

## Epreuve de Sciences Industrielles B

Durée 6 h

Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, d'une part il le signale au chef de salle, d'autre part il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en indiquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.

---

**L'usage de calculatrices est interdit.**

### **Composition du sujet :**

- 1 cahier de 14 pages de texte numérotées de 1 à 14.
- 13 pages de documents annexes numérotées 1 à 13.
- 1 cahier réponse de 9 pages numérotées de 1 à 9 **à rendre en fin d'épreuve.**
- 1 calque format A3, **à rendre en fin d'épreuve.**

**Remarque** : à la fin des documents annexes, se trouve un tableau (Annexe M) récapitulatif des données et des notations principales utilisées dans l'épreuve.

**Matériel autorisé** : tous instruments usuels du dessinateur. Les tablettes à dessiner permettant de travailler sur des documents de dimension A3 sont autorisées.

**Toutes les calculatrices sont interdites, quel qu'en soit le type, ainsi que les agendas électroniques et les téléphones portables.**

### **Gestion du temps :**

En admettant une durée de 30 min pour la lecture et l'assimilation du sujet, il est vivement conseillé de consacrer entre 2h30 et 3h00 au maximum à la réponse aux questions de la notice et 2h30 à 3h00 au tracé des dessins.

Il est demandé au candidat de formuler toutes les hypothèses qu'il jugera nécessaires pour répondre aux questions posées.

La présentation, la lisibilité, l'orthographe, la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies. En particulier, les résultats non justifiés ne seront pas pris en compte. Les candidats sont invités à encadrer les résultats de leurs calculs.

**Tournez la page S.V.P.**

Il est interdit aux candidats de signer leur composition ou d'y mettre un signe quelconque pouvant indiquer sa provenance.



# Réducteur d'avance de machine-outil

La société REDEX implantée en région Centre est spécialisée dans la mécanique de haute précision. La division « REDEX-ANDANTEX » conçoit et fabrique des composants de transmission de puissance de haute technicité : servo-réducteurs planétaires, systèmes d'entraînement pignon-crémaillère à jeu nul, boîtes de vitesse de broches, différentiels, renvois d'angle, et boîtes multi-vitesses industrielles.

La présente étude concerne un système d'entraînement pignon-crémaillère (boîte d'avance) à jeu nul appelé DualDRIVE (voir figure 1). Un exemple d'utilisation de ce système est présenté dans le paragraphe suivant.



**Figure 1** – Photo d'une boîte d'avance DualDRIVE du type de celle étudiée dans le présent sujet (source Redex)

## 1 Présentation d'une machine-outil utilisant deux DualDRIVE en parallèle

Une fraiseuse est une machine-outil classiquement utilisée dans l'industrie pour l'usinage de formes plus ou moins complexes. Généralement, la pièce est bridée sur une table mobile selon trois axes au moins et l'enlèvement de matière est réalisé par un outil de coupe tournant selon un axe fixe relativement au bâti de la machine. Le déplacement de la table est appelé mouvement d'avance.

Dans le cas de pièces à usiner de très grandes dimensions, la pièce est bridée sur le bâti de la machine et c'est l'outil qui est déplacé par les différents axes de la machine-outil, dont le portique, qui se déplace selon la plus grande dimension de la machine-outil. Ce principe est illustré par le schéma d'architecture présenté sur la figure 2. On trouve ainsi généralement dans ce type de machine :

- un bâti ;
- un portique, noté aussi « Axe X », pouvant se translater par rapport au bâti selon  $\vec{x}$  ;
- un axe transversal, noté « Axe Y », se translantant par rapport au portique selon  $\vec{y}$  ;
- un axe vertical, noté « Axe Z », se translantant par rapport à l'axe transversal selon  $\vec{z}$  ;
- une broche portant l'outil en rotation par rapport à l'axe vertical (non représentée sur la figure 2).

Dans la présente étude, on s'intéresse uniquement à la motorisation du portique qui est réalisée à l'aide de deux moto-réducteurs appelés DualDRIVE et conçus par la société REDEX-ANDANTEX. Dans la suite, ces réducteurs sont appelés boîte d'avance de par leur fonction au sein de la machine-outil.

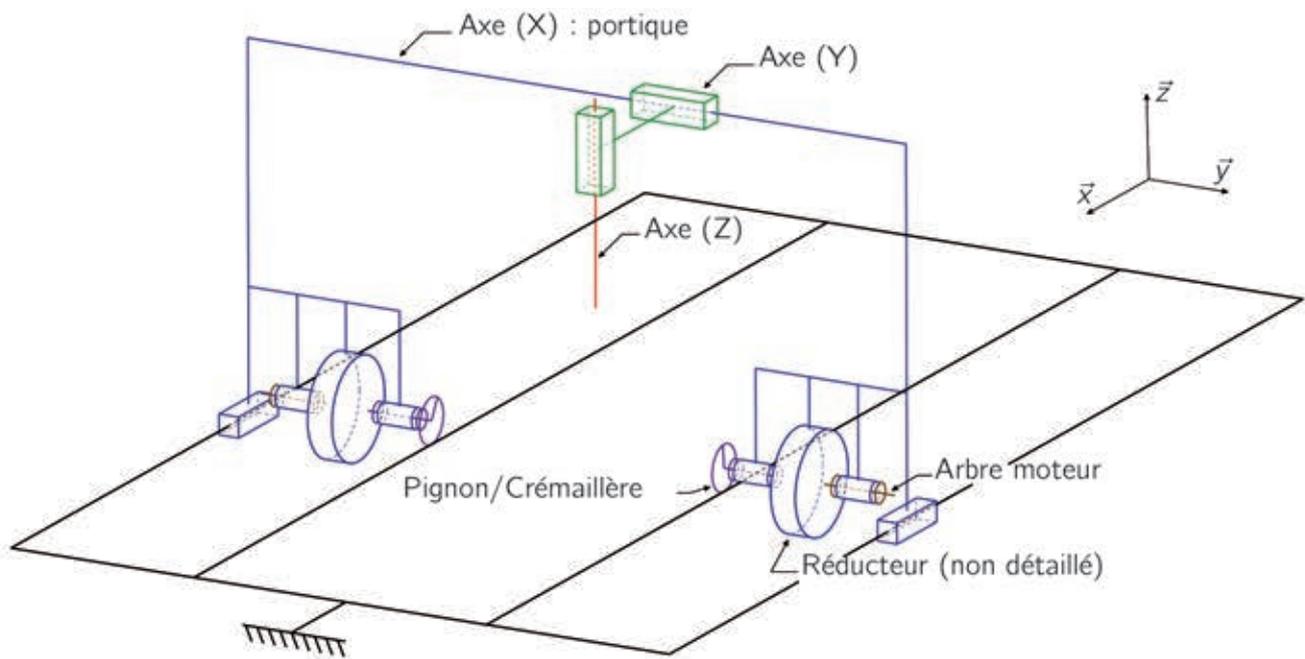


Figure 2 – Schéma d'architecture d'une machine 3 axes à portique

## 2 Cahier des charges partiel associé à une boîte d'avance

L'environnement principal d'une boîte d'avance de machine-outil est présenté à l'aide du diagramme de contexte de la figure 3. Pour ce type de système de transmission, les principales exigences fonctionnelles sont présentées sur la figure 4.

La présente étude portant essentiellement sur l'exigence 1.2 liée à la transmission de puissance, cette dernière est détaillée spécifiquement en annexe A. Ce document présente notamment un certain nombre de critères de dimensionnement et les valeurs qui y sont associées.

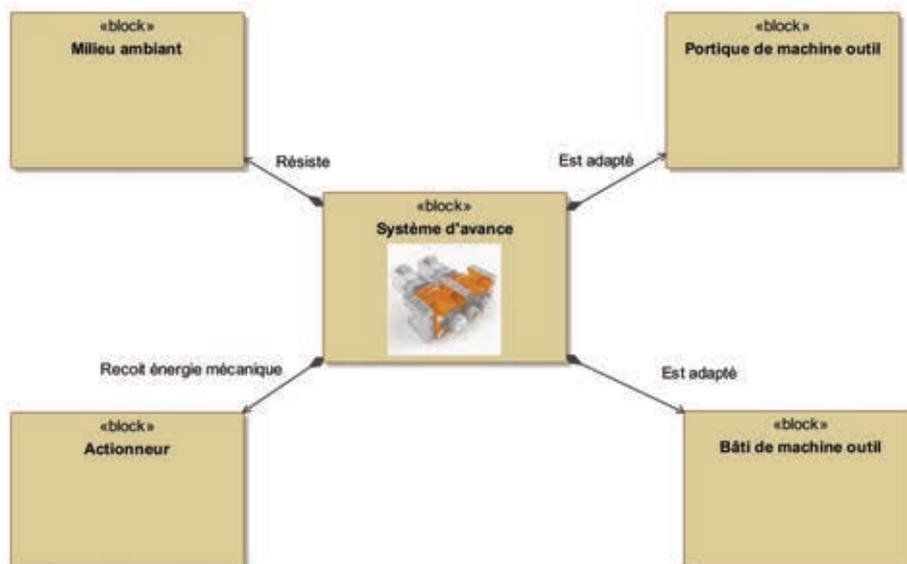
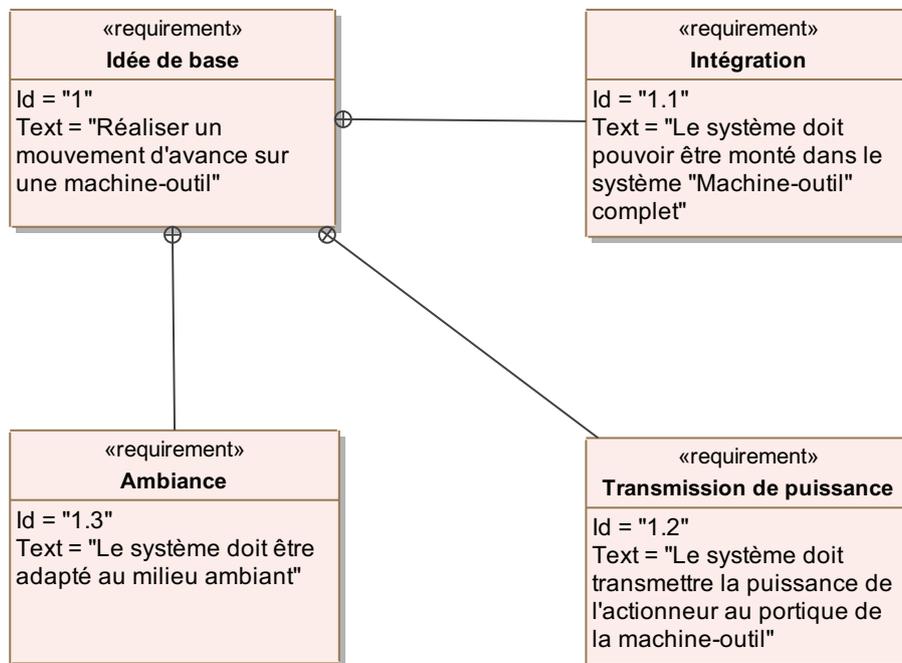


