machine pour un nouveau modèle peut se faire lors d'un arrêt de production.

## Glossaire

Posage	Ensemble d'éléments permettant une mise en position et un maintien des boucliers
Capacitaire	En capacité d'accueillir la diversité des boucliers AV ou AR de différents véhicules
Bouclier	Pare-chocs de véhicule
Peau du bouclier	Bouclier nu (sans garnitures, sans antibrouillard...)
Crosse	Côtés du bouclier (zone proche du passage de roue)
Capteur de proximité	Capteur situé à l'avant et à l'arrière du véhicule
Easy-park	Capteur d'aide au stationnement (situé sur les crosses)
Répétabilité	Notion qui quantifie la capacité à reproduire une mise en position



Repère véhicule



Principe du posage matriciel mécanique

## Présentation fonctionnelle et structurelle de l'installation.

La conception préliminaire du système de posage capacitaire permettant d'accueillir diverses formes de boucliers AV ou AR (figure 1) pour l'usinage robotisé de trous recevant les équipements s'est achevée par une analyse et une vérification de faisabilité de la solution. Cela consiste à vérifier la faisabilité d'une solution avant d'engager des moyens pour une étude plus poussée.

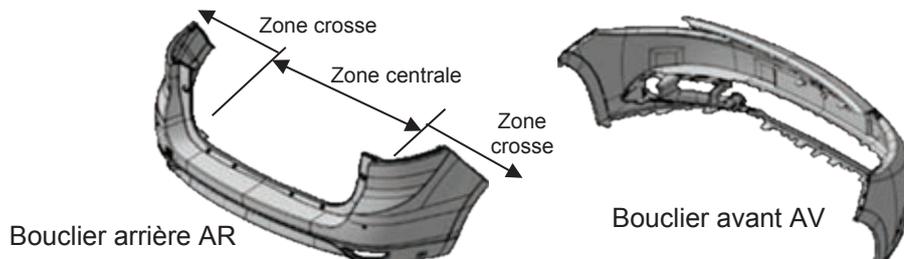


Figure 1 : Exemples de modèles 3D de boucliers avant et arrière

La pré-étude est faite pour un panel de 22 boucliers et l'installation se doit d'être la plus flexible possible pour accueillir de nouveaux boucliers.

Les boucliers sont des éléments en matière plastique de grande longueur (proche de 1,80m), de largeur moyenne mais de faible épaisseur (2 à 4mm). Il en résulte une rigidité peu élevée, le propre poids de l'élément suffisant à provoquer sa déformation élastique. Le posage doit proposer suffisamment de points de contact/maintien pour positionner et rigidifier la structure afin d'encaisser les efforts des différentes opérations d'usinage.

L'installation présentée figure 2 est constituée :

- d'un appui matriciel constitué de 7 zones d'appuis ponctuels avec maintien intérieur de la pièce ;
- de deux robots usineurs équipés de broches d'usinage. Le procédé utilisé est éprouvé (fraisage en copeaux poussés validé par le constructeur et ne faisant pas partie de l'étude) ;
- de quatre robots de petite taille pour installer les boucliers en position véhicule (hors étude) ;

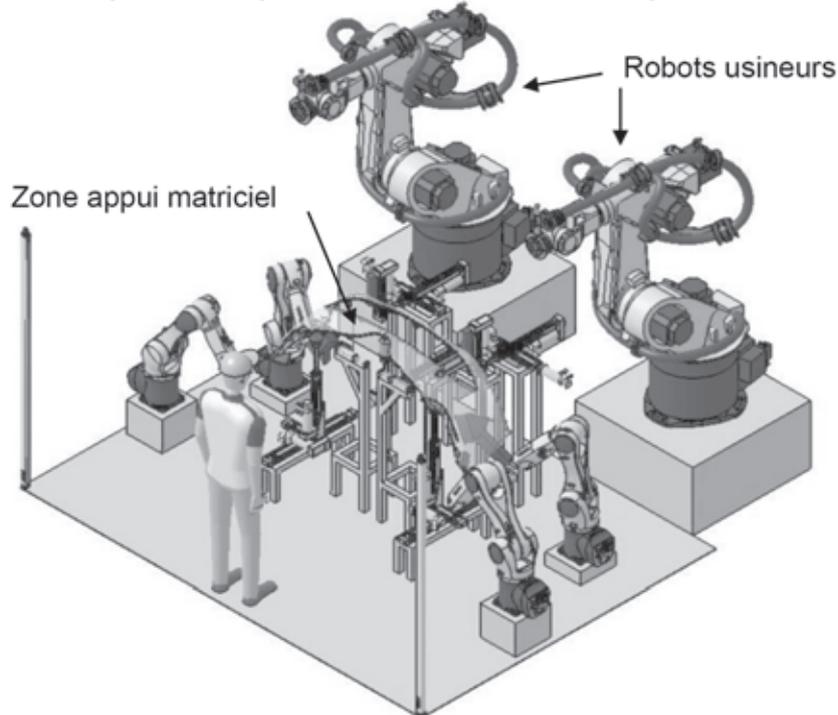


Figure 2 : Architecture matérielle de l'installation

## Problématique générale du sujet :

De nombreuses solutions techniques, proposées lors de l'étude de faisabilité, ont été étudiées pour arrêter une solution à développer.

***Ce sujet porte sur l'évaluation de certaines de ces solutions mises en œuvre lors de la conception détaillée de l'installation « posage capacitaire » pour satisfaire les contraintes d'utilisation imposées par l'entreprise.***

***Les 3 parties indépendantes de ce sujet s'intéresseront respectivement à :***

- ***la vérification de faisabilité de la solution par posage matriciel ;***
- ***l'évaluation de solutions constructives pour un appui matriciel :***
  - ***choix d'une technologie de la transmission de puissance***
  - ***étude de la structure mécanique d'un axe motorisé***
  - ***vérification du dimensionnement d'une motorisation***
- ***l'usinage robotisé :***
  - ***analyse de la précision statique d'un robot***
  - ***réglage de la précision dynamique par la commande***
  - ***adaptation de la trajectoire aux déformations***

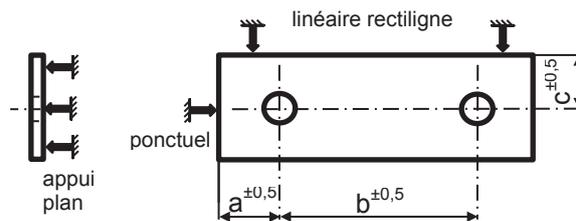
## 1- Vérification de faisabilité de la solution par posage matriciel

**Objectif :** valider la répétabilité du posage manuel de l'ensemble des boucliers AV et AR sur un porte-pièce unique en réalisant un prototype (la réalisation du prototype est une des phases de recherche et développement et de la conception d'un produit).

Cela consiste à rechercher la dispersion globale de mise en position relative aux surfaces de contact entre la pièce et le porte-pièce influençant le respect de la cotation de définition. Les précisions attendues concernant le positionnement des trous effectués par usinage robotisé sont de l'ordre +/- 0,5mm. L'impact d'un défaut de positionnement est ici visuel.

Modèle simplifié de la cotation à respecter :

Schéma



Modèle de mise en position :

- Appui plan
- Liaison linéaire rectiligne
- Liaison ponctuelle

### 1-1 Exigences du cahier des charges

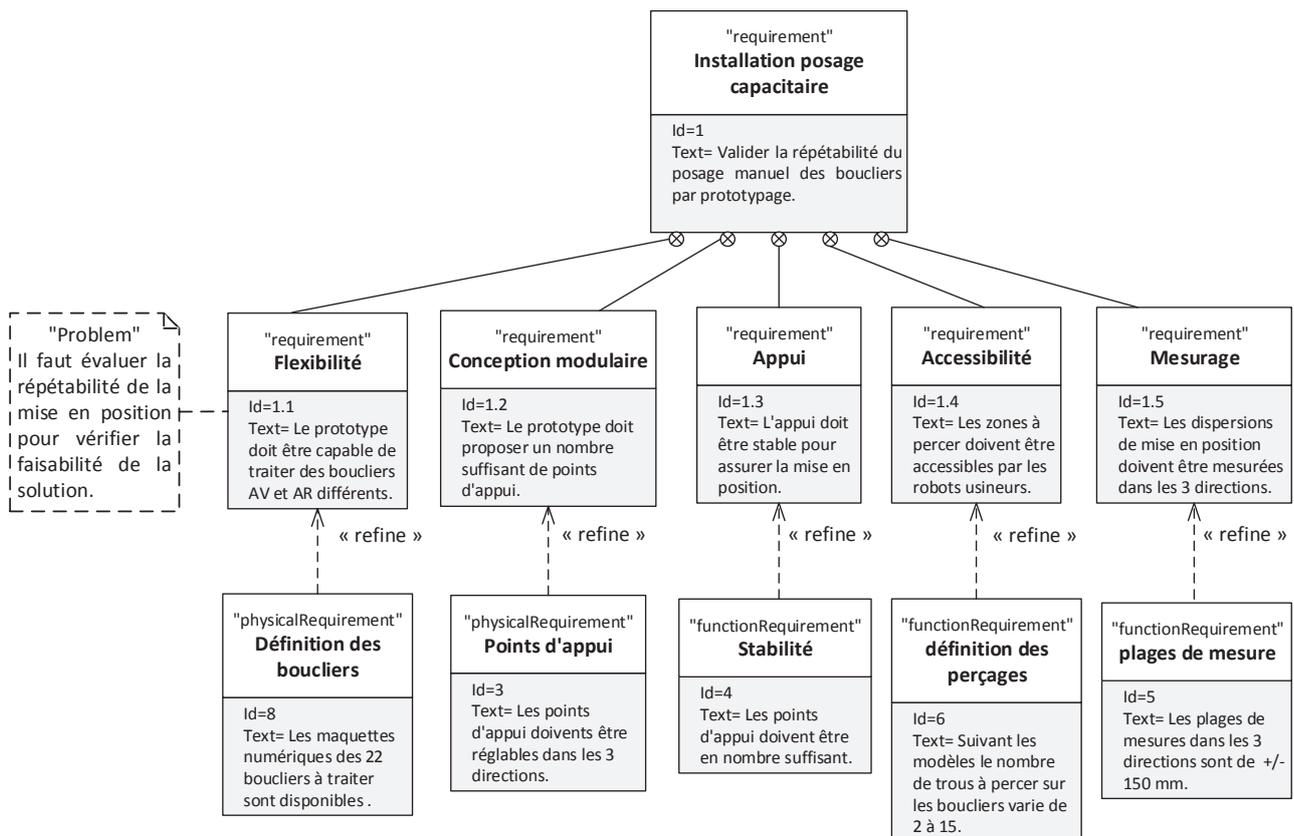
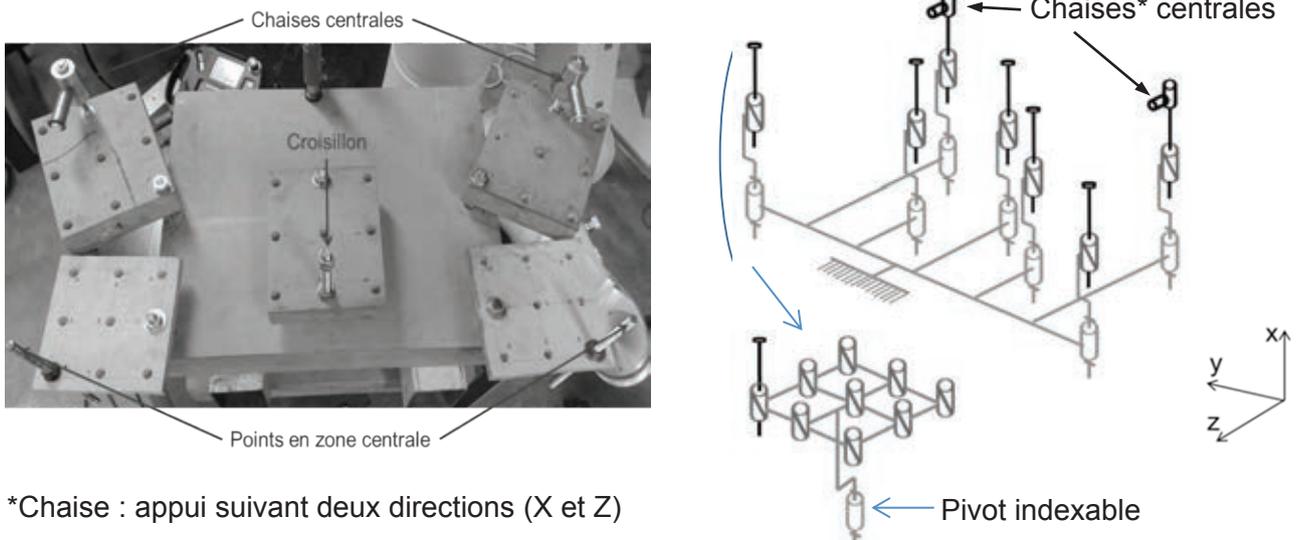


Figure 3 : diagramme des exigences (partiel)

La partie centrale du prototype est réalisée en utilisant des solutions constructives simples permettant de s'adapter aux différents boucliers à tester. La figure 4 décrit ces solutions. Différents essais de posage ont été réalisés pour déterminer la répétabilité de mise en position des boucliers, en fonction de la configuration adoptée.