Figure 3 – Diagramme SysML de contexte d'un réducteur d'avance de machine-outil



**Figure 4** – Diagramme SysML des principales exigences pour un réducteur d'avance de machine-outil

### 3 Travail demandé

#### Travail demandé

Ce sujet comporte quatre parties indépendantes, elles-mêmes constituées de nombreuses questions qui peuvent être traitées séparément :

- la **Partie I** (durée conseillée 1h10) se concentre sur l'étude des exigences « 1.2.2 » et « 1.2.3 » et propose de choisir un moteur électrique et un rapport de réduction adaptés au besoin ;
- la **Partie II** (durée conseillée 1h10) se concentre sur l'exigence « 1.2.4 » liée à la précision et propose d'analyser le système de précharge de la transmission retenu ;
- la **Partie III** (durée conseillée 0h40) se concentre sur le dimensionnement d'une liaison pivot interne au réducteur ;
- la **Partie IV** (durée conseillée 2h30) se concentre sur la représentation de solutions techniques en accord avec les études précédentes.

Une lecture préalable du sujet complet est vivement conseillée (durée indicative 30 min),

**Applications numériques.** — Dans le domaine des Sciences Industrielles, le fait de savoir calculer et analyser les valeurs des grandeurs utiles au dimensionnement est aussi important que celui de savoir déterminer leurs expressions littérales. C'est pourquoi, **une attention toute particulière sera accordée à la réalisation des applications numériques.**

Pour réaliser celles-ci sans l'usage d'une calculatrice, le candidat pourra faire des approximations de bon sens, qui conduiront éventuellement à une erreur relative de quelques pourcents sur le résultat final, tolérée par le correcteur.

# Choix de motorisation et d'un rapport de réduction adapté

**Objectif.** — Dans cette partie, on souhaite définir les caractéristiques d'un groupe moteur-réducteur apte à animer le portique de la machine-outil selon les spécifications décrites dans le diagramme des exigences fourni en annexe A. En particulier, le moteur sera choisi dans une documentation fournie en annexe C.

## I.1 — Choix de la motorisation

Le choix de la motorisation peut être effectuée en cherchant la puissance maximale demandée durant une phase d'accélération du portique. Le profil de vitesse retenu pour la mise en mouvement du portique jusqu'à sa vitesse maximale, et les lois de vitesse associées (B.1), (B.2) et (B.3), sont présentés en annexe B. Ce profil est déterminé par la vitesse maximale à atteindre, notée  $v_{max}$ , ainsi que par les temps :

- $T$  qui représente la durée de la phase ② à accélération constante et maximale, notée  $a_{max}$  ;
- $\tau$  qui représente la durée des phases ① et ③ à accélération croissante ou décroissante.

### Question 1

Ecrire les différentes équations sur les vitesses  $v_i$  et les accélérations  $v'_i$  pour  $i \in \{1, 2, 3\}$  permettant de traduire la continuité de la vitesse et de l'accélération entre les différentes phases ①, ② et ③ et avec le plateau de vitesse (phase ④) pour  $t > T + 2\tau$ . Quel est le nombre d'inconnues ? Quel est le nombre d'équations ?

Une fois les calculs réalisés, on trouve les paramètres utilisés dans les équations (B.1), (B.2) et (B.3) de l'annexe B :

$$a = \frac{v_{max}}{2\tau(T + \tau)}$$

$$b = \frac{v_{max}}{T + \tau} \quad c = \frac{v_{max}T}{2(T + \tau)}$$

$$d = -\frac{v_{max}}{2\tau(T + \tau)} \quad e = \frac{v_{max}}{\tau} \quad f = \frac{v_{max}(-T + \tau)}{2\tau}$$

On rappelle que le portique est animé par deux groupes motoréducteurs (voir figure 2). On note  $F$  l'effort exercé dans l'axe  $\vec{x}$  par un groupe motoréducteur sur le portique.

On fait les hypothèses suivantes :

- le système de guidage du portique fonctionne sans aucun frottement ;
- dans une première phase du dimensionnement, on néglige l'inertie de la chaîne de transmission et des rotors moteur devant celle liée au portique à déplacer ;
- dans une première phase du dimensionnement, on considère que les deux groupes motoréducteurs sont sollicités de façon identique.

### Question 2

Après avoir précisé le théorème utilisé, et le système isolé, exprimer le lien entre l'effort à fournir  $F(t)$ , la masse du portique  $M$  et l'accélération  $v'(t)$  du portique.

### Question 3

Exprimer la puissance  $P(t)$  nécessaire à l'accélération du portique en fonction de  $v(t)$ ,  $v'(t)$  et  $M$ .

La forme générale de la puissance  $P(t)$  est représentée sur la figure 8 de l'annexe B.

**Question 4**

Exprimer la puissance maximale demandée  $P_{max}$  durant la phase d'accélération en fonction de  $v_{max}$ ,  $M$ ,  $T$  et  $\tau$ . Exprimer  $T$  en fonction de  $\tau$ ,  $a_{max}$  et  $v_{max}$ . Effectuer l'application numérique donnant la puissance  $P_{max}$ .

Les organes de transmission de puissance situés entre le moteur électrique à choisir et le portique à mouvoir ne sont pas encore choisis, mais on estime que l'on peut avoir, au minimum, un rendement de  $\eta = 0.8$ . La gamme des moteurs disponibles est présentée en annexe C.

**Question 5**

Quelle est la puissance minimale que doit avoir le moteur électrique ? Proposer une référence de moteur convenable.

La machine retenue est une machine synchrone à pôles lisses, à  $n$  paires de pôles. De façon générale, on considère que le flux embrassé par les bobinages de chacune des phases ( $a$ ), ( $b$ ) et ( $c$ ) est respectivement de la forme :

$$\Phi_{(a)} = \sqrt{2}\Phi_e \cos(n\theta) \quad (1.1)$$

$$\Phi_{(b)} = \sqrt{2}\Phi_e \cos\left(n\theta - \frac{2\pi}{3}\right) \quad (1.2)$$

$$\Phi_{(c)} = \sqrt{2}\Phi_e \cos\left(n\theta - \frac{4\pi}{3}\right) \quad (1.3)$$

où :

- $n$  désigne le nombre entier de paires de pôles ;
- $\Phi_e$  désigne le flux efficace généré par les aimants permanents du rotor ;
- $\theta$  désigne la position angulaire du rotor.

Par ailleurs, on peut montrer que le couple moteur  $C_m$  est donné par la relation :

$$C_m = i_a \frac{d\Phi_{(a)}}{d\theta} + i_b \frac{d\Phi_{(b)}}{d\theta} + i_c \frac{d\Phi_{(c)}}{d\theta} \quad (1.4)$$

où  $i_a$ ,  $i_b$ ,  $i_c$  désignent respectivement les intensités dans les phases ( $a$ ), ( $b$ ) et ( $c$ ).

On propose d'alimenter la machine par des courants sinusoïdaux de la forme :

$$i_a = I\sqrt{2} \cos\left(n\theta + \frac{\pi}{2} - \psi\right) \quad (1.5)$$

$$i_b = I\sqrt{2} \cos\left(n\theta + \frac{\pi}{2} - \psi - \frac{2\pi}{3}\right) \quad (1.6)$$

$$i_c = I\sqrt{2} \cos\left(n\theta + \frac{\pi}{2} - \psi - \frac{4\pi}{3}\right) \quad (1.7)$$

où l'intensité efficace nominale  $I > 0$  et l'angle  $\psi$  sont des paramètres d'alimentation à déterminer.

**Question 6**

Donner l'expression du couple moteur  $C_m$  en fonction de  $\Phi_e$ ,  $n$ ,  $I$ , et  $\psi$ , sous la forme demandée :

$$C_m = Kf(\psi) \quad (1.8)$$

Quelle est la particularité de l'évolution angulaire du couple moteur  $C_m$  sur ce type de machine et avec une telle alimentation ?

On note  $C_{m,max}$  le couple moteur maximal. On note  $I_{max} > 0$  l'intensité maximale admissible dans les bobinages.

**Question 7**

Pour quel jeu de paramètres de commande ( $\psi$ ,  $I$ ) le couple maximal  $C_{m,max}$  est-il atteint ? Comment est-il possible d'obtenir un couple négatif ? Pour obtenir un couple intermédiaire  $C_m \in ]0, C_{m,max}[$  à pertes joules minimales, que peut-on préconiser ?