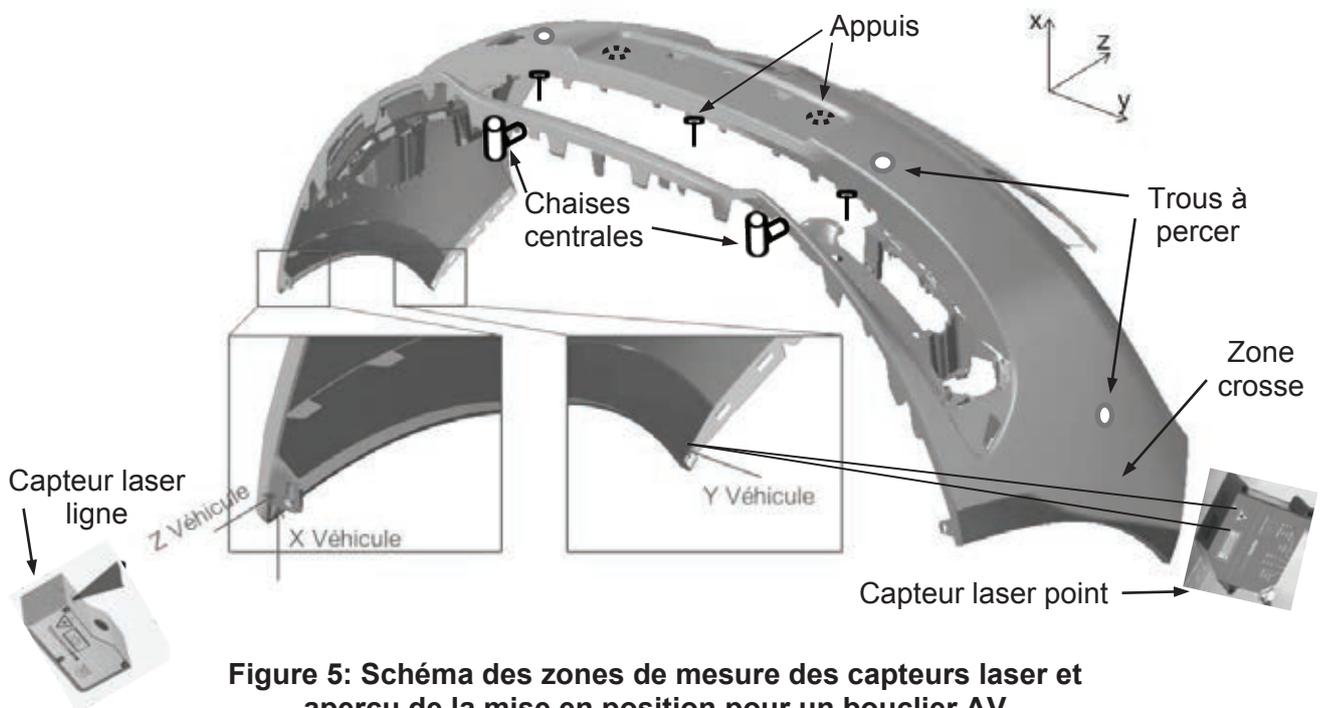
## 1-2 Définition du prototype pour vérifier la solution



\*Chaise : appui suivant deux directions (X et Z)

**Figure 4 : Photographie et schéma cinématique du prototype de la zone centrale**

Afin d'estimer la dispersion de mise en position des différents boucliers sur le support matriciel, un capteur laser point ainsi qu'un capteur laser ligne sont utilisés de manière à relever les variations selon les trois directions de l'espace, en simultané. La figure 5 donne les positions du capteur point, du capteur ligne et une vue partielle de la mise en position sur le support matriciel. Le mouvement de translation le long de Y est supprimé par un dispositif particulier (croisillon : hors étude). Des robots de petites tailles permettent de rigidifier les zones crosse (voir figure 2). Le capteur point permet de mesurer les écarts de position suivant Y véhicule et le capteur ligne ceux suivant X et Z véhicule.



**Figure 5: Schéma des zones de mesure des capteurs laser et aperçu de la mise en position pour un bouclier AV**

Afin de vérifier la faisabilité de la solution proposée on estime la dispersion de mise en position de quatre boucliers (à priori les plus pénalisants) sur le support matriciel.

L'expérimentation consiste à réaliser une série de trente prises/déposes d'un modèle de bouclier sur le support (porte-pièce) du prototype et de mesurer la dispersion de mise en position au niveau de la crosse suivant les trois directions de l'espace. La dispersion est estimée par le calcul de l'écart type  $\sigma$ , ainsi que de l'intervalle de  $6\sigma$  qui englobe 99,8% de la population. La population des mesures faites suit bien une loi normale. On fait l'hypothèse que la valeur moyenne est centrée sur la valeur désirée.

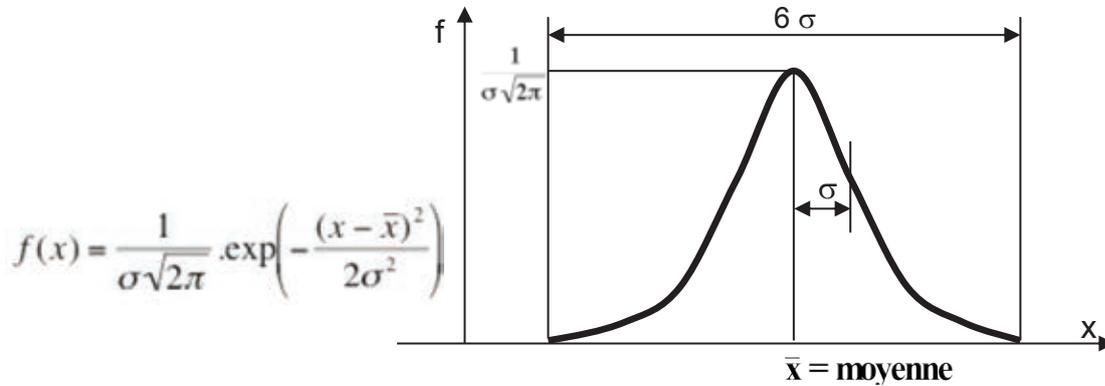


Figure 6: Loi Normale

Nous retenons pour l'estimation des dispersions de posage 4 modèles de boucliers différents mis à disposition par le constructeur automobile.

**Résultats des différents modèles**

Boucliers	Dispersion X véhicule en mm	Dispersion Y véhicule en mm	Dispersion Z véhicule en mm
Modèle 1	$6\sigma = 0,562$	$6\sigma = 0,292$	$6\sigma = 0,643$
Modèle 2	$6\sigma = 0,560$	$6\sigma = 0,218$	$6\sigma = 0,766$
Modèle 3	$6\sigma = 0,672$	$6\sigma = 0,801$	$6\sigma = 0,798$
Modèle 4	$6\sigma = 0,445$	$6\sigma = 0,402$	$6\sigma = 0,521$

Tableau 1 : résultats expérimentaux du posage

**1-3 Vérification du critère « répétabilité du posage »**

*Rappel : Pour cette partie du sujet, vérification du critère « répétabilité du posage », il faut considérer que le système n'existe pas et que nous sommes en phase de validation d'un concept de posage permettant d'accueillir différents types de boucliers AV ou AR. Le travail s'effectue sur le prototype.*

Les figures 4 et 5 décrivent la solution retenue pour le prototype afin d'estimer la dispersion de mise en position. Le posage proposé est hyperstatique.

**Question 1 : Justifier**, sans calcul, l'hyperstatisme du posage en vous appuyant sur la présentation du sujet.

**Question 2 : Justifier** les liaisons pivots indexables sur le prototype proposé.

Le tableau 1 recense les résultats des différentes expérimentations.

**Question 3 : Donner** la (ou les) dispersion(s) prépondérante(s) pour le positionnement des trous à percer sur la zone centrale des boucliers.

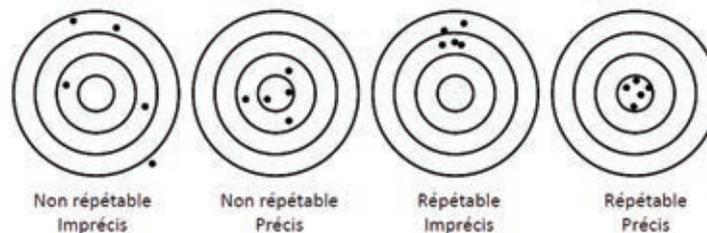
**Question 4 : Donner** le modèle de véhicule le plus pénalisant pour la validation du critère répétabilité de posage. **Comparer** à l'intervalle de tolérance sur la position des trous à  $\pm 0,5\text{mm}$ .

On sait que les robots usineurs ont une précision de 1 mm et une répétabilité de 0,1mm.

La précision correspond à l'erreur de positionnement absolu entre un point souhaité (référence) et le point atteint (mesuré réellement).

La répétabilité caractérise la capacité que le robot a à retourner vers un point donné et correspond à l'erreur maximum de positionnement sur un point prédéfini.

Après réglage des positions à atteindre le robot devient précis et répétable à 0,1mm.



**Figure 7 : Précision et répétabilité**

**Question 5 : Conclure** sur la faisabilité de la solution pour le projet de posage capacitaire. **Justifier**.

## 2- Evaluation de solutions constructives pour l'appui matriciel

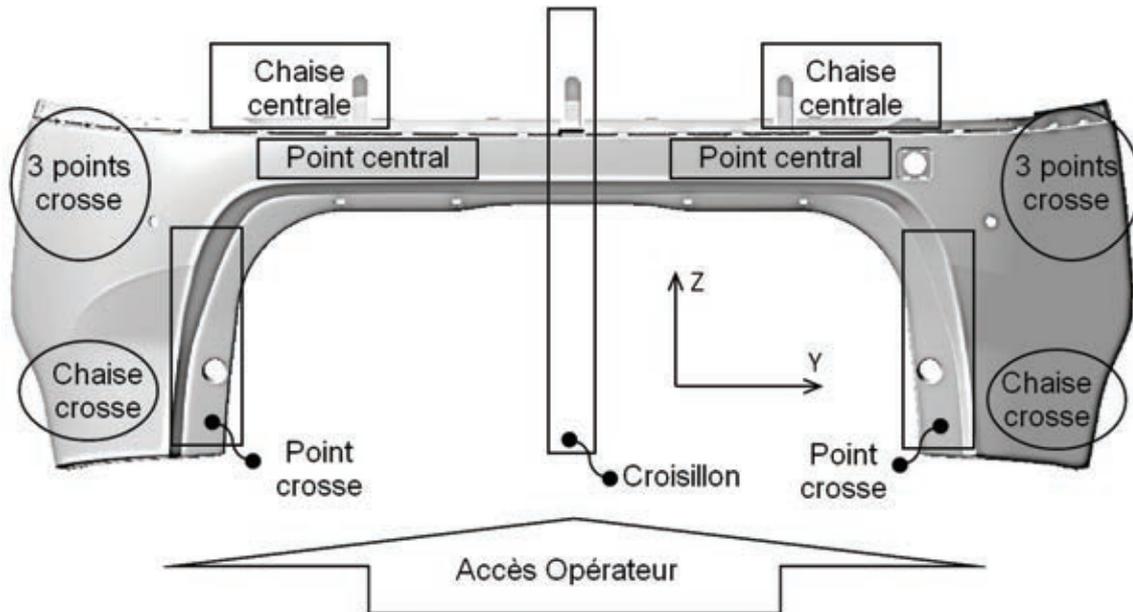
**Objectif :** évaluer la pertinence des choix de certains constituants du dispositif de mise en mouvement de l'appui matriciel.

Les différents essais de posage réalisés pour déterminer la répétabilité de la mise en position des boucliers valident l'architecture matérielle. De plus ces essais ont permis de définir les zones d'appui pour accueillir la diversité en boucliers.