**Question 8**

Technologiquement parlant, comment est-il possible d'injecter les courants indiqués  $i_a$ ,  $i_b$ ,  $i_c$  tout en maîtrisant le déphasage  $\psi$  ?

La vitesse de rotation du moteur est notée  $\omega_m$ . Les différents constituants de la chaîne d'alimentation de la machine électrique sont présentés sur la figure 10 en annexe D.

**Question 9**

Exprimer la fréquence  $f$  des courants électriques  $i_a, i_b, i_c$  en fonction de la vitesse angulaire  $\omega_m$ . Quels composants A et B sont adaptés pour alimenter la machine électrique à partir du réseau électrique ?

## 1.2 — Choix d'un rapport de réduction

La puissance maximale demandée nous a permis de retenir un moteur. Il est maintenant nécessaire d'adapter cette puissance :

- le mouvement de rotation du moteur électrique doit être transformé en mouvement de translation du portique ; pour cela, on propose d'utiliser un système de type pignon-crémaillère ; le rayon  $r_5$  du pignon doit être déterminé ;
- la vitesse de rotation du moteur doit être adaptée pour obtenir la vitesse linéaire souhaitée pour le portique ; pour cela, on propose d'utiliser un réducteur dont le rapport  $R_{53} < 1$  doit être déterminé.

**Question 10**

Exprimer la vitesse linéaire  $v$  du portique en fonction de la vitesse angulaire  $\omega_m$  du moteur et des grandeurs  $R_{53}$  et  $r_5$ . Exprimer le produit  $R_{53}r_5$  permettant d'atteindre la vitesse maximale souhaitée  $v_{max}$  pour la vitesse angulaire moteur maximale  $\omega_{max}$ .

Des contraintes d'encombrement et de faisabilité font que le rayon  $r_5$  du pignon engrénant sur la crémaillère doit être compris dans l'intervalle  $[r_5^{min} \ r_5^{max}] = [40 \ 100] \text{ mm}$ .

**Question 11**

Donner les valeurs numériques minimale et maximale  $R_{53}^{min}$  et  $R_{53}^{max}$  du rapport de réduction  $R_{53}$  permettant d'atteindre la vitesse maximale souhaitée ? Quelle famille de réducteur paraît adaptée pour obtenir de tels rapports de réduction dans un encombrement limité ?

On choisit d'utiliser un réducteur à griffes dont le principe est présenté en annexe E. Une géométrie a été proposée et nous allons vérifier qu'elle permet d'atteindre le niveau de réduction souhaité.

**Question 12**

Quelle est la direction du vecteur vitesse du point  $J$  dans le mouvement de (7) par rapport à l'entrée (3) ? Justifier la réponse.

**Question 13**

Quelle est la direction du vecteur vitesse du point  $J$  dans le mouvement de (7) par rapport au bâti (0) ? Justifier la réponse.

**Question 14**

Quelle est la direction du vecteur vitesse du point  $J$  dans le mouvement de (5) par rapport à la roue (7) ? Justifier la réponse.

Le tracé du vecteur vitesse  $\vec{V}_{J,3/0}$  est fourni sur le cahier réponse.

**Question 15**

En respectant l'échelle proposée pour  $\vec{V}_{J,3/0}$ , tracer le vecteur vitesse du point  $J$  dans le mouvement de la roue (7) par rapport au bâti (0) ; en déduire enfin le tracé du vecteur vitesse du point  $J$  dans le mouvement de (5) par rapport au bâti (0).

**Question 16**

Donner finalement une estimation numérique du rapport  $1/R_{53}$  ; commenter ce résultat relativement au rapport souhaité.

L'annexe G fournit une expression simplifiée de la contrainte maximale en pied de dent en fonction du chargement appliqué et des paramètres géométriques du pignon du système pignon-crémaillère. On considère que la crémaillère ne peut pas avoir une largeur supérieure à  $65 \text{ mm}$  pour des raisons d'encombrement. Enfin, l'arbre de sortie (5) sur lequel est usiné le pignon de sortie est constitué d'un matériau dont la limite élastique est de  $450 \text{ MPa}$  et on retient un coefficient de sécurité  $s = 1.5$ .

**Question 17**

Donner la valeur numérique du rayon  $r_5$  du pignon permettant d'atteindre la vitesse linéaire maximale souhaitée. Donner l'expression du module de denture minimal  $m_{min}$  permettant de satisfaire la condition de résistance puis réaliser l'application numérique.



---

# Choix d'une précharge et d'un accouplement

---

**Objectif.** — Dans cette partie, on modélise le système de réduction à double chaîne cinématique préchargée par un simple modèle à trois degrés de liberté. Ce modèle permet de déduire un ordre de grandeur de la précharge à installer et de choisir dans une documentation fournie un composant élastique apte à encaisser les charges calculées.

## II.1 — Principe de la précharge

La précision de positionnement de l'outil de coupe par rapport à la pièce est liée à plusieurs paramètres importants, dont la présence de jeux dans la transmission. Afin d'éliminer cette source d'imprécision, le constructeur propose de précharger la transmission. Comme présenté sur l'annexe F, une chaîne de transmission est alors principalement constituée :

- d'un carter en plusieurs parties  $\{(0a),(0b),(0c)\}$  qui est solidaire du portique de la machine-outil et sur lequel vient se fixer le stator du moteur électrique source de la puissance mécanique nécessaire ;
- de deux chaînes cinématiques de réduction parallèles (I) et (II) ;
- d'un arbre (1) entraîné par le rotor du moteur électrique, et entraînant via un accouplement (10) un arbre (2) ; les arbres (1) et (2) sont respectivement les arbres d'entrée des modules de réductions (I) et (II) ;
- de deux réducteurs à griffes présentés en annexe E, dont les entrées sont les arbres (3) et (4), et dont les sorties sont les arbres (5) et (6) de la boîte d'avance ; ces arbres de sortie (5) et (6) sont munis de pignons arbrés à denture hélicoïdale qui engrènent sur la crémaillère solidaire du bâti (0) de la machine-outil.

Le protocole permettant de précharger la transmission est le suivant. Les arbres d'entrée (1) et (2) des renvois d'angle sont coaxiaux et débouchent de leurs carters respectifs. Ils sont couplés par un accouplement élastique (10) de type BK2 (voir annexe I) qui supporte un éventuel désalignement entre les deux arbres, et qui accepte une certaine déformation en torsion. Cet accouplement est de faible encombrement axial. En fonctionnement, cet accouplement est solidaire des arbres (1) et (2), mais ces liaisons sont démontables.

La sortie double de cette boîte d'avance permet de garantir un fonctionnement sans jeu dans l'entraînement du portique en introduisant au sein de la transmission un couple de précharge tendant à faire tourner, en position repos, les pignons de sortie dans des sens opposés. L'amplitude de la précharge est imposée lorsque la boîte d'avance est montée sur la machine-outil, c'est-à-dire notamment que les pignons de sortie sont engagés dans la crémaillère solidaire du bâti (0) de la machine et qu'ils ne peuvent donc pas tourner. Le protocole est alors le suivant :

- l'arbre (1) est désolidarisé de l'accouplement élastique (10) ;
- l'arbre (1) est maintenu en position ; il ne peut donc pas tourner par rapport au bâti (0c) ce qui immobilise la transmission ;
- un couple de précharge est appliqué à l'extrémité libre de l'accouplement (10) ; durant cette phase toute la transmission est sollicitée, et se déforme ; il apparaît alors un décalage angulaire entre l'arbre (1) et l'arbre (2) au niveau de l'accouplement (10) ;
- l'accouplement (10) est enfin à nouveau solidarisé avec l'arbre (1) puis le couple appliqué sur l'accouplement (10) est relâché.

## II.2 — Choix de la précharge

Dans cette partie, on cherche à estimer la précharge à installer pour garantir un fonctionnement sans jeu du réducteur d'avance.

La présence de deux chaînes cinématiques montées en parallèle conduit à un problème hyperstatique. Cela impose de tenir compte de leur rigidité propre pour déterminer la répartition des efforts entre deux chaînes. Les deux chaînes cinématiques étant reliées par l'accouplement souple (10), un modèle simplifié comportant trois composants élastiques et trois solides peut être proposé. Ce modèle est présenté en annexe H.

Les ressorts  $k_I$ ,  $k_{II}$  et  $k_a$  représentent respectivement les rigidités des chaînes de transmission (1) et (2) et de l'accouplement (10). Pour représenter fidèlement le problème posé initialement, les ressorts devraient être des ressorts de torsion, les quantités cinématiques d'intérêt devraient être des angles et les quantités statiques des moments de torsion.

**Toutefois, par souci de simplification des raisonnements, et les équations à mettre en place étant analogues, les ressorts sont ici représentés par des ressorts de traction/compression, les quantités cinématiques sont des déplacements et les quantités statiques des efforts de traction.**

Les liaisons entre les ressorts (I) et le bâti ou entre le ressort (II) et le bâti sont considérées comme unilatérales : cela signifie que les ressorts (I) et (II) ne pourront jamais être sollicités en traction.

Dans toute la suite, on appelle allongement d'un ressort sa variation de longueur relativement à son état libre. Ainsi, lors d'une application numérique :

- un allongement dont la valeur est négative indiquera que le ressort travaille en compression ;
- à l'inverse, un allongement dont la valeur est positive indiquera que le ressort travaille en traction.