Les zones d'appui retenues sont les suivantes :

- 2 chaises centrales situées au niveau de la partie centrale du bouclier.
- 2 points centraux situés au niveau de la zone centrale proche des trous de perçage.
- 2 points crosses situés au niveau des crosses (un point par crosse) afin d'éviter tout problème de basculement du bouclier (problème rencontré pour des boucliers arrière de certains modèles)
- 1 contreforme en Y0 pour positionner le croisillon, hors étude
- 2 systèmes 3 points au niveau des crosses (un par crosse), hors étude
- 2 chaises au niveau des crosses (une par crosse), hors étude

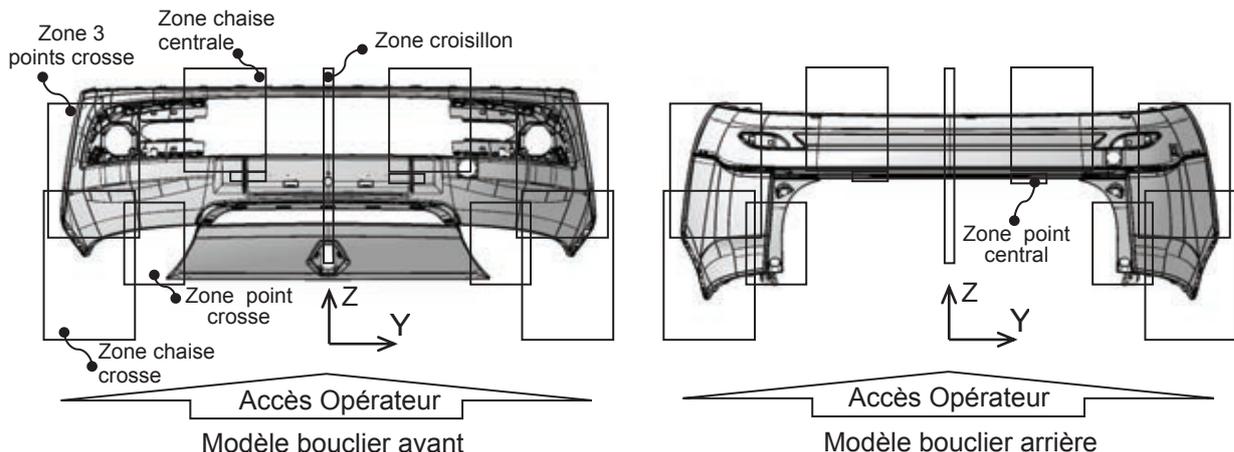
Ces zones sont inventoriées figure 8.



**Figure 8 : Zones d'appui retenues**

Une fois le nombre de points de contact et autres effecteurs déterminés, une étude a permis de définir les mouvements et courses nécessaires à ces différents éléments afin de s'adapter à la diversité des boucliers (22 modèles), tout en minimisant les degrés de liberté des points ainsi que l'amplitude des mouvements.

Après observation des différents boucliers, le choix a été fait de n'attribuer qu'un seul degré de liberté aux points centraux (selon le Y véhicule), ce qui permet d'économiser plus d'axes qu'en raisonnant sur les autres effecteurs, ainsi que de répartir les courses entre les éléments situés de part et d'autre (selon le Z véhicule) des points centraux. De plus, la zone centrale de certains boucliers est très « fine ». Une superposition des boucliers a été réalisée en tenant compte de ces degrés de liberté supprimés, et une détermination des zones de travail est arrêtée pour chacun des effecteurs mis en œuvre.



**Figure 9 : Modélisation des zones de travail**

Un schéma cinématique (voir Annexe 1), tenant compte de ces degrés de liberté nécessaires ainsi que des courses déterminées précédemment, est réalisé avant de procéder à la conception des différentes parties du posage (en gardant à l'esprit les contraintes de l'assemblage final).

Au vu des cadences élevées de la production automobile, le temps de cycle est la première contrainte. L'installation doit pouvoir traiter un bouclier (avant ou arrière) dans un temps de **0,85min**.

Une étude temporelle, tenant compte des opérations manuelles et automatiques, a montré que le temps de reconfiguration de l'installation entre deux boucliers ne devait pas dépasser **1s**. La précision du positionnement dans les 3 directions est fixée à **0,1mm**.

Le matériel choisi devra être homogène du point de vue construction mécanique mais également du point de vue contrôle commande.

Les vérifications de performance s'effectuent sur le système d'axes associé à chaque chaise centrale qui comporte trois degrés de liberté selon chacune des directions de l'espace. L'axe X véhicule porte la chaise centrale.

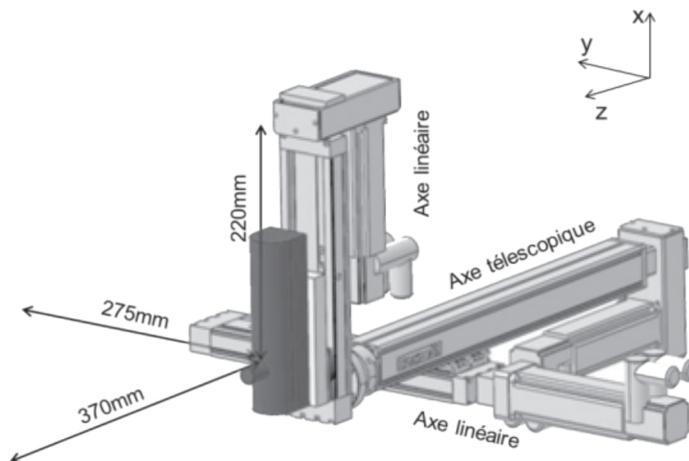


Figure 10 : Vue d'une chaise centrale sans structure porteuse

Les critères prépondérants sont une reconfiguration en moins de 1s entre deux boucliers passant sur l'installation et une précision du positionnement à 0,1mm maxi.

Le tableau 2 donne les courses minimales des chaises centrales concernées par l'étude.

Courses (mm)	X	Y	Z
Chaises centrales	220	275	370

Tableau 2 : Courses minimales de chacune des chaises centrales

## 2-1 Choix de la technologie de la transmission de puissance des axes X et Y uniquement

**Objectif** : évaluer la pertinence des choix de certains constituants du dispositif de l'appui matriciel compatibles avec la durée de reconfiguration maxi de 1s et la précision du positionnement à 0,1mm.

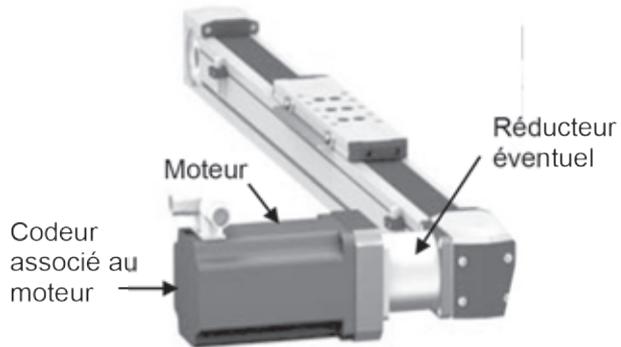
Un pré-dimensionnement, tenant compte essentiellement de l'encombrement, des courses nécessaires et des charges admissibles, conduit pour les axes à l'utilisation de modules à entraînement par courroie crantée ou de modules à entraînement par vis à billes.

Chaque axe peut être composé d'un servomoteur de fréquence de rotation N ( $N1=3000$  tr/min ou  $N2=6000$  tr/min au choix) éventuellement d'un réducteur à train épicycloïdal, d'un système de transformation de mouvement (vis à billes-écrou ou poulies-courroie crantée) et d'un chariot avec guidage à billes sur rail (figures 11a et 11b).

Les moteurs sont équipés de codeurs absolus multitours (figure 12).



Module à entraînement par vis à billes de diamètre 16 mm et de pas  $p=10$  mm



Module à entraînement par poulies-courroie crantée, rayon primitif poulie  $R_p=16$  mm

Figure 11a : Technologie de la transmission de puissance des axes X et Y

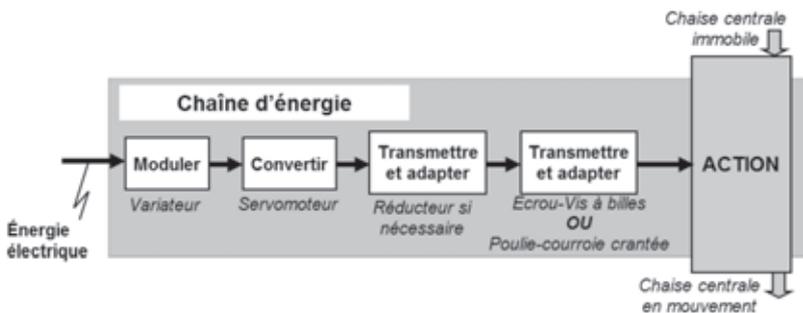


Figure 11b : Chaîne d'énergie retenue

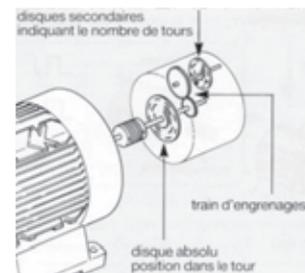
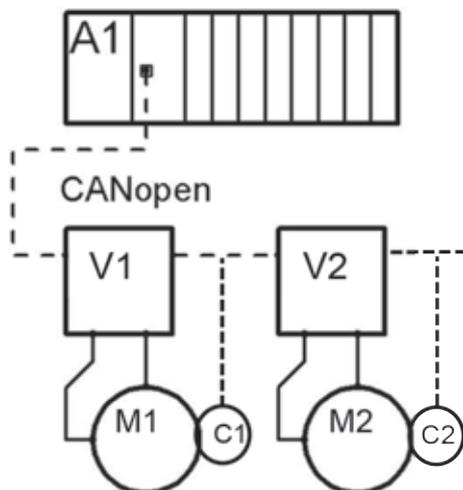


Figure 12 : Principe du codeur absolu multitours

On décide de limiter la vitesse linéaire à une valeur maxi de  $V_{max}=1m/s$ .

La gamme de réducteurs éventuellement utilisée permet de choisir les rapports : **3, 5, 8**.

Les informations issues des codeurs sont envoyées à l'automate programmable industriel (A1) avec le protocole CANopen (figure 13).



A1 : Contrôleur d'Automatisme Programmable avec interface CANopen

$V_i$  : servovariateur  $i$

$M_i$  : servomoteur  $i$

$C_i$  : codeur absolu multitours  $i$

Performances attendues :

Répétabilité du mouvement : 0,1mm

Vitesse maximum : 1 m/s

Temps de déplacement : <1 s

Figure 13 : Architecture matérielle de contrôle / commande

**Question 6**

- **Donner** l'expression de  $V_{max}$  pour chacune des solutions en fonction de la fréquence de rotation  $N_{max}$ , du pas  $p$  et du rayon primitif de la poulie  $R_p$ . **Préciser** les unités.
- **Choisir** pour les 2 solutions la motorisation permettant d'atteindre  $V_{max}=1\text{m/s}$ .
- Si nécessaire **choisir** le rapport de réduction nécessaire du réducteur pour limiter la vitesse linéaire à  $V_{max}=1\text{m/s}$ .
- **Conclure** sur le respect du critère reconfiguration en moins de 1s et **préciser** les éventuelles conditions.

On choisit pour l'axe X, un module à entraînement par poulies-courroie crantée, diamètre poulie 32mm,  $N=3000\text{ tr/min}$ . L'ensemble moteur-codeur absolu multitours est associé à un réducteur de rapport 5.

**Question 7**

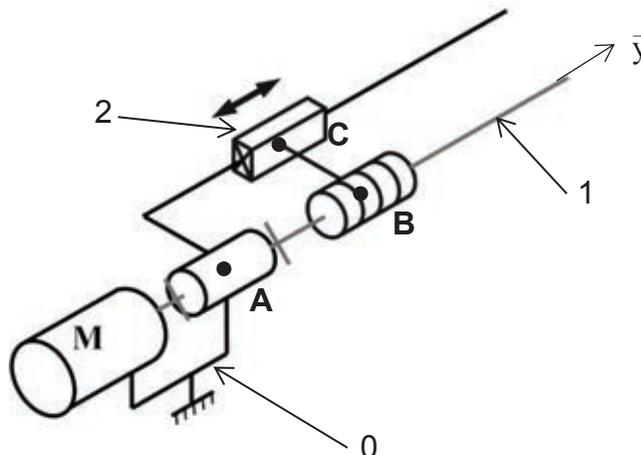
- **Citer** l'avantage prépondérant du codeur absolu par rapport au codeur incrémental et son inconvénient majeur.
- **Calculer** le nombre de pistes mini du codeur de l'axe X pour respecter la précision de 0,1mm. **Expliquer** clairement votre démarche.
- **Calculer** le nombre de tours mini du codeur absolu multi-tours associé au moteur pour une course maxi du module de 500mm.
- **Conclure** sur les caractéristiques du codeur à choisir pour assurer la précision de 0,1mm sur une course de 500mm.

**2-2 Etude de la structure mécanique de l'axe motorisé Y**

**Objectif :** analyser l'hyperstatisme du modèle retenu, son influence sur la géométrie des pièces constitutives et proposer une solution de modèle de liaison isostatique

Un mécanisme hyperstatique est un mécanisme dans lequel les liaisons sont surabondantes. On peut garder l'hyperstaticité sous certaines conditions ou essayer de transformer le modèle pour le rendre isostatique.

On se propose d'étudier le module de l'axe Y muni d'une vis à billes (Figure 14).  
Hypothèse : Les liaisons sont parfaites.



**Figure 14 : Schéma cinématique du module étudié**

**Question 8 :** Donner le graphe des liaisons du mécanisme constitué des solides 0, 1, 2. Nommer et caractériser toutes les liaisons.