### II.2.1 — Etude du système préchargé

Dans un premier temps, on considère la phase de précharge uniquement. Dans cette phase, un déplacement relatif  $p$ , appelé précharge dans la suite, est introduit au niveau de la glissière (voir figure 13 en annexe H). Cette précharge  $p$  tend à comprimer tous les ressorts si  $p < 0$ . Elle tend à tendre les ressorts si  $p > 0$ . On note  $\delta_I^0$  l'allongement du ressort (I),  $\delta_{II}^0$  l'allongement du ressort (II) et  $\delta_a^0$  l'allongement du ressort modélisant l'accouplement dans cette phase de précharge.

**Question 18** Exprimer le lien entre les allongements  $\delta_I^0$ ,  $\delta_{II}^0$ ,  $\delta_a^0$  et la précharge  $p$ .

**Question 19** Isoler le noeud  $P_I$  situé entre les ressorts (I) et (a) et écrire la relation liant les différentes rigidités et les allongements  $\delta_I^0$  et  $\delta_a^0$ .

**Question 20** Isoler le noeud  $P_{II}$  situé entre les ressorts (a) et (II) et écrire la relation liant les différentes rigidités et les allongements  $\delta_{II}^0$  et  $\delta_a^0$ .

**Question 21** A partir des trois équations obtenues, donner les expressions de  $\delta_I^0$ ,  $\delta_{II}^0$  et  $\delta_a^0$  en fonction des différentes rigidités et de la précharge  $p$ .

### II.2.2 — Etude du système préchargé et sollicité

Dans un second temps, on considère que le système est préchargé comme précédemment, mais qu'il est également chargé en plus par une action mécanique  $A$  appliquée sur le noeud  $P_I$  situé entre (I) et (a). Cette situation est présentée en annexe H. On note  $\Delta_{II}$  le déplacement du point  $P_{II}$  situé entre (II) et (a) et  $\Delta_I$  le déplacement du point  $P_I$  situé entre (I) et (a) relativement à la configuration préchargée.

**Question 22** Exprimer les allongements totaux  $\delta_I$ ,  $\delta_{II}$ ,  $\delta_a$  en fonction des allongements  $\delta_I^0$ ,  $\delta_{II}^0$ ,  $\delta_a^0$  et des déplacements inconnus  $\Delta_I$  et  $\Delta_{II}$ .

**Question 23** Ecrire de nouveau les équilibres des noeuds  $P_I$  et  $P_{II}$  et obtenir les deux relations liant les rigidités, les allongements totaux  $\delta_I$ ,  $\delta_{II}$ ,  $\delta_a$  et l'action mécanique appliquée  $A$ .

**Question 24** Combien a-t-on d'inconnues ? Combien a-t-on d'équations ?

On donne la solution du problème précédemment posé :

$$\begin{aligned}\Delta_I &= \frac{A(k_a + k_{II})}{k_I k_{II} + k_a(k_I + k_{II})} \\ \Delta_{II} &= \frac{A k_a}{k_I k_{II} + k_a(k_I + k_{II})} \\ \delta_a &= \frac{k_{II}(A + k_I \rho)}{k_I k_{II} + k_a(k_I + k_{II})} \\ \delta_I &= \frac{-A(k_a + k_{II}) + k_a k_{II} \rho}{k_I k_{II} + k_a(k_I + k_{II})} \\ \delta_{II} &= \frac{k_a(A + k_I \rho)}{k_I k_{II} + k_a(k_I + k_{II})}\end{aligned}$$

**Question 25** Exprimer l'effort  $T_I$  dans le ressort (I) ; pour quel effort extérieur  $A = A_I^c$  change-t-il de signe ? Exprimer l'effort  $T_{II}$  dans le ressort (II) ; pour quel effort extérieur  $A = A_{II}^c$  change-t-il de signe ?

### II.2.3 — Expression de la précharge $p$

On considère que l'effort  $A$  est compris dans l'intervalle  $[-A_{max} \ A_{max}]$ .

**Question 26** Indiquer le signe de la précharge  $p$  à installer ? Donner l'expression de la valeur absolue de la précharge  $|p|$  à installer, en fonction de  $A_{max}$  et des différentes raideurs, permettant de garantir le contact  $\forall A \in [-A_{max} \ A_{max}]$  ?

## II.3 — Choix d'un accouplement adapté

On propose de retenir l'accouplement élastique de type BK2-200-105 et on souhaite valider ce choix à partir des données constructeur fournies en annexe I.

**Question 27** Quelles sont les données techniques importantes pour le choix de l'accouplement ?

Afin d'estimer la rigidité en torsion des différents arbres de la chaîne de transmission, on propose de travailler sur le problème générique présenté sur la figure 14 en annexe H. Une poutre, de section circulaire, de diamètre  $D$  est bloquée à l'une de ses extrémités  $x = 0$ , et sollicitée à l'autre extrémité  $x = L$  par un couple  $C$ . On cherche à estimer la raideur en torsion de l'arbre notée  $k_t$  et définie par le rapport :

$$k_t = \frac{C}{\phi(L)}$$

où  $\phi(x)$  désigne la rotation de la section à l'abscisse  $x$ .

**Question 28** Donner la forme du torseur de cohésion en un point  $G$  quelconque de la ligne moyenne de la poutre.

**Question 29** Exprimer le moment de torsion  $M_t(x)$  en fonction du couple  $C$  et des données géométriques éventuelles.

**Question 30** Donner la relation liant le moment de torsion  $M_t$ , le moment quadratique polaire  $I_0$ , le module de cisaillement  $G$  et l'angle  $\phi(x)$ .

**Question 31** Donner l'expression de l'angle de rotation  $\phi(L)$  en fonction de  $C$ ,  $L$ ,  $G$  et  $I_0$ ; donner enfin l'expression de la raideur  $k_t$ .

**Question 32** A partir des données numériques fournies pour le tronçon considéré de l'arbre (1) ( $G = 83000 \text{ MPa}$ ,  $D = 50 \text{ mm}$ ,  $L = 175 \text{ mm}$ ), effectuer l'application numérique pour le moment quadratique polaire  $I_0$  en  $\text{mm}^4$  et la raideur  $k_t$  en  $\text{N.m.rad}^{-1}$ .

Quelle que soit la réponse précédente, on retiendra la valeur suivante pour la raideur en torsion de l'arbre (1) :  $k_1 = 300000 \text{ N.m.rad}^{-1}$ .

**Question 33** Exprimer la raideur torsionnelle  $k_a$  équivalente au montage en série de l'accouplement élastique de raideur  $k_{ac}$  et de l'arbre (1) de raideur  $k_1$ . Effectuer l'application numérique en  $\text{N.m.rad}^{-1}$ .

Des calculs similaires permettraient d'obtenir les raideurs torsionnelles des autres composants de la chaîne de transmission. On donne donc les valeurs suivantes pour les raideurs  $k_I = k_{II} = 600 \text{ N.m.rad}^{-1}$ .

**Question 34** En exploitant les résultats de la question 26, donner la valeur numérique en degrés de la valeur absolue de la précharge  $|\rho|$  à installer au niveau de l'accouplement élastique pour obtenir un fonctionnement sans jeu dans la gamme d'effort envisagée c'est-à-dire pour le couple moteur maximal possible :  $A_{max} = 50 \text{ N.m}$ .

**Question 35** A partir de la courbe donnée sur le cahier réponse, conclure sur la validité du composant élastique retenu.



**Objectif.** — Dans cette partie, on s'intéresse au guidage de l'arbre d'entrée (1) par rapport au bâti (0c) (voir annexes F et J). L'objectif est de valider le choix des roulements à rouleaux coniques retenus ainsi que leur montage.

## III.1 — Choix d'un montage de roulement

Le montage proposé est réalisé à partir de roulements à rouleaux coniques montés en X.

**Question 36** Justifier le choix de ce type de roulements ; justifier le choix du type de montage utilisé.

## III.2 — Estimation des efforts dans les roulements

Le torseur d'actions mécaniques appliqué en  $D$  par le solide (3) sur le solide (1) est de la forme suivante :

$$\mathcal{T}(3 \rightarrow 1) = \left\{ \begin{array}{c} X_{31}^D \\ Y_{31}^D \\ Z_{31}^D \end{array} \right\}_{D, (\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})} \begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ 0 \end{array}$$

avec

$$\begin{aligned} X_{31}^D &= -Z_{31}^D \tan(\alpha) \cos(\gamma) \\ Y_{31}^D &= Z_{31}^D \tan(\alpha) \sin(\gamma) \end{aligned}$$

où  $\alpha = 20^\circ$  désigne l'angle de pression et où  $\gamma = 45^\circ$  désigne le demi-angle au sommet du cône.

A la limite du décollement de la chaîne cinématique (II) (i.e. lorsque l'effort de contact s'annule), on considère que seule la chaîne (I) transmet le couple moteur. Ainsi, l'arbre considéré est sollicité par un couple moteur axial noté  $C_m \vec{x}$ .

**Question 37** En respectant les notations proposées pour les actions mécaniques, donner la forme des torseurs d'actions mécaniques transmis dans les liaisons en  $A$  et  $B$ .

**Question 38** Après avoir précisé le théorème utilisé et l'isolement effectué, donner le point auquel les équations de moment doivent être écrites afin qu'elles ne fassent pas intervenir les inconnues  $X_{01}^A$ ,  $Y_{01}^A$  et  $Z_{01}^A$ . Ecrire les 6 relations liant les inconnues statiques en  $A$ ,  $B$  et  $D$  au couple moteur  $C_m$ . Peut-on calculer toutes les inconnues ? Justifier.

**Question 39** Fournir les expressions analytiques des inconnues  $Y_{01}^A$ ,  $Z_{01}^A$ ,  $Y_{01}^B$ ,  $Z_{01}^B$  en fonction du couple  $C_m$  et des données géométriques  $r_1$ ,  $a$ ,  $b$ ,  $\alpha$  et  $\gamma$ .