**Question 9 :** Ecrire le torseur des actions transmissibles pour chacune des liaisons. On note  $p$  le pas de la vis à billes. La notation utilisée pour les torseurs est :

$$\{T(i \rightarrow j)\} = \left\{ \begin{array}{c|c} X_{ij} & L_{ij} \\ Y_{ij} & M_{ij} \\ Z_{ij} & N_{ij} \end{array} \right\}_{\text{pt, repère}}$$

Donner pour le torseur  $\{T(1 \rightarrow 2)\}$ , la relation liant  $M_{12}$  à  $Y_{12}$  et  $p$ .

**Question 10 :** Donner l'expression du degré d'hyperstaticité  $h$  du mécanisme en fonction de  $m$ , Es et Is respectivement le degré de mobilité du mécanisme, le nombre d'équations à résoudre et le nombre d'inconnues de liaisons. Faire l'application numérique.

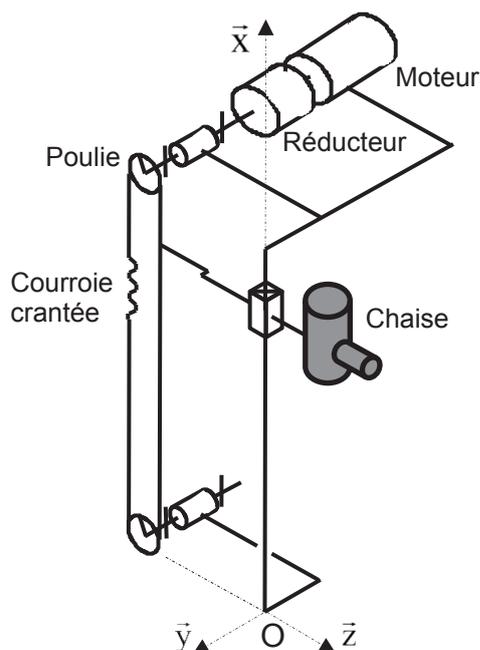
**Question 11 :** Conclure sur la nature des contraintes à mettre en place si le modèle n'est pas modifié. Préciser en un mot la principale qualité d'un système hyperstatique et son principal défaut.

**Question 12 :** Proposer sur le document réponse l'ajout d'une ou deux liaisons supplémentaires permettant de lever l'hyperstatisme. Nommer et situer cette ou ces liaisons.

## 2-3 Vérification du dimensionnement de la motorisation de l'axe X (Figure 15)

**Objectif :** étudier les capacités cinématiques et dynamiques de l'axe vertical X

Le nombre de cycles machine sur la durée de vie de l'installation impose une étude qui minimise la puissance maximale demandée au moteur lors du déplacement. Il s'agit également d'augmenter la longévité de la machine et de minimiser les interventions de la maintenance pendant la durée de vie de l'installation.



$C_m$  : couple électromécanique moteur  
 $P_{max}$  : la puissance maximale du moteur

$\omega_m$  : vitesse angulaire arbre moteur

$\omega_p$  : vitesse angulaire poulie

$V$  : vitesse linéaire du module

$\gamma$  : accélération du module

$J_m$  : moment d'inertie de l'arbre moteur

$J_p$  : moment d'inertie d'une poulie

$J_r$  : moment d'inertie du réducteur ramené à l'arbre moteur

$M$  : masse équivalente de la partie en mouvement

$R_p$  : rayon primitif d'une poulie crantée

$n$  : rapport de réduction  $n = \frac{\omega_m}{\omega_p}$

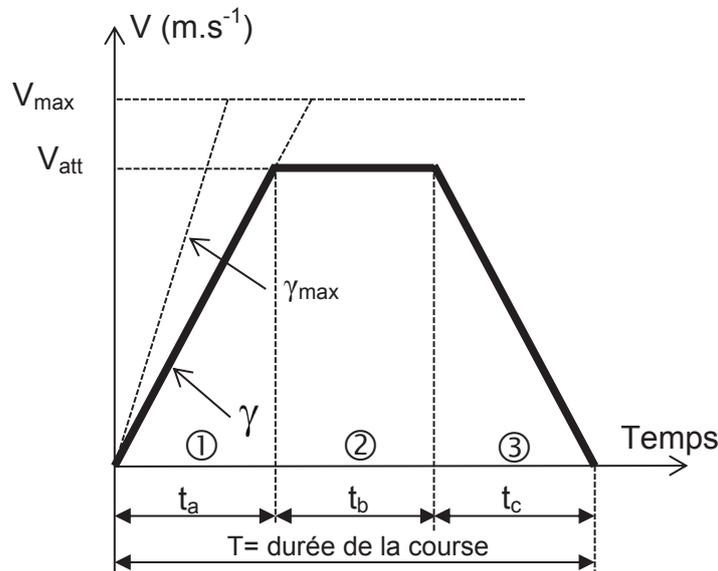
Figure 15 : Schéma de principe de la chaîne de positionnement – Axe vertical X.

**Hypothèses :**

- les solides sont considérés indéformables ;
- les efforts dus aux frottements secs et visqueux sont négligés, les liaisons sont considérées parfaites ;
- les mouvements des modules s'effectuent en paraxial (un seul axe à la fois) ;

**Question 13 :** Donner l'expression littérale du moment d'inertie total équivalent  $J_{Teq}$  ramené à l'arbre moteur dans le cas du mouvement vertical. Faire l'application numérique.  
 $J_m = 0,3 \text{ g.m}^2$  ;  $J_r = 0,022 \text{ g.m}^2$  ;  $J_p = 3 \text{ g.m}^2$  ;  $R_p = 16 \text{ mm}$  ;  $n = 5$  ;  $M = 10 \text{ Kg}$ .

La loi de mouvement désirée qui minimise la puissance maximale demandée au moteur lors du déplacement est définie par la figure 16. Il s'agit d'une loi de vitesse de type « trapèze » permettant un meilleur comportement thermique du moteur. L'ensemble « moteur et variateur » doit pouvoir supporter le cycle prévu sans échauffement anormal. Classiquement, les constructeurs de moteurs préconisent d'utiliser une règle d'équirépartition (figure 16) des temps d'accélération, de vitesse constante et de décélération :  $t_a = t_b = t_c$ .



**Figure 16 : Cycle de vitesse en trapèze – règle des 1/3**

On fait l'hypothèse que le couple résistant est nul. Le déplacement total pendant la durée  $T$  est noté  $X$ .

**Question 14 :** Donner la relation liant la puissance maxi  $P_{max}$  à  $C_m$  et  $\omega_m$  pendant la phase d'accélération.

**Question 15 :** Donner l'expression de  $V$  en fonction de  $\omega_m$ ,  $R_p$  et  $n$ . Ecrire l'expression du couple moteur  $C_m$  requis en phase d'accélération en fonction de  $J_{Teq}$ ,  $n$ ,  $R_p$  et  $\gamma$ . Montrer que  $P_{max}$  peut s'écrire  $P_{max} = A \cdot \frac{X^2}{t_a \cdot (T - t_a)^2}$ . Donner l'expression de  $A$ .

**Question 16 :** Ecrire l'expression de la dérivée de  $P_{max}$  par rapport à  $t_a$ . Donner la (ou les) valeur(s) de  $t_a$  qui minimise(nt)  $P_{max}$ . Conclure.

Le couple maximal du moteur utilisé est de 4,2 Nm. Sa fréquence de rotation maximale est de 3000 tr/min. On prend maintenant en compte le couple résistant  $C_r$  dû aux actions de pesanteur et ramené à l'arbre moteur. On donne  $g = 9,81 \text{ m.s}^{-2}$ , l'accélération de la pesanteur. On prendra :  $J_{\text{Teq}} = 6,644.10^{-4} \text{ kg.m}^2$

**Question 17 :** A partir des hypothèses formulées précédemment :

- **donner** l'expression littérale du couple résistant  $C_r$  ramené à l'arbre moteur en fonction de  $M$ ,  $g$ ,  $R_p$  et  $n$ .
- **donner** l'expression littérale du couple électromécanique  $C_m$  à fournir par le moteur pour les 3 zones du trapèze lors de la montée de l'axe vertical en fonction de  $M$ ,  $g$ ,  $R_p$ ,  $J_{\text{Teq}}$ ,  $n$  et  $\gamma$  en complétant le tableau du dossier réponses.

**Question 18 :** **Ecrire** l'expression de l'accélération maximale théorique  $\gamma_{\text{max}}$  de l'axe, puis celle de la vitesse maximale  $V_{\text{max}}$  atteignable en tenant compte des choix techniques sur l'axe X. **Faire** les applications numériques.

Lorsque la course demandée est inférieure à une valeur notée  $X_{\text{mini}}$ , il n'est pas possible d'atteindre la vitesse maximale  $V_{\text{max}}$ .

**Question 19 :** **Montrer** que l'on peut l'exprimer sous la forme :  $X_{\text{mini}} = \frac{2 \cdot V_{\text{max}}^2}{\gamma_{\text{max}}}$

**Calculer**  $X_{\text{mini}}$  en prenant les valeurs numériques suivantes :

$$\gamma_{\text{max}} = 19 \text{ m.s}^{-2} \quad ; \quad V_{\text{max}} = 1 \text{ m.s}^{-1}$$

**Question 20 :** **Calculer**  $\gamma$  réelle respectant la loi de vitesse en trapèze proposée pour une course de 200mm supérieure à  $X_{\text{mini}}$ . En **déduire** la valeur du couple électromécanique  $C_m$  à fournir par le moteur à l'accélération et à la décélération en prenant pour l'inertie totale équivalente la valeur numérique suivante :  $J_{\text{Teq}} = 6,644.10^{-4} \text{ kg.m}^2$

**Question 21 :** **Calculer**  $V$  att et **donner**  $\gamma$  réelle respectant la loi de vitesse en trapèze proposée pour une course de 50mm. En **déduire** la valeur du couple électromécanique  $C_m$  à fournir par le moteur à l'accélération et à la décélération.

**Question 22 :** Pour conclure l'étude, **comparer** la loi de mouvement équirépartie ( $t_a = t_b = t_c$ ) à la loi de Mouvement Rectiligne Uniformément Varié (MRUV) en complétant le tableau du document réponses.

## 2-4 Programme de génération de trajectoire

**Objectif :** Proposer un algorithme permettant de calculer les paramètres nécessaires à la génération d'une trajectoire respectant la règle d'équirépartition des durées des phases d'accélération et de vitesse constante.

On s'intéresse dans cette partie à la génération de trajectoire automatique que la commande des moteurs des différents axes doit gérer. La loi de vitesse choisie est celle décrite dans la partie précédente (figure 16) qui respecte la règle d'équirépartition des durées des phases à

accélération/décélération et à vitesse constante. Pour générer ce type de loi de vitesse, la commande numérique du système doit disposer d'une fonction calculant les caractéristiques de ce profil ( $t_a$ ,  $\gamma$ ,  $V_{att}$ ) pour un déplacement désiré  $X$  soumis aux contraintes cinématiques ( $\gamma_{max}$ ,  $V_{max}$ ). La figure 17 illustre les différents profils de vitesse obtenus en fonction de la distance  $X$  désirée.

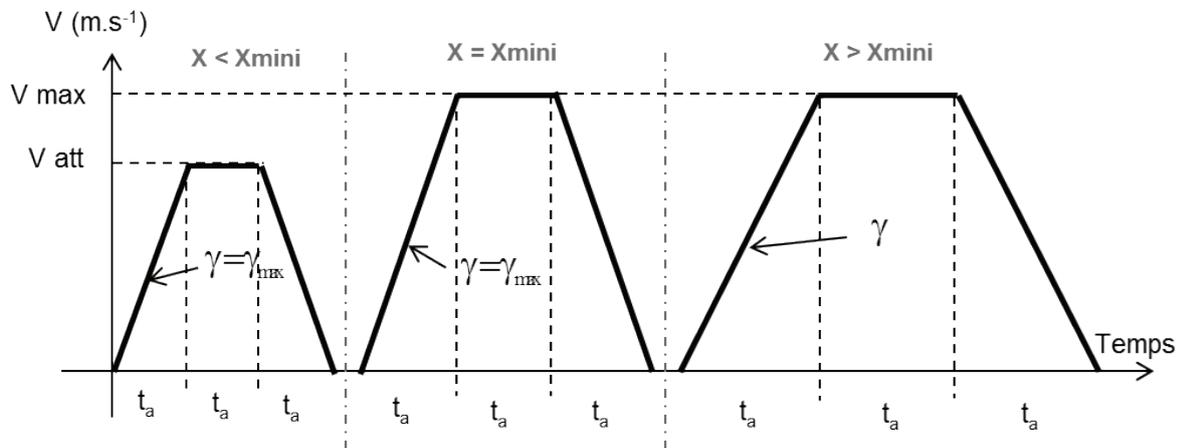


Figure 17 : Les 3 cas du cycle de vitesse en trapèze – règle des 1/3.

**Question 23 :** Proposer une structure algorithmique permettant le calcul des valeurs de  $t_a$ ,  $\gamma$  et  $V_{att}$  en fonction de  $\gamma_{max}$ ,  $V_{max}$  et  $X$ . Vous tiendrez compte des différents cas présentés à la figure 17.