## III.3 — Choix de roulements adaptés

A partir des résultats précédents, on peut calculer les efforts radiaux dans les paliers  $A$  et  $B$ . On trouve :

$$F_r^A = 750 \text{ N} \quad \text{et} \quad F_r^B = 100 \text{ N}$$

Pour lever l'indétermination concernant les efforts axiaux  $F_a^A = |X_{01}^A|$  et  $F_a^B = |X_{01}^B|$ , on propose d'exploiter la démarche des roulementiers présentée en annexe K. On donne également la valeur de l'effort  $X_{31}^D$  :

$$X_{31}^D = -200 \text{ N}$$

Pour des raisons liées à la rigidité de l'ensemble du réducteur, le diamètre de l'arbre (1) doit être au minimum de  $50\text{mm}$ . Pour initialiser la démarche de choix de roulements adaptés, on propose donc de retenir le premier roulement à rouleaux coniques de ce diamètre, soit le roulement 30210 dont les spécifications sont fournies en annexe L.

**Question 40** En suivant la démarche proposée, donner les expressions puis les valeurs numériques de  $F_a^A$  et  $F_a^B$ .

**Question 41** En suivant la démarche proposée en annexe L, donner les valeurs numériques des charges radiales équivalentes  $P^A$  et  $P^B$  associées respectivement aux paliers A et B.

On se place dans un cas très défavorable : on suppose en effet que le mécanisme travaille à vitesse maximale en permanence ( $2000 \text{ tr.min}^{-1}$ ), et sous charge maximale.

**Question 42** Exprimer la durée de vie en millions de tours, puis réaliser l'application numérique en heures, pour le roulement le plus chargé ; commenter le résultat.

**Objectif.** — Dans cette partie de l'étude, il est demandé de définir plusieurs sous-ensembles du mécanisme sur le calque format A3 fourni avec le sujet. Les éléments pré-imprimés sur ce calque sont destinés à faciliter la mise en place des différents composants.

### **IV.1 — Présentation générale des travaux à effectuer**

Le schéma d'architecture présenté en annexe F permet de mettre en évidence les différents éléments à mettre en place.

- représenter le boîtier (0c) assurant le guidage en rotation de l'arbre (1) ; ce boîtier devra être identique à celui lié à la chaîne cinématique (II) (non représenté) ;
- représenter les solutions techniques retenues pour le guidage de l'arbre (1) et les réglages associés ;
- représenter la liaison encastrement entre le boîtier (0c) et le boîtier (0b) partiellement représenté et dont les formes sont à compléter ;
- représenter la liaison encastrement entre l'accouplement élastique (10), l'arbre (1) et l'arbre (2).

**Pour cela il est demandé au candidat de travailler sur deux zones particulières du système de transmission qui sont présentées sur la figure 5. Les travaux seront effectués sur le calque format A3 fourni avec le sujet. Sur ce calque, par soucis de légèreté, seules les pièces (0a), (0b), (1), (2), (3) et (4) ont été représentées. Leurs interactions avec les autres pièces des deux chaînes cinématiques (I) et (II) sont visibles sur la figure 5 au besoin.**

### **IV.2 — Consignes spécifiques aux travaux graphiques**

On demande aux candidats des dessins qui doivent traduire sans ambiguïté leurs intentions de conception. Pour cela, les candidats sont invités à faire preuve de rigueur dans leur tracé (en particulier, l'utilisation d'une règle ne pourra être que conseillée) et à donner toutes les précisions qu'ils jugeront pertinentes afin de permettre au jury d'évaluer la qualité de leurs solutions. Les principales conditions fonctionnelles relatives aux liaisons représentées seront clairement indiquées en respectant les règles normalisées AFNOR. Les éléments normalisés dessinés par le candidat autres que ceux fournis dans le sujet, seront dessinés approximativement en respectant au mieux leurs proportions.

### **IV.3 — Conception du guidage en rotation de l'arbre (1)**

Le guidage de l'arbre (1) dans le boîtier (0c) est réalisé à partir de deux roulements à rouleaux coniques de type 30210 (voir annexe L) montés en X. La solution qu'il est demandé de représenter devra permettre :

- d'assurer la protection des roulements à rouleaux coniques par un dispositif d'étanchéité indirecte ;
- de régler la position axiale du pignon conique qui est monté fretté sur l'arbre (1) ;
- de maximiser la rigidité de l'ensemble ;
- d'annuler les jeux dans la liaison pivot.

**Question 43** Représenter, dans la zone 1 (voir figure 5) du calque fourni, les propositions de solutions adaptées aux besoins et recommandations précédents.

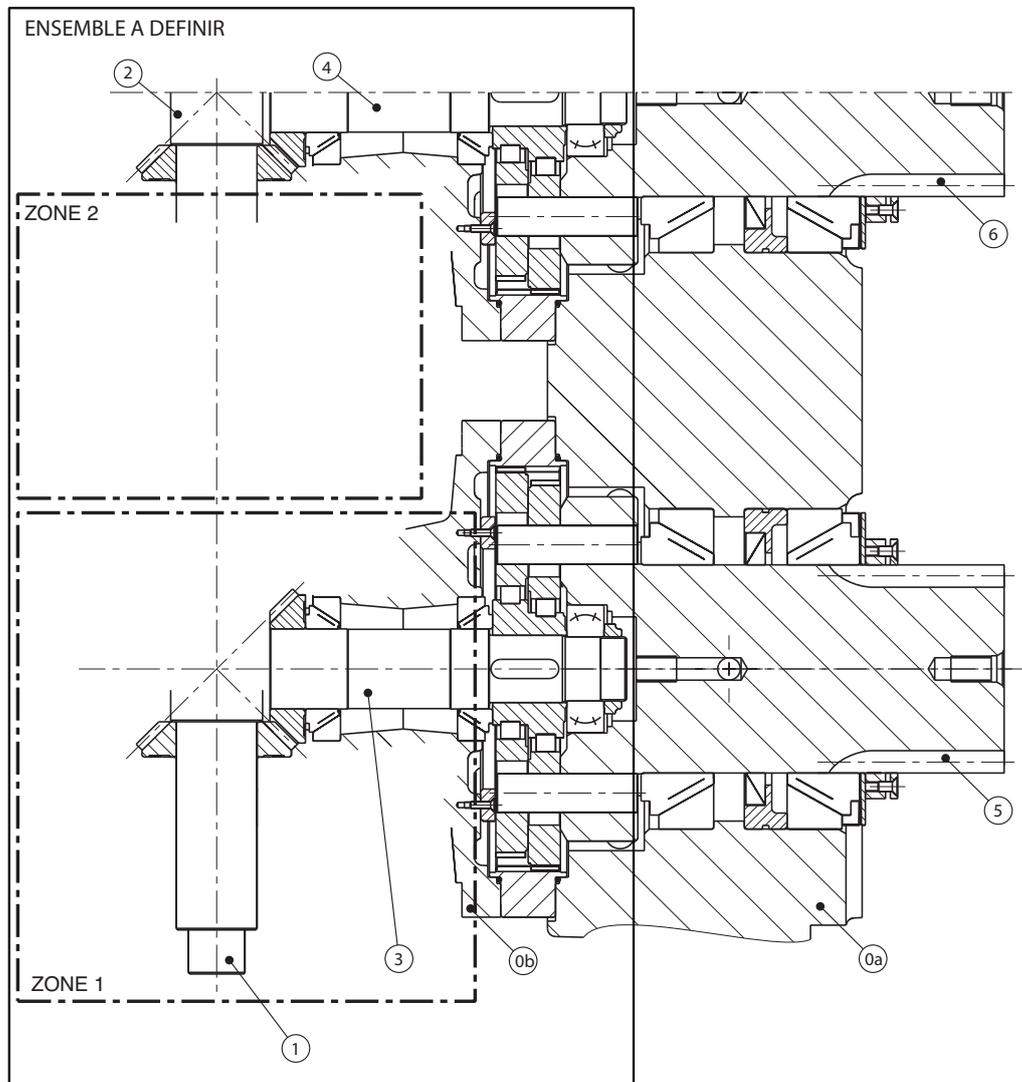


Figure 5 – Positionnement de l'ensemble à définir et des zones 1 et 2 dans le calque A3 par rapport à l'ensemble du réducteur

#### IV.4 — Conception du boîtier (0c) et de sa liaison avec (0b)

La solution qu'il est demandé de représenter devra :

- permettre d'assurer la mise en position relative des deux carters et leur maintien en position par 8 vis M8 ;
- être compatible avec le procédé d'obtention des deux carters (0c) et (0b) (moulage puis usinage des surfaces fonctionnelles) ;
- permettre d'assurer l'étanchéité vis-à-vis du milieu extérieur.

**Question 44** Représenter, dans la zone 1 (voir figure 5) du calque fourni, les propositions de solution pour le boîtier (0c) ainsi que sa liaison avec (0b).

#### IV.5 — Conception des liaisons encastrement arbre (1)/accouplement (10)/arbre (2)

L'accouplement élastique (10) doit être encasturé, après réglage de la précharge sur les arbres (1) et (2).

**Question 45** Représenter, dans la zone 2 (voir figure 5) du calque fourni, les propositions de solution adaptées aux besoins et recommandations précédents.