La commande numérique envoie les références de commande à une fréquence d'échantillonnage  $f_e = 1 \text{ kHz}$ . Afin de garantir la précision du positionnement de l'axe, **la durée du mouvement généré par la commande doit nécessairement correspondre à un multiple de la période d'échantillonnage**. On notera que les erreurs liées à la quantification des valeurs des paramètres du mouvement sont ici négligeables. Afin de garantir le fait que la durée du mouvement  $T$  ( $T=3.t_a$ ) soit un multiple de la période d'échantillonnage  $T_e$  ( $T_e=1/f_e$ ), la valeur de  $t_a$  calculée peut être arrondie à la valeur notée  $t_{ae}$  en exploitant une des fonctions suivantes :

- (1)  $t_{ae} = T_e \cdot \text{round}(t_a / T_e)$  – arrondi à l'entier le plus proche
- (2)  $t_{ae} = T_e \cdot \text{floor}(t_a / T_e)$  – arrondi à l'entier inférieur
- (3)  $t_{ae} = T_e \cdot \text{ceil}(t_a / T_e)$  – arrondi à l'entier supérieur

Sans remise en cause des valeurs calculées  $\gamma$  et  $V_{att}$ , cet arrondi sur la durée  $t_a$  modifiera la position atteinte.

**Question 24 :** Exprimer la relation entre  $X$ ,  $t_a$  et  $\gamma$ .  $t_a$  est à présent remplacée par sa valeur arrondie  $t_{ae}$ . **En déduire** une adaptation de l'expression de  $\gamma$  afin de garantir la précision du positionnement.

**Question 25 :** Le choix de la fonction arrondi se porte sur la fonction « ceil ». **Justifier ce choix** en considérant l'impact de ce dernier sur les limitations cinématiques.

**Question 26 :** Ecrire une fonction  $[t_{ae}, G, V_{att}] = \text{Loi\_equirepartie}(G_{max}, V_{max}, X, X_{mini}, T_e)$ . Cette fonction est réalisée en langage python ou scilab en employant les notations  $G$  et  $G_{max}$  pour  $\gamma$  et  $\gamma_{max}$ . **Indiquer** lisiblement le langage choisi.

### 3- Analyse et réglage des robots d'usinage

#### 3-1 Analyse de la précision statique

**Objectif :** vérifier que la résolution angulaire des codeurs utilisés permet de respecter la précision statique attendue pour le robot, de l'ordre de  $\pm 0,05$  mm dans la direction Z du véhicule.

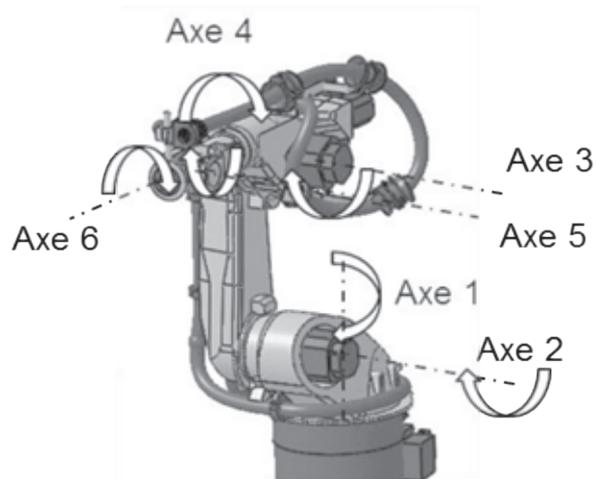


Figure 18 : Définition des axes d'un robot sériel.

Les robots destinés à réaliser les opérations d'usinage/perçage des trous pour l'insertion des différents capteurs sont constitués de six bras liés en série par des articulations rotoïdes (cf. figure 18). Chacune des articulations est motorisée par un ensemble constitué d'un moteur synchrone et d'un réducteur à fort rapport de réduction de type train épicycloïdal. Les mouvements réalisés par l'outil de perçage sont principalement des translations suivant l'axe X du repère du véhicule.

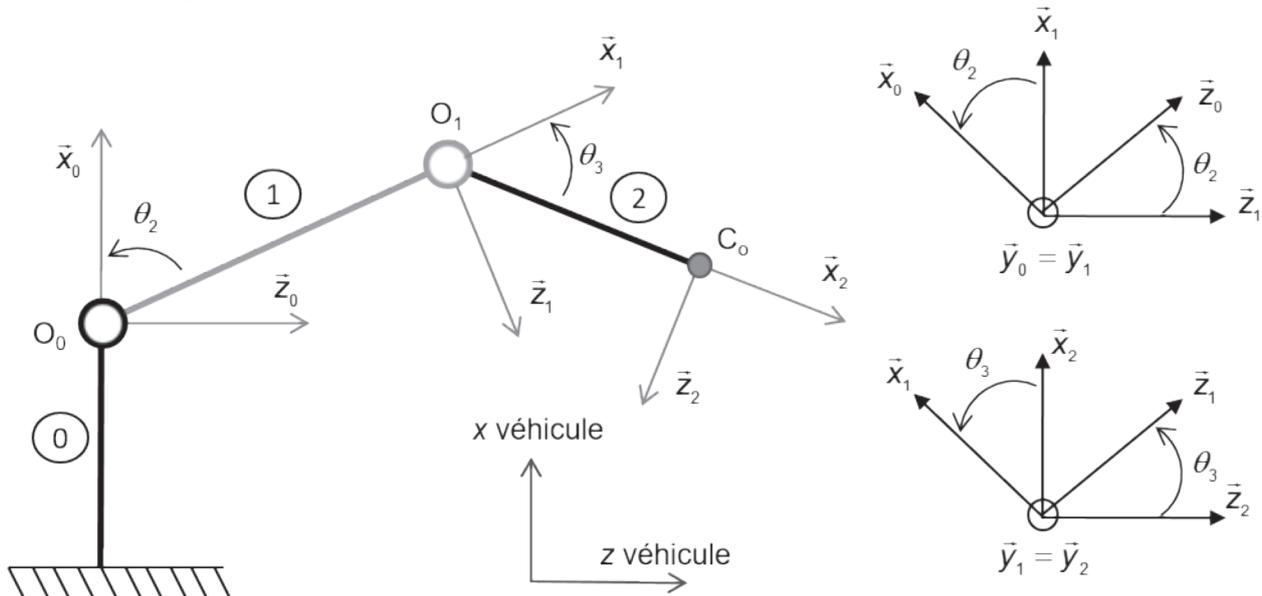


Figure 19 : Modèle plan simplifié du robot sériel étudié. Solide 1: axe 2 du robot; solide 2 : axe 3 du robot.

Dans ce qui suit, nous limitons l'étude au mouvement du robot dans le plan XZ du véhicule. De plus, nous considérons que le centre de l'outil est situé suivant l'axe 6 du robot et que cet axe reste concourant avec l'axe 4. Cette hypothèse permet de s'affranchir de l'influence de l'axe 5. Le modèle géométrique plan retenu pour décrire un des robots est ainsi limité à deux degrés de liberté. La figure 19 présente le modèle d'étude de ce robot, ainsi que le paramétrage associé. On note  $O_{i-1}$  le centre de la liaison entre le solide  $i$  et  $i-1$  et  $C_o$  le centre de l'outil à positionner. On prendra  $O_0O_1 = L_1 = 1100$  mm ;  $O_1C_o = L_2 = 800$  mm.

Les coordonnées de la position du centre outil  $C_o$  dans le repère de base du robot de centre  $O_0$ , sont appelées coordonnées opérationnelles ou cartésiennes et sont notées  $(x_c, z_c)$ . Le mouvement de ce point résulte de la combinaison des mouvements de chacune des articulations du robot.

**Question 27 :** En vous appuyant sur le paramétrage donné à la figure 19, **Expliciter** les relations entre les positions articulaires du robot et la position de l'outil  $C_o$  dans le repère de base du robot sous la forme :  $x_c = f(\theta_2, \theta_3)$ ,  $z_c = g(\theta_2, \theta_3)$ .

**Question 28 :** **Calculer numériquement** les coordonnées du centre de l'outil pour la configuration angulaire définie par  $\theta_2 = 45^\circ$ ,  $\theta_3 = 45^\circ$  (A.N exprimées en mm avec 2 chiffres après la virgule).

Les équations précédentes permettent de connaître la position de l'outil pour une configuration angulaire donnée. Si l'on souhaite commander le mouvement de l'outil suivant une trajectoire imposée, il nous faut déterminer les relations mathématiques inverses. On donne les relations inverses suivantes :

$$\theta_2 = f'(x_c, z_c, \theta_3) = \text{atan} \left( \frac{(L_1 + L_2 \cos \theta_3) z_c - L_2 \sin(\theta_3) x_c}{L_1^2 + L_2^2 + 2L_1L_2 \cos \theta_3} \right)$$

$$\theta_3 = g'(x_c, z_c) = \pm \text{acos} \left( \frac{x_c^2 + z_c^2 - L_1^2 - L_2^2}{2L_1L_2} \right)$$

**Question 29 :** **Retrouver**, à partir des équations trouvées à la question 27, l'expression analytique donnée pour la relation inverse  $\theta_3 = g'(x_c, z_c)$ .

**Question 30 :** **Justifier** le fait que pour une position donnée de l'outil, il puisse exister deux configurations articulaires du robot. **Proposer** une méthode simple garantissant l'unicité de la solution lors de l'exploitation du robot.

**Question 31 :** En considérant la configuration articulaire théorique définie par  $\theta_2 = 45^\circ$ ,  $\theta_3 = 45^\circ$ , **calculer** l'erreur maximale admissible sur l'angle réel  $\theta_3$  afin de respecter le critère de précision pour l'opération, **c'est-à-dire un décalage de  $z_c$  compris entre  $\pm 0,05$  mm.**

**Question 32 :** Sachant que le réducteur de l'axe 3 à un rapport de réduction  $n = 180$  et que le codeur utilisé, placé sur l'arbre moteur, dispose de 4096 points par tour, **vérifier** numériquement que, indépendamment de toute erreur géométrique, le codeur est capable de garantir la précision voulue. **Conclure quant à l'objectif.**

### 3-2 Réglage de la précision dynamique par la commande

**Objectif :** Déterminer un réglage des paramètres d'anticipation de la commande du robot afin de garantir la précision dynamique du positionnement des axes supposés rigides.

Chaque axe du robot est commandé indépendamment en position. La structure d'asservissement est une structure dite par boucles imbriquées (boucles de position, de vitesse et de courant). La figure 20 présente le schéma fonctionnel de cette structure de commande. On suppose une dynamique négligeable de l'asservissement en courant (temps de réponse très petit devant les constantes de temps mécaniques), ainsi qu'une compensation parfaite des effets liés à la pesanteur. Ainsi, à tout instant, le couple de référence est égal au couple moteur, noté  $C_m$ . La position angulaire du moteur est notée  $\theta_m$  et celle de l'axe est notée  $\theta_{ch}$ .  $n$  représente le rapport de réduction de l'axe ( $n = \theta_m / \theta_{ch}$ ).  $C_p(p)$  et  $C_v(p)$  sont les fonctions de transfert des correcteurs en position et en vitesse de l'axe.  $k_{A1}$  et  $k_{A2}$  sont des gains proportionnels (positifs) appelés gains d'anticipation. Le codeur de position est situé sur l'arbre moteur et la vitesse est déduite par dérivation numérique. La dynamique de l'axe en vitesse  $\Omega_m(p) / C_m(p)$  est assimilée à un simple système du premier ordre de gain statique  $K_m$  et de constante de temps  $T_m$ .

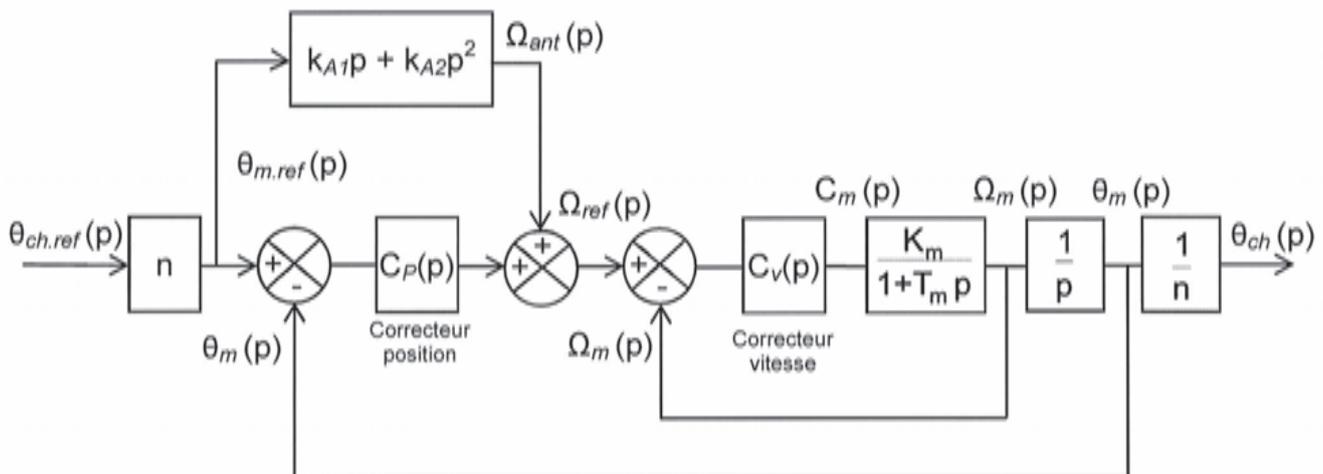


Figure 20 : Structure de la commande d'un axe du robot.