# Exigences liées à la transmission de puissance

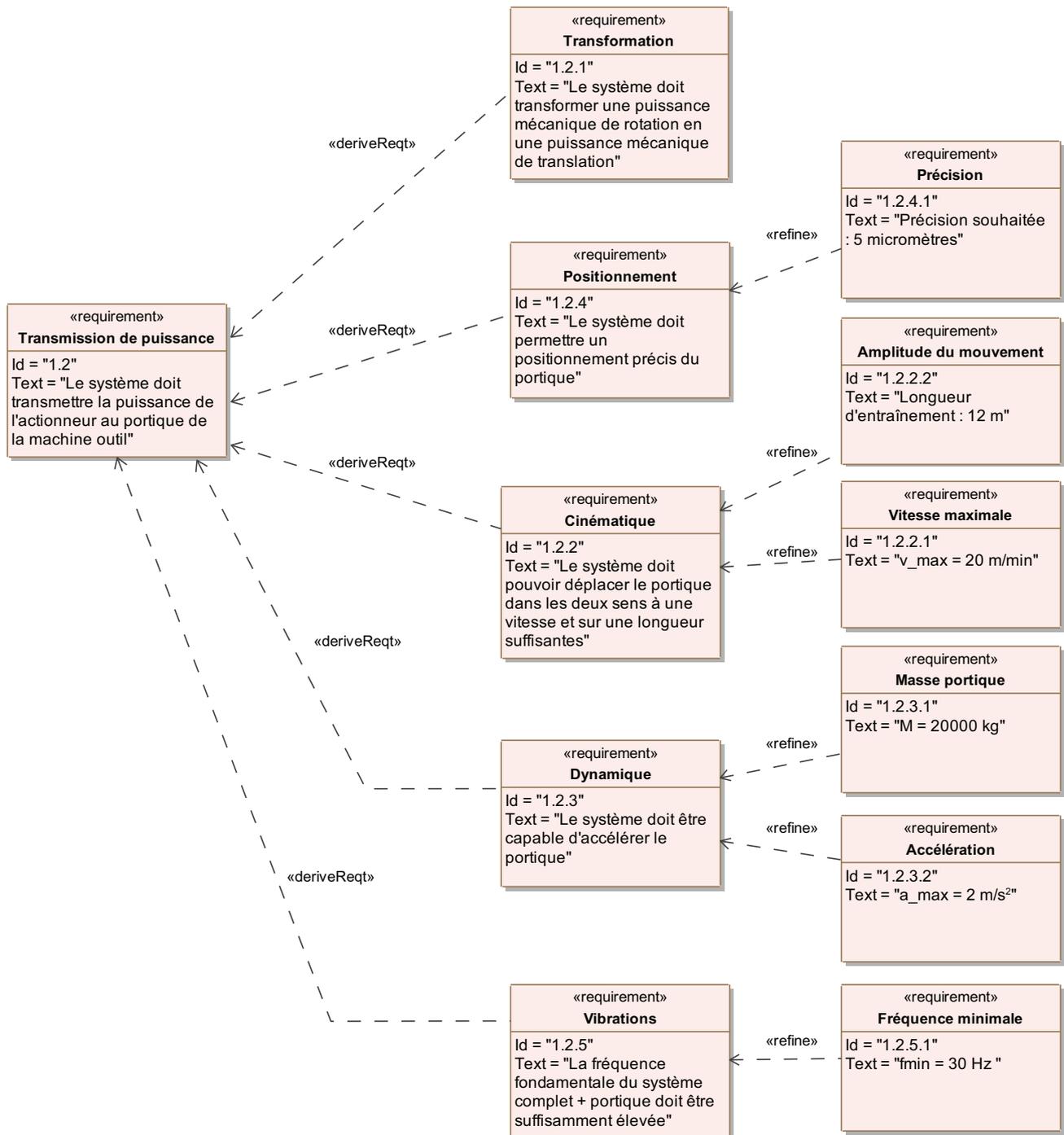
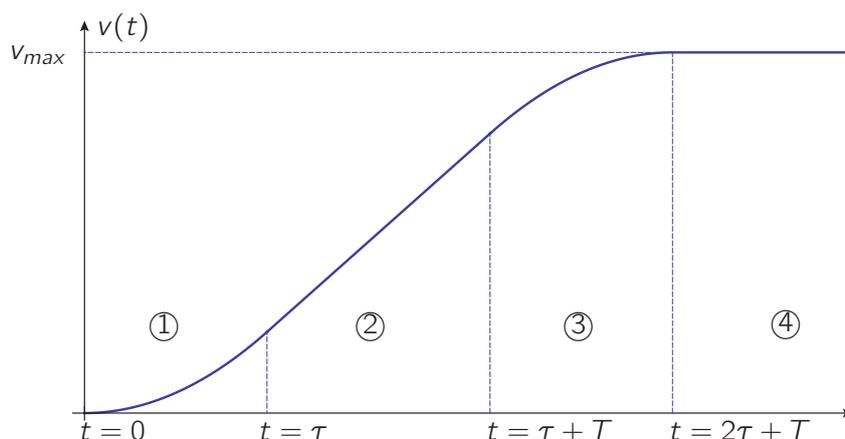


Figure 6 – Diagramme SysML détaillé de l'exigence 1.2 liée à la transmission de puissance

Le profil de vitesse retenue pour la mise en mouvement du portique est présenté sur la figure 7. Ce profil contient quatre phases principales :

- une phase ① durant laquelle l'accélération croît linéairement à partir d'une valeur nulle ;
- une phase ② durant laquelle l'accélération est constante ;
- une phase ③ durant laquelle l'accélération décroît linéairement jusqu'à s'annuler ;
- une phase ④ durant laquelle la vitesse est constante.



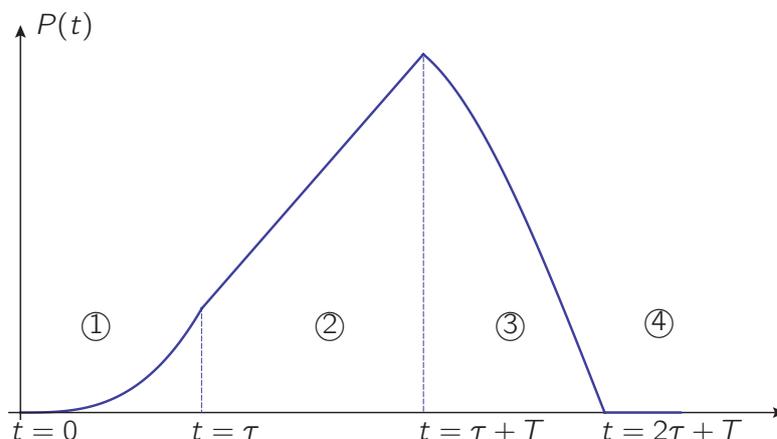
**Figure 7** – Représentation de la loi de vitesse retenue pour accélérer le portique

Les formes générales retenues pour les trois premières phases sont les suivantes :

$$v(t) = v_1(t) \quad \text{si } t \in [0, \tau] \quad \text{avec } v_1(t) = at^2 \quad (\text{B.1})$$

$$v(t) = v_2(t) \quad \text{si } t \in [\tau, T + \tau] \quad \text{avec } v_2(t) = b(t - \tau) + c \quad (\text{B.2})$$

$$v(t) = v_3(t) \quad \text{si } t \in [T + \tau; T + 2\tau] \quad \text{avec } v_3(t) = d(t - T - \tau)^2 + e(t - T - \tau) + f \quad (\text{B.3})$$



**Figure 8** – Représentation de la puissance nécessaire pour accélérer le portique

Les moteurs 1FT6 sont des moteurs synchrones à excitation par aimants permanents de faible encombrement. Les moteurs 1FT6 à codeur incorporé peuvent être exploités en association avec le système d'entraînement SINAMICS120.



#### Avantages

- Qualité de surface maximale de la pièce grâce à une grande régularité de rotation (alimentation en courant sinusoïdal)
- Réduction des temps morts en usinage obtenue par une dynamique élevée
- Connecteurs d'énergie et pour signaux utilisables en environnement fortement encrassé
- Simplicité de montage grâce aux faibles servitudes de câblage
- Faible ondulation du couple
- Excellente dynamique de l'entraînement grâce au faible moment d'inertie du rotor

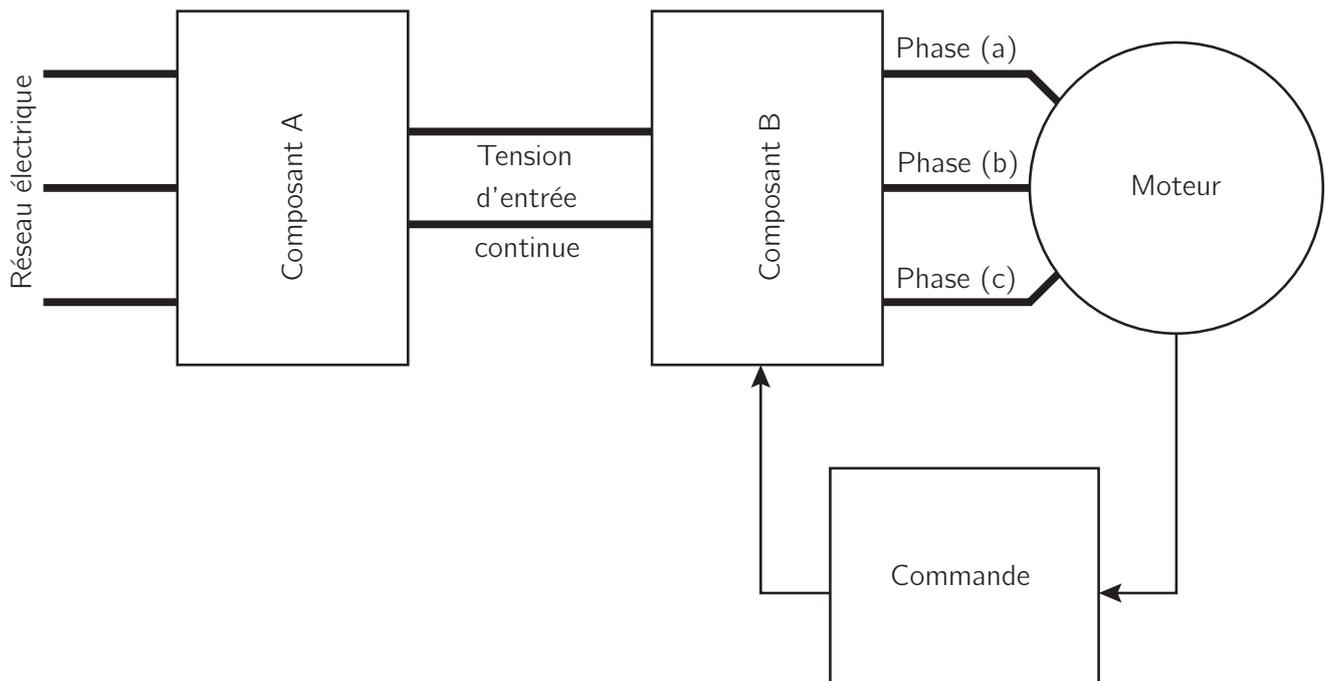
#### Domaines d'application

- Machines-outils haute performance
- Machines exigeant une dynamique, une précision et une flexibilité élevées comme les machines d'emballage, transstockeurs, systèmes de convoyage, appareils de manutention et imprimeuses.