Le correcteur de vitesse est choisi tel que  $C_v(p) = k_v \left( 1 + \frac{1}{T_i p} \right)$  avec  $T_i$  la constante de temps intégrale et le correcteur de position est un simple gain proportionnel  $C_p(p) = k_p$ .

**Question 33 :** Exprimer sous forme canonique la fonction de transfert de la boucle fermée de vitesse  $\Omega_m(p) / \Omega_{ref}(p)$ .

**Question 34 :** On procède au réglage suivant de la constante de temps intégrale  $T_i = T_m$ .

**Montrer** que l'ordre de la fonction de transfert précédente est réduit en tenant compte de ce réglage. **Justifier** l'intérêt pratique du réglage proposé.

Suite au réglage du gain proportionnel  $k_m$ , on considère que la boucle de vitesse est définie comme suit :  $\frac{\Omega_m(p)}{\Omega_{ref}(p)} = \frac{1}{1 + \tau p}$ .

**Question 35 :** Montrer que la fonction de transfert de la commande en position de l'axe  $\theta_{ch}(p) / \theta_{ch,ref}(p)$  peut se mettre sous la forme :  $\frac{\theta_{ch}(p)}{\theta_{ch,ref}(p)} = \frac{1 + a_1 p + a_2 p^2}{1 + b_1 p + b_2 p^2}$ .

Exprimer les paramètres de cette fonction de transfert en fonction de  $k_p$ ,  $k_{A1}$ ,  $k_{A2}$  et  $\tau$ .

**Question 36 :** Déterminer l'expression littérale de la valeur des paramètres d'anticipation  $k_{A1}$  et  $k_{A2}$  permettant de garantir une erreur de position nulle à tout instant, c'est-à-dire un suivi de trajectoire parfait.

**Question 37 :** Expliciter la contrainte de continuité qu'impose la mise en œuvre des anticipations sur la définition de la trajectoire de référence  $\theta_{ch,ref}(t)$ . Conclure sur l'objectif de précision dynamique.

### 3-3 Adaptation de la trajectoire aux déformations

**Objectif :** Régler un paramètre de la trajectoire des axes du robot (durée  $T_j$  des rampes d'accélération) afin de limiter les vibrations et déformations susceptible de détériorer la précision dynamique.

La précision de positionnement des structures sérielles est sensible aux phénomènes de déformations et aux vibrations qui peuvent apparaître lors du mouvement. Afin d'optimiser le réglage d'axe précédent, on décide d'intégrer dans le modèle le mode de déformation dominant la dynamique de l'axe. Il s'agit classiquement d'une déformation en torsion en sortie du réducteur, dont le rapport de réduction est donné par  $n = \theta_m / \theta_1$ . Cette déformation est modélisée par le système inertie  $J_{ch}$  – raideur torsionnelle  $K_{ch}$  (N.m/rad) décrit à la figure 21. Dans le cadre de l'application visée, les hypothèses suivantes sont considérées :

- L'amortissement de la déformation est négligé, seule la raideur torsionnelle  $K_{ch}$  (N.m/rad) est prise en compte.
- Le couple de liaison ou couple de charge, notée  $C_c$  sur la figure 21, est négligé ( $C_c = 0$ ).

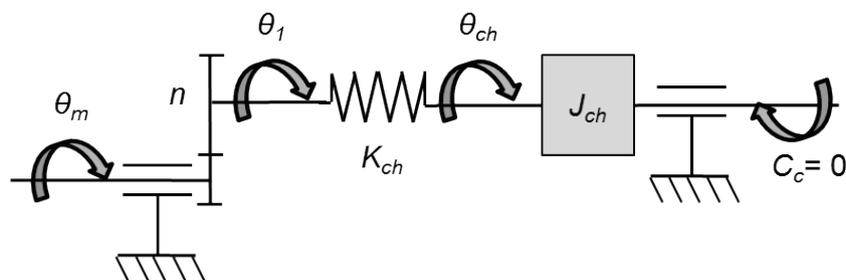


Figure 21 : Modèle d'axe tenant compte d'une souplesse de transmission.

**Question 38 :** Exprimer l'équation différentielle régissant la dynamique de la position angulaire de la charge  $\theta_{ch}$  en fonction de la position angulaire de l'arbre moteur  $\theta_m$  (cf. figure 21).

**Question 39 :** Donner la fonction de transfert  $\theta_{ch}(p)/\theta_m(p)$ .

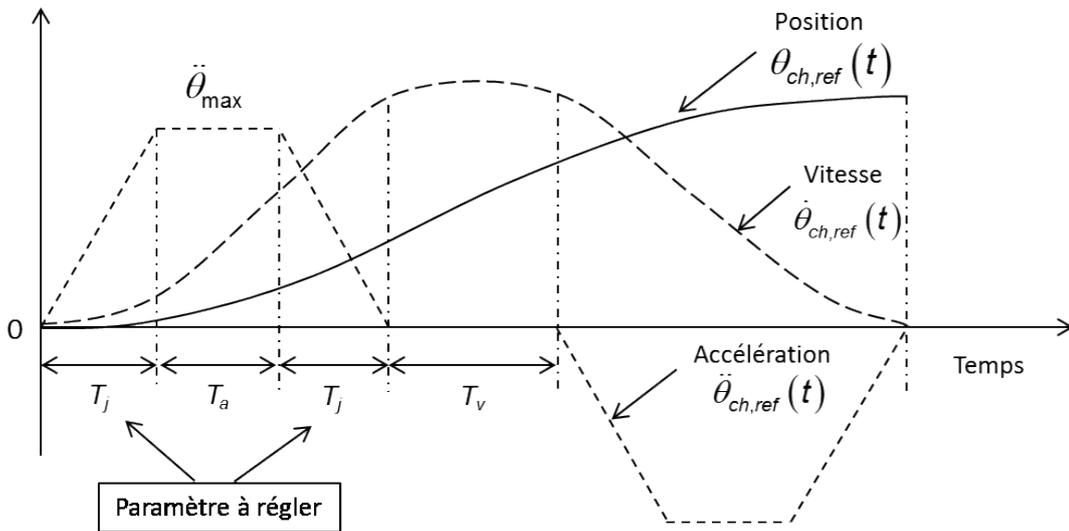
On considérera dans la suite que le réglage de la commande d'axe (réalisée dans la partie 3.2), nous permet d'écrire la fonction de transfert entre la dynamique de la charge et la référence du positionnement sous la forme :

$$\frac{\theta_{ch}(p)}{\theta_{ch,ref}(p)} = \frac{1}{1+p^2/\omega_0^2} \quad \left( = \frac{\ddot{\theta}_{ch}(p)}{\ddot{\theta}_{ch,ref}(p)} \right).$$

On rappelle de plus que :  $\theta_{m,ref} = n \cdot \theta_{ch,ref}$

**Question 40 :** Expliciter littéralement la pulsation de résonance de l'axe, notée  $\omega_0$  et donner les pôles de la fonction de transfert précédente.

La trajectoire employée classiquement sur les systèmes de positionnement est constituée de différentes périodes d'accélération, de périodes à vitesse constante et de périodes de décélération. La figure 22 présente les différentes phases d'une trajectoire générique permettant de générer un mouvement de type point à point (départ et arrêt à vitesse nulle). Ce type de trajectoire est notamment employé ici comme consigne pour les asservissements des axes du robot.



**Figure 22 :** Profil d'accélération (vitesse et position) exploité en consigne d'axe du robot.  $\ddot{\theta}_{max}$  représente la valeur d'accélération angulaire maximale.

**Question 41 :** En vous appuyant sur le paramétrage de la figure 22, donner l'expression de la position articulaire de référence, notée  $\theta_{ch,ref}(p)$ , en fonction de l'accélération angulaire maximale, notée  $\ddot{\theta}_{max}$ , lors de la phase de montée en accélération, c'est-à-dire pour  $0 \leq t < (T_j + T_a)$ . On donne la transformée de Laplace suivante pour une fonction translatée dans le temps : Soit  $f(t-T)$  une fonction retardée d'un instant  $T$  à valeur réelle positive, sa transformée de Laplace est donnée par :  $L(f(t-T)) = e^{-pT}L(f(t)) = e^{-pT}F(p)$

La durée  $T_j$  de la montée en accélération est un paramètre de réglage de la trajectoire. Cette valeur peut notamment être calculée de manière à annuler les vibrations d'un système tel que celui étudié. La méthode utilisée repose sur le principe de compensation des pôles du système par des zéros introduits par la trajectoire. Soit  $p_0$  un pôle d'un système dynamique, ce pôle sera compensé par un zéro de la trajectoire de référence  $\theta_{ch,ref}(\rho)$  si et seulement si  $\theta_{ch,ref}(\rho_0) = 0$ . C'est-à-dire si et seulement si  $p_0$  est une racine du numérateur de  $\theta_{ch,ref}(\rho)$ .

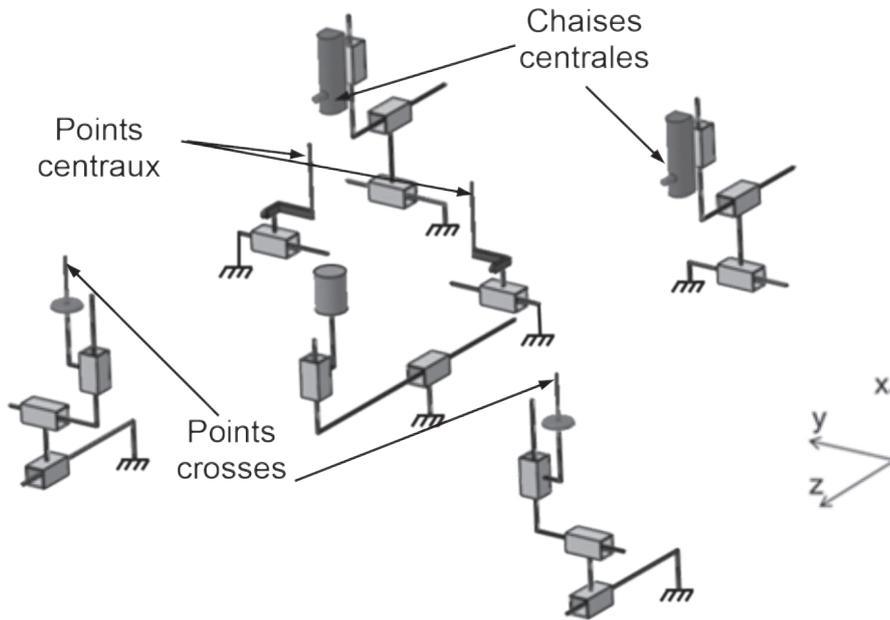
**Question 42 :** On considère que la dynamique vibratoire du robot est influencée par deux pôles complexes conjugués  $p_0 = \pm j\omega_0$  (associés à une pulsation de résonance non-amortie).

**Déterminer** la condition sur la durée  $T_j$  permettant de respecter le principe de compensation des pôles de l'axe du robot.

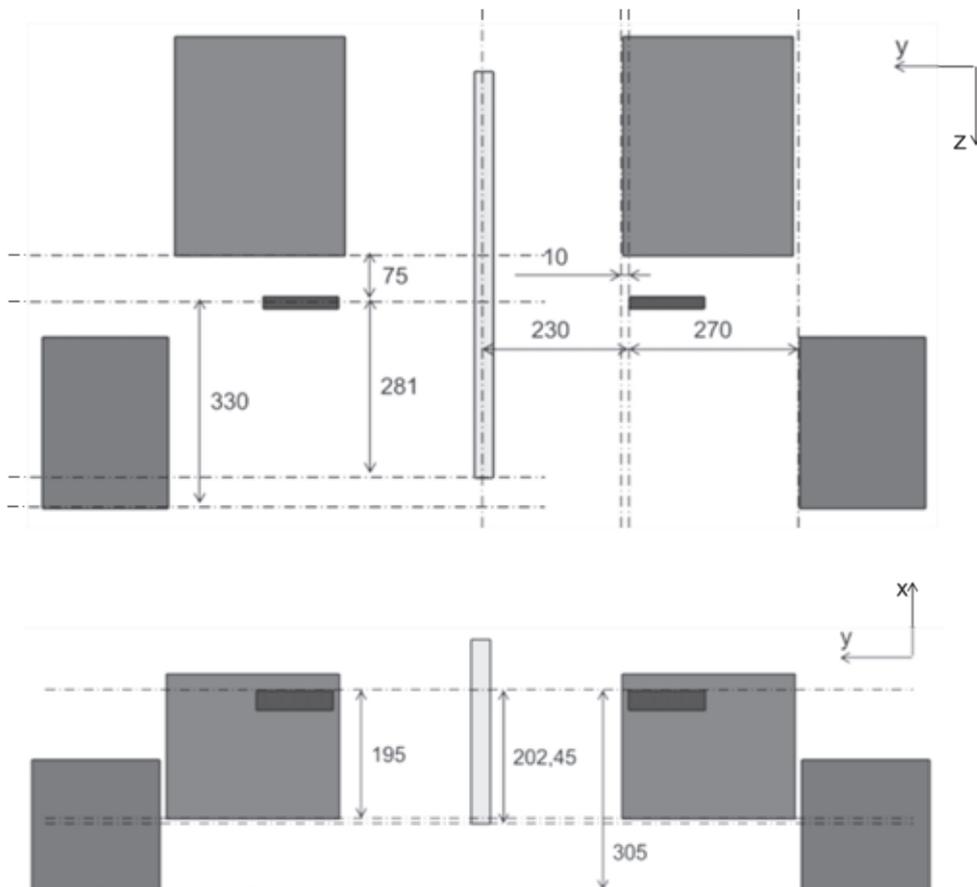
On choisit pour  $T_j$ , la plus petite valeur non nulle permettant de respecter le principe de compensation.