Vitesse assignée	Hauteur d'axe	Puissance assignée	Couple à l'arrêt	Couple assigné <sup>1)</sup>	Courant assigné	Moteurs synchrones 1FT6 Refroidissement naturel	Nombre paires de pôles	Moment d'inertie du rotor (sans frein)	Poids (sans frein)
$n_N$	HA	$P_N$ pour $\Delta T=100\text{ K}$	$M_0$ pour $\Delta T=100\text{ K}$	$M_N$ pour $\Delta T=100\text{ K}$	$I_N$ pour $\Delta T=100\text{ K}$	N° de référence Type préférentiel		J	m
tr/mn.		KW	Nm	Nm	A			$10^{-4}\text{ kgm}^2$	kg
2000	100	4,8	27	23	11	1FT6102 - 1AC71 -	4	99	27,5
		8,0	50	38	17,6	1FT6105 - 1AC71 -	4	168	39,5
3000	48	1,4	5	4,3	2,9	1FT6044 - 1AF71 -	2	5,1	8,3
		1,5	6	4,7	3,4	1FT6062 - 1AF71 -	3	8,5	9,5
	2,2	9,5	7	4,9	1FT6064 - 1AF71 -	3	13	12,5	
	80	3,2	13	10,3	8,7	1FT6082 - 1AF71 -	4	30	15
		4,6	20	14,7	11	1FT6084 - 1AF71 -	4	48	20,5
		5,8	27	18,5	13	1FT6086 - 1AF71 -	4	66,5	25,5
4500	63	1,7	6	3,6	3,9	1FT6062 - 1AH71 -	3	8,5	9,5
		2,3	9,5	4,8	5,5	1FT6064 - 1AH71 -	3	13	12,5
	80	4,9	20	10,5	12,5	1FT6084 - 1AH71 -	4	48	20,5
		5,7	27	12	12,6	1FT6086 - 1AH71 -	4	66,5	25,5
6000	36	0,88	2	1,4	2,1	1FT6034 - 1AK71 -	2	1,1	4,4
		4,1	20	6,5	9,2	1FT6084 - 1AK71 -	4	48	20,5

Figure 9 – Données techniques concernant les moteurs SIEMENS 1FT6

## Commande de la machine électrique



**Figure 10** – Présentation schématique de l'alimentation et de la commande de la machine électrique : les tracés épais sont des fils électriques véhiculant de la puissance tandis que les traits fins véhiculent de l'information

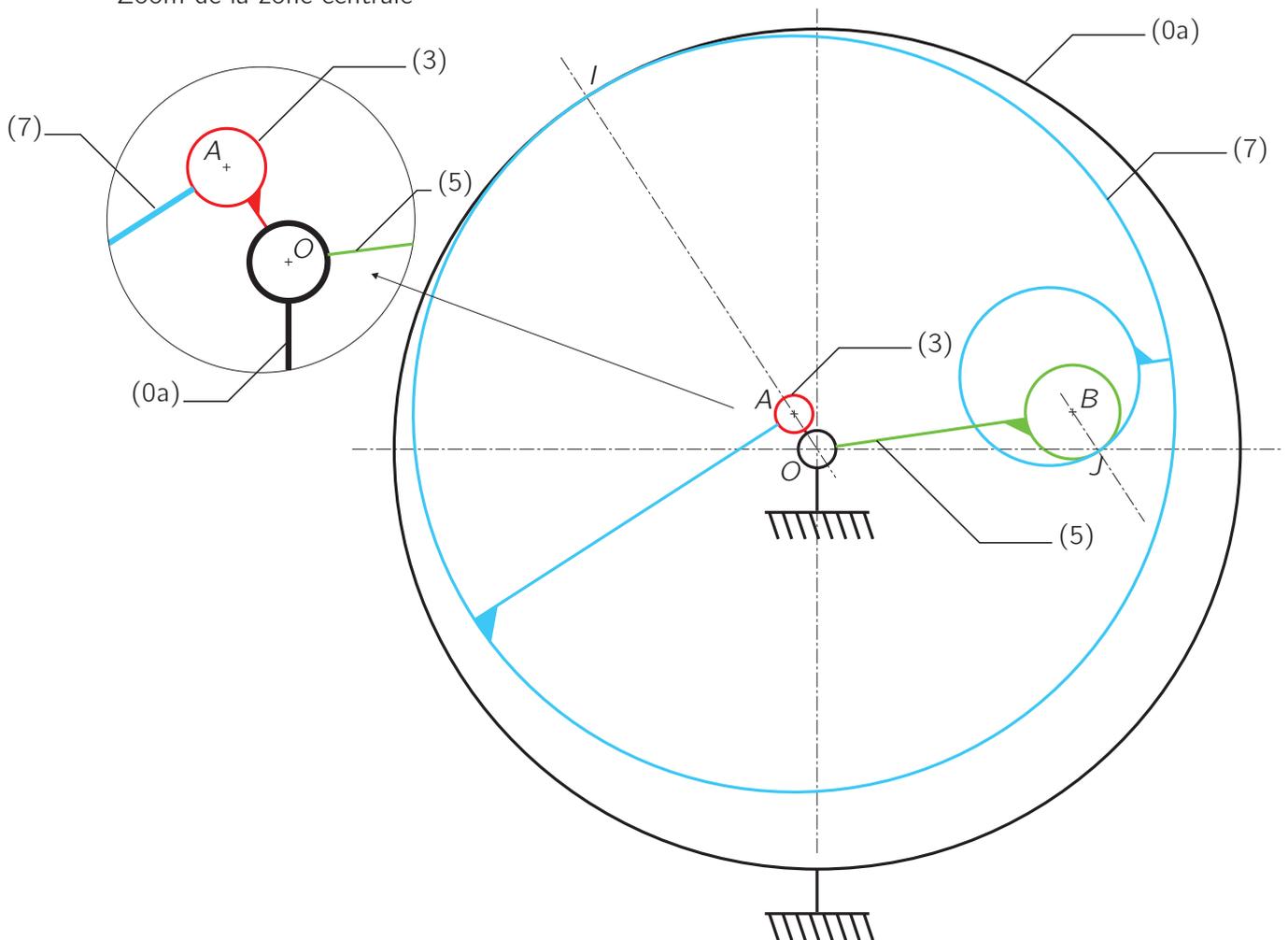
## Schéma de principe d'un réducteur à griffes

Le réducteur à griffes d'un module de réduction est composé :

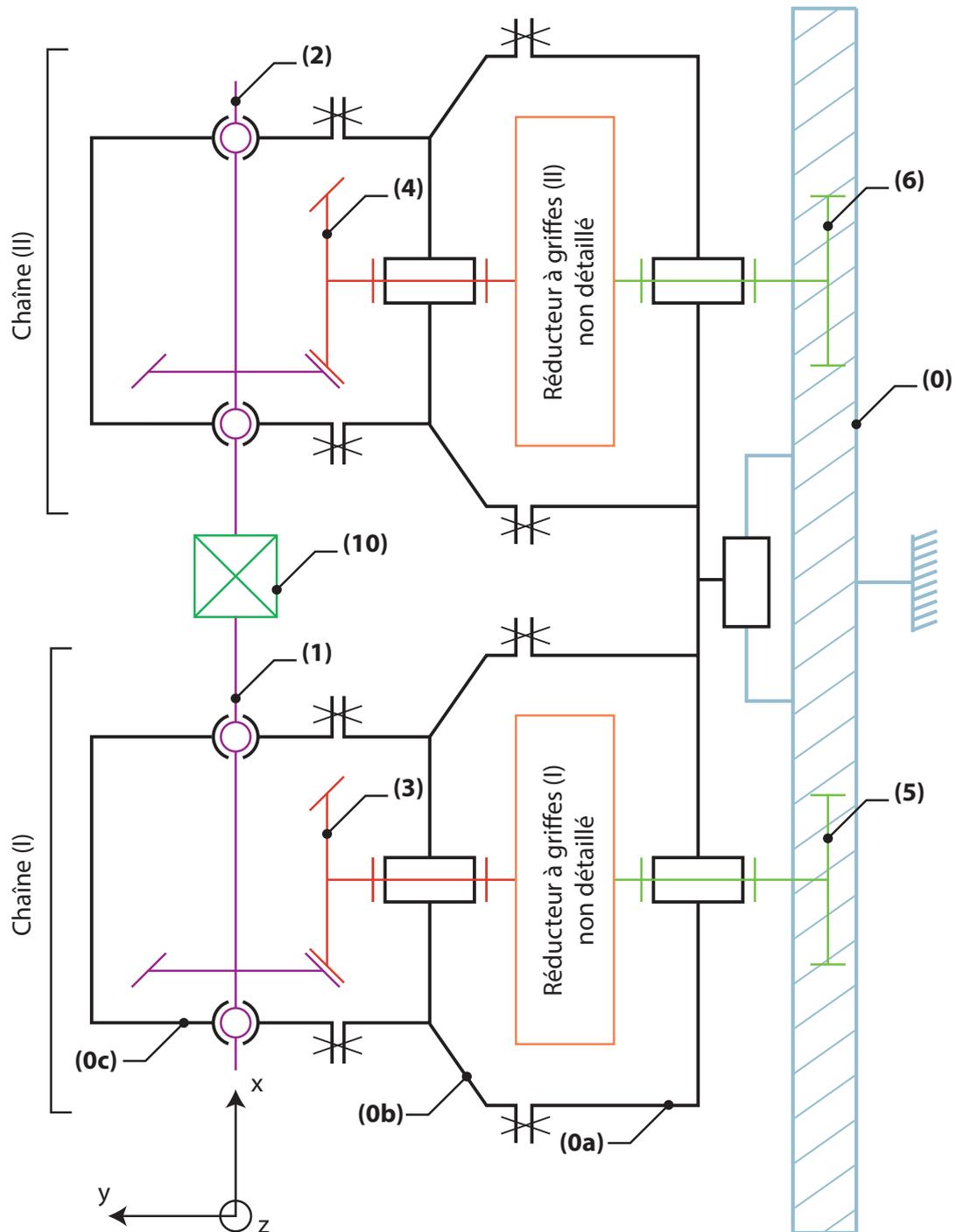
- d'un arbre d'entrée (3) possédant un excentrique ;
- d'une couronne à denture intérieure solidaire du bâti (0a) ;
- de deux roues à denture extérieure (7) ;
- d'un arbre de sortie (5) sur lequel des griffes sont encastrées.