**Question 43 : Conclure** quant à l'influence du réglage précédent sur la précision dynamique des mouvements du robot.

**Annexe 1**



**Schéma cinématique du système**



**Paramétrage des zones de travail des effecteurs**









Académie : \_\_\_\_\_ Session : \_\_\_\_\_ Modèle EN.

Examen ou Concours : \_\_\_\_\_ Série\* : \_\_\_\_\_

Spécialité/option : \_\_\_\_\_ Repère de l'épreuve : \_\_\_\_\_

Épreuve/sous-épreuve : \_\_\_\_\_

NOM : \_\_\_\_\_

*(en majuscules, suivi, s'il y a lieu, du nom d'épouse)*

Prénoms : \_\_\_\_\_ N° du candidat

Né(e) le \_\_\_\_\_ *(le numéro est celui qui figure sur la convocation ou la liste d'appel)*

DANS CE CADRE  
NE RIEN ÉCRIRE

118

**L'usage de calculatrices est autorisé**

---

**Installation capacitaire pour découpe de  
boucliers de véhicules automobiles**

---

**Cahier réponses**  
**Épreuve de Sciences Industrielles**  
**Concours e3a - PSI**

**Toutes les réponses seront portées sur ce cahier de réponses à  
l'exclusion de toute autre copie.**

**Ne pas dégrafer**

(B)

Il est interdit aux candidats de signer leur composition ou d'y mettre un signe quelconque pouvant indiquer sa provenance.

Tournez la page S.V.P.

NE RIEN ÉCRIRE

DANS CE CADRE

Installation de posage capacitaire pour découpe de boucliers AV et AR

## 1- Vérification de faisabilité de la solution par posage matriciel

**Question 1 : Justifier**, sans calcul, l'hyperstatisme du posage en vous appuyant sur la présentation du sujet.

--

**Question 2 : Justifier** les liaisons pivots indexables sur le prototype proposé.

--

**Question 3 : Donner** la (ou les) dispersion(s) prépondérante(s) pour le positionnement des trous à percer sur la zone centrale des boucliers.

--

**Question 4 : Donner** le modèle de véhicule le plus pénalisant pour la validation du critère répétabilité de posage. **Comparer** à l'intervalle de tolérance sur la position des trous à +/- 0,5mm.

--	--

**Question 5 : Conclure** sur la faisabilité de la solution pour le projet de posage capacitaire. **Justifier**.

--

NE RIEN ÉCRIRE

DANS CE CADRE

Installation de posage capacitaire pour découpe de boucliers AV et AR

## 2-1 Choix de la technologie de la transmission de puissance des axes X et Y

**Question 6 :** Donner l'expression de  $V_{max}$  pour chacune des solutions en fonction de la fréquence de rotation  $N_{max}$ , du pas  $p$  et du rayon primitif de la poulie  $R_p$ . Préciser les unités. Choisir pour les 2 solutions la motorisation permettant d'atteindre  $V_{max}=1m/s$ .

Module à entraînement par vis à billes	Module à entraînement par poulies-courroie
$V_{max} =$	$V_{max} =$
Choix motorisation entraînement vis à billes : $N =$	Choix motorisation entraînement poulies-courroie : $N =$
Si nécessaire choisir le rapport de réduction nécessaire du réducteur pour limiter la vitesse linéaire à $V_{max}=1m/s$ . Rapports disponibles : 3, 5, 8.	
Choix réducteur entraînement vis à billes	Choix réducteur entraînement poulies-courroie
<b>Conclure</b> sur le respect du critère reconfiguration en moins de 1s et <b>préciser</b> les éventuelles conditions.	

**Question 7 :** Citer l'avantage prépondérant du codeur absolu par rapport au codeur incrémental et son inconvénient majeur.

Avantage prépondérant :	Inconvénient majeur :
<b>Calculer</b> le nombre de pistes mini du codeur de l'axe X pour respecter la précision de 0,1 mm. <b>Expliquer</b> clairement votre démarche.	
$\text{Nombre de pistes mini} =$	

NE RIEN ÉCRIRE

DANS CE CADRE

Installation de posage capacitaire pour découpe de boucliers AV et AR

**Calculer** le nombre de tours mini du codeur absolu multi-tours associé au moteur pour une course maxi du module de 500 mm.

Nombre de tours mini codeur =

**Conclure** sur les caractéristiques du codeur à choisir pour assurer la précision de 0,1mm sur une course de 500mm.

## 2-2 Etude de la structure mécanique de l'axe motorisé Y

**Question 8 :** Donner le graphe des liaisons du mécanisme. **Nommer** et **caractériser** toutes les liaisons

0

1

2

NE RIEN ÉCRIRE

DANS CE CADRE

Installation de posage capacitaire pour découpe de boucliers AV et AR

**Question 9 :** Ecrire le torseur des actions transmissibles pour chacune des liaisons

$$\{T(0 \rightarrow 2)\} = \left\{ \begin{array}{c} | \\ | \\ | \end{array} \right\} \quad \{T(1 \rightarrow 2)\} = \left\{ \begin{array}{c} | \\ | \\ | \end{array} \right\} \quad \{T(0 \rightarrow 1)\} = \left\{ \begin{array}{c} | \\ | \\ | \end{array} \right\}$$

Donner pour le torseur  $\{T(1 \rightarrow 2)\}$ , la relation liant  $M_{12}$  à  $Y_{12}$  et  $p$ .

$M_{12} =$

**Question 10 :** Donner l'expression du degré d'hyperstaticité  $h$  du mécanisme en fonction de  $m$ ,  $E_s$  et  $I_s$ . Faire l'application numérique.

AN :

$h =$

$h =$

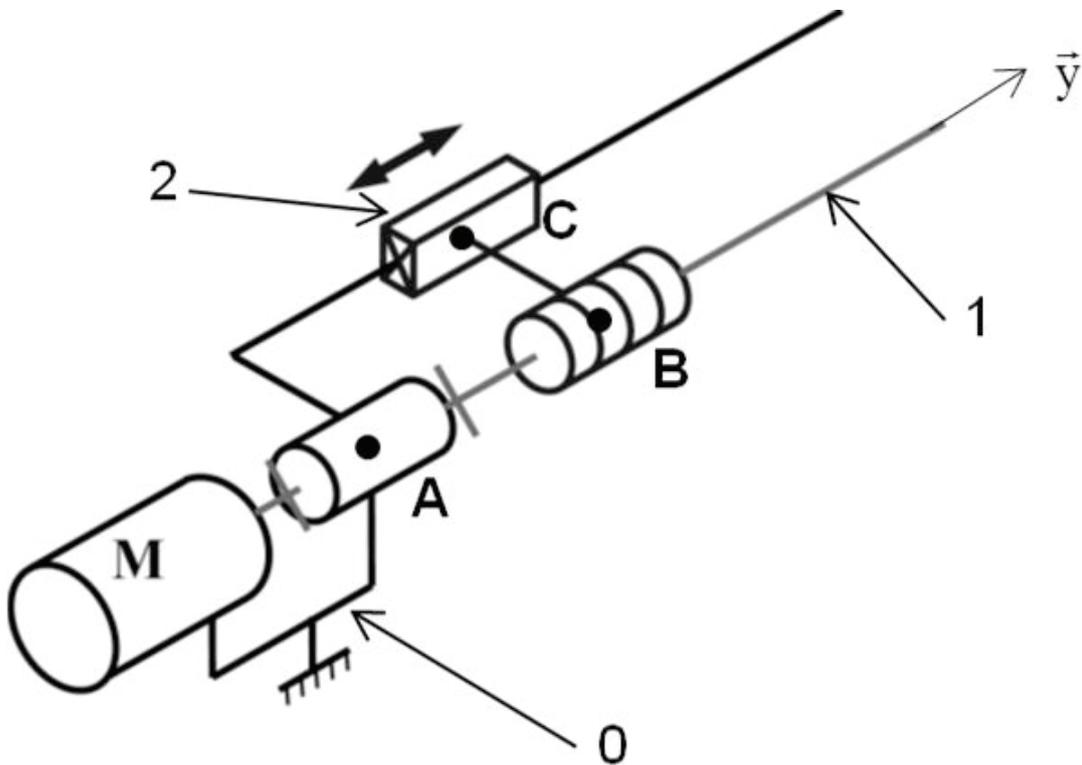
**Question 11 :** Conclure sur la nature des contraintes à mettre en place si le modèle n'est pas modifié. Préciser en un mot la principale qualité d'un système hyperstatique et son principal défaut.

Principale qualité :

Principal défaut :

Installation de posage capacitaire pour découpe de boucliers AV et AR

**Question 12 :** Proposer sur le document réponse l'ajout d'une ou deux liaisons supplémentaires permettant de lever l'hyperstatisme. Nommer et situer cette ou ces liaisons sur la figure ci-dessous.



### 2-3 Vérification du dimensionnement de la motorisation de l'axe X

**Question 13 :** Donner l'expression littérale du moment d'inertie total équivalent  $J_{Teq}$ .

$J_{Teq} =$

Faire l'application numérique.

$J_{Teq} =$

NE RIEN ÉCRIRE

DANS CE CADRE

Installation de posage capacitaire pour découpe de boucliers AV et AR

**Question 14 :** Donner la relation liant la puissance maxi  $P_{max}$  à  $C_m$  et  $\omega_m$  pendant la phase d'accélération

$P_{max} =$

**Question 15 :** Donner l'expression de  $V$  en fonction de  $\omega_m$ ,  $R_p$  et  $n$

$V =$

**Ecrire** l'expression du couple moteur  $C_m$  requis en phase d'accélération en fonction de  $J_{Teq}$ ,  $n$ ,  $R_p$  et  $\gamma$ .

$C_m =$

**Montrer** que  $P_{max}$  peut s'écrire  $P_{max} = A \cdot \frac{X^2}{t_a \cdot (T - t_a)^2}$ . Donner l'expression de  $A$ .

NE RIEN ÉCRIRE

DANS CE CADRE

Installation de posage capacitaire pour découpe de boucliers AV et AR

A =

**Question 16 :** Ecrire l'expression de la dérivée de Pmax par rapport à ta. Donner la (ou les) valeur(s) de ta qui minimise(nt) Pmax.

$\frac{dP_{\max}}{dta} =$

valeur(s) de ta qui minimise(nt) Pmax.

ta=

**Conclure.**

NE RIEN ÉCRIRE

DANS CE CADRE

Installation de posage capacitaire pour découpe de boucliers AV et AR

**Question 17 :** donner l'expression littérale du couple résistant  $C_r$  ramené à l'arbre moteur en fonction de  $M$ ,  $g$ ,  $R_p$  et  $n$ .

$C_r =$

donner l'expression littérale du couple électromécanique  $C_m$  à fournir par le moteur pour les 3 zones du trapèze lors de la montée de l'axe vertical en fonction de  $M$ ,  $g$ ,  $R_p$ ,  $J_{Teq}$ ,  $n$  et  $\gamma$  en complétant le tableau.

Zone	Couple moteur
①	
②	
③	

**Question 18 :** Ecrire l'expression de l'accélération maximale théorique  $\gamma_{max}$  de l'axe. Faire l'application numérique.

$\gamma_{max} =$

AN :

$\gamma_{max} =$

Ecrire l'expression de la vitesse maximale  $V_{max}$  atteignable en tenant compte des choix techniques sur l'axe X. Faire l'application numérique.

$V_{max} =$

AN :

$V_{max} =$

NE RIEN ÉCRIRE

DANS CE CADRE

Installation de posage capacitaire pour découpe de boucliers AV et AR

**Question 19 :** Montrer que l'on peut l'exprimer sous la forme :  $X_{\text{mini}} = \frac{2 \cdot V_{\text{max}}^2}{\gamma_{\text{max}}}$

**Calculer**  $X_{\text{mini}}$  en prenant les valeurs numériques suivantes :

$$\gamma_{\text{max}} = 19 \text{ m.s}^{-2} ; V_{\text{max}} = 1 \text{ m.s}^{-1}$$

$X_{\text{mini}} =$

**Question 20 :** Calculer  $\gamma$  réelle pour une course de 200 mm supérieure à  $X_{\text{mini}}$ .

$\gamma$  réelle =

En **déduire** la valeur du couple électromécanique  $C_m$  à fournir par le moteur à l'accélération et à la décélération

$C_m$  accélération =

$C_m$  décélération =

NE RIEN ÉCRIRE

DANS CE CADRE

Installation de posage capacitaire pour découpe de boucliers AV et AR

**Question 21** : Calculer  $V_{att}$  et donner  $\gamma$  réelle pour une course de 50mm.

$V_{att} =$

$\gamma$  réelle =

En **déduire** la valeur du couple électromécanique  $C_m$  à fournir par le moteur à l'accélération et à la décélération

$C_m$  accélération =

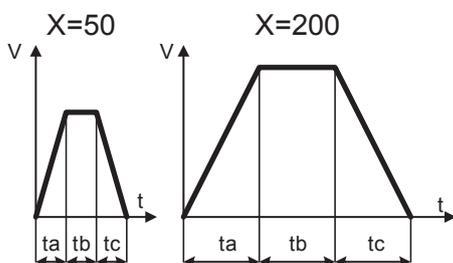
$C_m$  décélération =

**Question 22** : Pour conclure l'étude, **comparer** la loi de mouvement équirépartie ( $t_a = t_b = t_c$ ) à la loi de Mouvement Rectiligne Uniformément Varié (MRUV) en complétant le tableau.

$$\gamma_{\max} = 19 \text{ m.s}^{-2} ; V_{\max} = 1 \text{ m.s}^{-1}$$

Loi de vitesse équirépartie - règle des 1/3

Loi de vitesse MRUV



Avantage(s) :

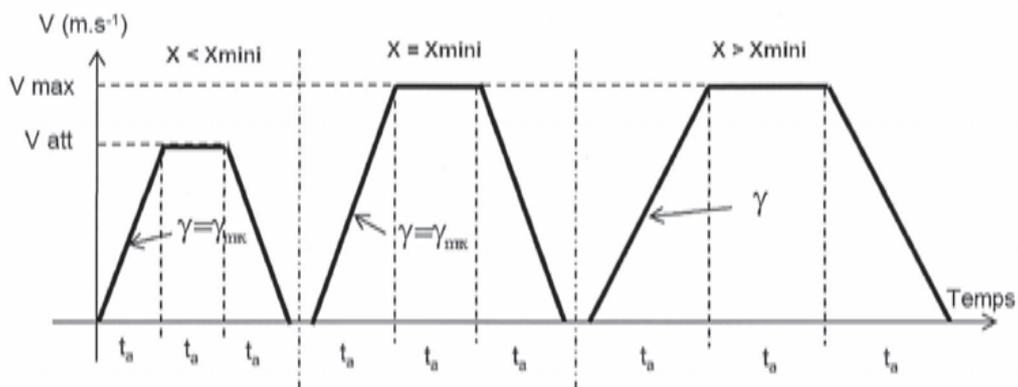
Avantage(s) :

Inconvénient(s) :

Inconvénient(s) :

## 2-4 Programme de génération de trajectoire

**Question 23 :** Proposer une structure algorithmique permettant le calcul des valeurs de  $t_a$ ,  $\gamma$  et  $V_{att}$  en fonction de  $\gamma_{max}$ ,  $V_{max}$  et  $X$ . Vous tiendrez compte des différents cas présentés à la figure 17.



Début

NE RIEN ÉCRIRE

DANS CE CADRE

---

Installation de posage capacitaire pour découpe de boucliers AV et AR

---

**Question 24 :** Exprimer la relation entre  $X$ ,  $t_a$  et  $\gamma$ .  $t_a$  est à présent remplacée par sa valeur arrondie  $t_{ae}$ . En déduire une adaptation de l'expression de  $\gamma$  afin de garantir la précision du positionnement.

**Question 25 :** Le choix de la fonction arrondi se porte sur la fonction « ceil ». Justifier ce choix en considérant l'impact de ce dernier sur les limitations cinématiques.

**Question 26 :** Ecrire une fonction  $[t_{ae}, G, V_{att}] = \text{Loi\_equirepartie}(G_{max}, V_{max}, X, X_{mini}, T_e)$ . Cette fonction est réalisée en langage python ou scilab en employant les notations  $G$  et  $G_{max}$  pour  $\gamma$  et  $\gamma_{max}$ . Indiquer lisiblement le langage choisi.

NE RIEN ÉCRIRE

DANS CE CADRE

Installation de posage capacitaire pour découpe de boucliers AV et AR

### 3-1 Analyse de la précision statique

**Question 27** : En vous appuyant sur le paramétrage donné à la figure 19, **Explicitier** les relations entre les positions articulaires du robot et la position de l'outil  $C_o$  dans le repère de base du robot sous la forme :  $x_c = f(\theta_2, \theta_3)$ ,  $z_c = g(\theta_2, \theta_3)$ .

$x_c =$

$z_c =$

**Question 28** : **Calculer numériquement** les coordonnées du centre de l'outil pour la configuration angulaire définie par  $\theta_2 = 45^\circ$ ,  $\theta_3 = 45^\circ$  (A.N exprimées en mm avec 2 chiffres après la virgule).

$x_c =$

$z_c =$

**Question 29** : **Retrouver**, à partir des équations trouvées à la question 27, l'expression analytique donnée pour la relation inverse  $\theta_3 = g'(x_c, z_c)$ .

NE RIEN ÉCRIRE

DANS CE CADRE

Installation de posage capacitaire pour découpe de boucliers AV et AR

**Question 30 :** Justifier le fait que pour une position donnée de l'outil, il puisse exister deux configurations articulaires du robot. Proposer une méthode simple garantissant l'unicité de la solution lors de l'exploitation du robot.

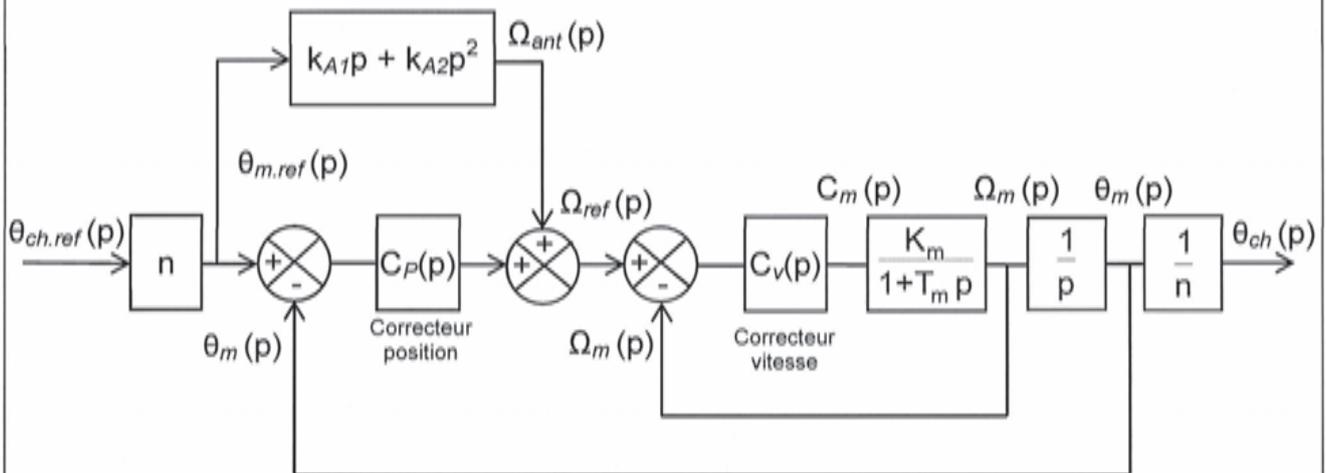
**Question 31 :** En considérant la configuration articulaire théorique définie par  $\theta_2 = 45^\circ$ ,  $\theta_3 = 45^\circ$ , calculer l'erreur maximale admissible sur l'angle réel  $\theta_3$  afin de respecter le critère de précision pour l'opération, c'est-à-dire un décalage de  $z_c$  compris entre  $\pm 0,05$  mm.

Erreur maxi admissible sur  $\theta_3 =$

**Question 32 :** Sachant que le réducteur de l'axe 3 à un rapport de réduction  $n = 180$  et que le codeur utilisé, placé sur l'arbre moteur, dispose de 4096 points par tour, vérifier numériquement que, indépendamment de toute erreur géométrique, le codeur est capable de garantir la précision voulue. Conclure quant à l'objectif.

### 3-2 Réglage de la précision dynamique par la commande

**Question 33 :** Exprimer sous forme canonique la fonction de transfert de la boucle fermée de vitesse  $\Omega_m(p) / \Omega_{ref}(p)$ .



$$\frac{\Omega_m(p)}{\Omega_{ref}(p)} =$$

NE RIEN ÉCRIRE

DANS CE CADRE

Installation de posage capacitaire pour découpe de boucliers AV et AR

**Question 34** : On procède au réglage suivant de la constante de temps intégrale  $T_i = T_m$ .  
**Montrer** que l'ordre de la fonction de transfert précédente est réduit en tenant compte de ce réglage. **Justifier** l'intérêt pratique du réglage proposé.

**Question 35** : **Montrer** que la fonction de transfert de la commande en position de l'axe

$$\theta_{ch}(p) / \theta_{ch,ref}(p) \text{ peut se mettre sous la forme : } \frac{\theta_{ch}(p)}{\theta_{ch,ref}(p)} = \frac{1 + a_1 p + a_2 p^2}{1 + b_1 p + b_2 p^2}.$$

**Exprimer** les paramètres de cette fonction de transfert en fonction de  $k_p$ ,  $k_{A1}$ ,  $k_{A2}$  et  $\tau$

$a_1 =$

$a_2 =$

$b_1 =$

$b_2 =$

NE RIEN ÉCRIRE

DANS CE CADRE

Installation de posage capacitair pour découpe de boucliers AV et AR

**Question 36 : Déterminer** l'expression littérale de la valeur des paramètres d'anticipation  $k_{A1}$  et  $k_{A2}$  permettant de garantir une erreur de position nulle à tout instant, c'est-à-dire un suivi de trajectoire parfait.

$k_{A1} =$

$k_{A2} =$

**Question 37 : Expliciter** la contrainte de continuité qu'impose la mise en œuvre des anticipations sur la définition de la trajectoire de référence  $\theta_{ch,ref}(t)$ . **Conclure** sur l'objectif de précision dynamique.

### 3-3 Adaptation de la trajectoire aux déformations

**Question 38 : Exprimer** l'équation différentielle régissant la dynamique de la position angulaire de la charge  $\theta_{ch}$  en fonction de la position angulaire de l'arbre moteur  $\theta_m$  (cf. figure 21).

NE RIEN ÉCRIRE

DANS CE CADRE

Installation de posage capacitaire pour découpe de boucliers AV et AR

**Question 39 :** Donner la fonction de transfert  $\theta_{ch}(p)/\theta_m(p)$ .

$$\frac{\theta_{ch}(p)}{\theta_m(p)} =$$

**Question 40 :** Expliciter littéralement la pulsation de résonance de l'axe, notée  $\omega_0$  et donner les pôles de la fonction de transfert précédente.

$$\omega_0 =$$

$$\text{pôles} =$$

NE RIEN ÉCRIRE

DANS CE CADRE

---

Installation de posage capacitaire pour découpe de boucliers AV et AR

---

**Question 41** : En vous appuyant sur le paramétrage de la figure 22, **donner** l'expression de la position articulaire de référence, notée  $\theta_{ch,ref}(p)$ , en fonction de l'accélération angulaire maximale, notée  $\ddot{\theta}_{max}$ , lors de la phase de montée en accélération, c'est-à-dire pour  $0 \leq t < (T_j + T_a)$ . On donne la transformée de Laplace suivante pour une fonction translatée dans le temps : Soit  $f(t-T)$  une fonction retardée d'un instant  $T$  à valeur réelle positive, sa transformée de Laplace est donnée par :  $L(f(t-T)) = e^{-pT} L(f(t)) = e^{-pT} F(p)$

$$\theta_{ch,ref}(p) =$$

NE RIEN ÉCRIRE

DANS CE CADRE

---

Installation de posage capacitaire pour découpe de boucliers AV et AR

---

**Question 42** : On considère que la dynamique vibratoire du robot est influencée par deux pôles complexes conjugués  $p_0 = \pm j\omega_0$  (associés à une pulsation de résonance non-amortie). **Déterminer** la condition sur la durée  $T_j$  permettant de respecter le principe de compensation des pôles de l'axe du robot.

$T_j =$

**Question 43** : **Conclure** quant à l'influence du réglage précédent sur la précision dynamique des mouvements du robot.

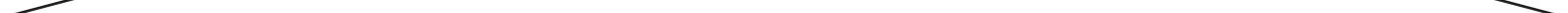
**NE RIEN ÉCRIRE**

**DANS CE CADRE**



**NE RIEN ÉCRIRE**

**DANS CE CADRE**



**NE RIEN ÉCRIRE**

**DANS CE CADRE**