L'arbre d'entrée (3) est monté en liaison pivot d'axe  $(O, \vec{y})$  par rapport au bâti (0b). La roue dentée (7), aussi appelée satellite, est montée en liaison pivot d'axe  $(A, \vec{y})$  par rapport à l'arbre d'entrée (3). Elle engrène sur une couronne intérieure solidaire du bâti (0a) en  $I$ . La roue (7) est en contact ponctuel au point  $J$  avec la griffe solidaire de l'arbre de sortie (5). Enfin, l'arbre de sortie (5) est en liaison pivot avec le bâti (0a) d'axe  $(O, \vec{y})$ .

Zoom de la zone centrale



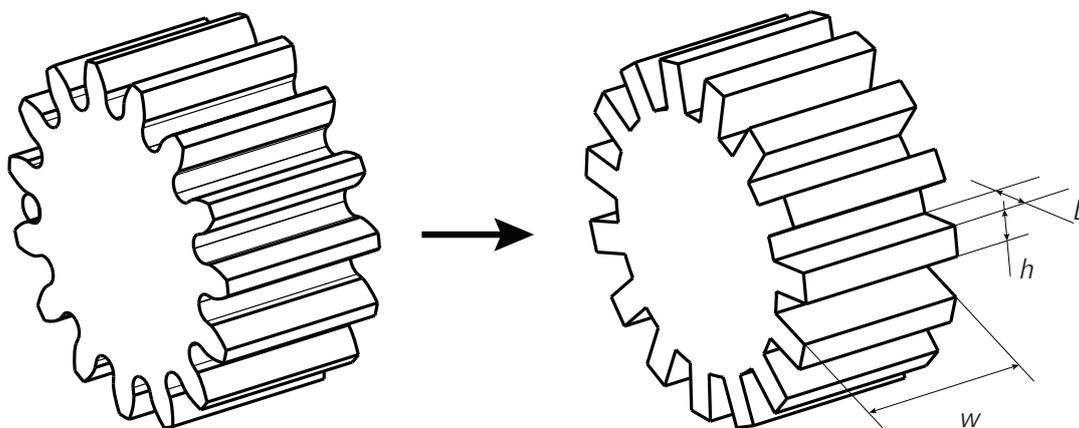
**Figure 11** – Schématisation d'un réducteur à griffes ; seule une griffe solidaire de l'arbre de sortie (5) est représentée ; l'axe  $\vec{y}$  évoqué dans cette annexe est normal au plan de cette figure



**Figure 12** – Schéma d'architecture proposé pour le réducteur à deux chaînes cinématiques préchargées ; volontairement les réducteurs à griffes ne sont pas représentés

Ce document propose un modèle simple de dimensionnement d'une denture d'engrenage. Comme le module d'un pignon conditionne la taille de la denture et donc sa résistance mécanique aux efforts, ce modèle propose une formule reliant le module de denture noté  $m$ , la largeur de denture notée  $w$ , l'effort tangentiel à transmettre noté  $F_T$ , et la contrainte maximale en pied de dent notée  $\sigma_{max}$ .

Afin d'élaborer un modèle simplifié on approxime tout d'abord la géométrie d'une dent par un parallélépipède comme illustré par les figures ci-dessous :



Ensuite, on considère la dent comme une poutre encastrée à son extrémité :

- la largeur de la poutre étant la largeur de la dent  $w$  exprimée en fonction du module  $w = Km$ ,
- la longueur de la poutre étant la hauteur de la dent  $L$  exprimée en fonction du module  $L = 2.25m$ ,
- la hauteur de la poutre étant l'épaisseur de la dent au niveau du cercle primitif notée  $h = \pi m/2$ .

L'action mécanique exercée sur la poutre sera modélisée par un effort  $F_T$  à l'extrémité s'appliquant perpendiculairement à l'axe de la poutre.

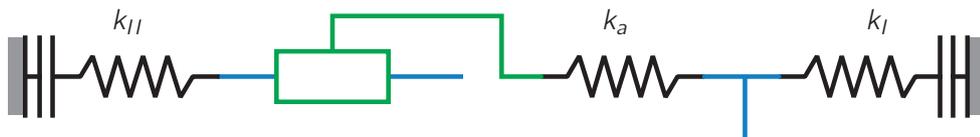
Un calcul utilisant les résultats de la théorie des poutres permet alors de montrer que la contrainte maximale au pied de la dent est de la forme :

$$\sigma_{max} = \frac{5.5F_T}{Km^2} \quad (G.1)$$

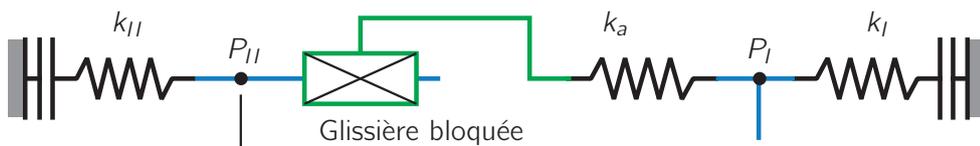
où  $K = w/m$ .

## Modèle de comportement simplifié du système de transmission

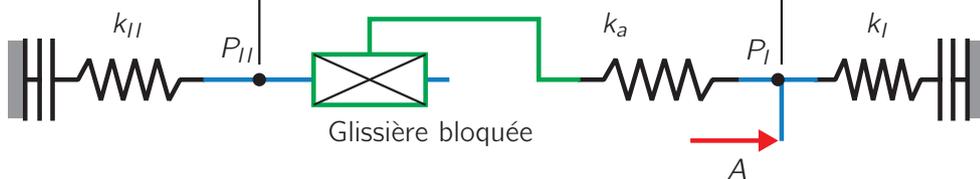
Etat libre



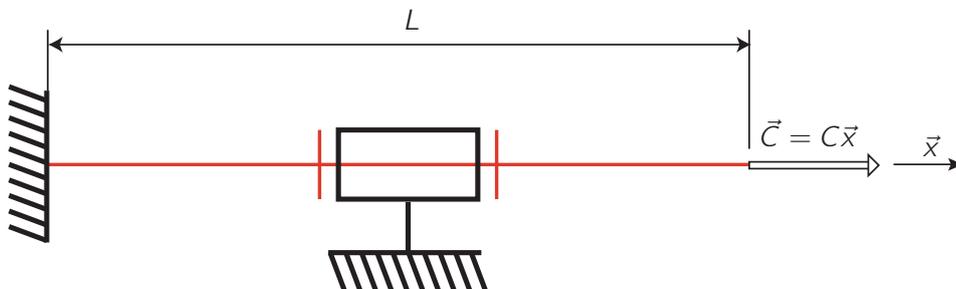
Etat préchargé



Etat préchargé et chargé



**Figure 13** – Modèle à ressorts permettant de représenter le comportement de la transmission mécanique préchargée



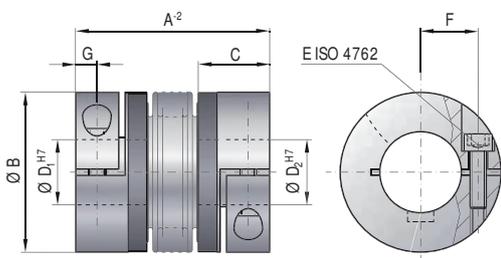
**Figure 14** – Modèle proposé pour calculer la raideur en torsion d'une poutre de section circulaire

# Accouplement élastique

## TYPE BK2

SANS JEU, ACCOUPLEMENT À SOUFFLET MÉTALLIQUE AVEC GRANDE RIGIDITÉ TORSIONNELLE

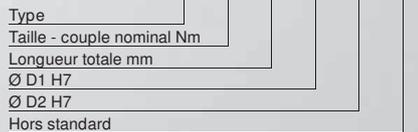
Moyeu de serrage



- Spécifications :**
- Montage facile
  - Convient aux installations à encombrement limité
  - Faible moment d'inertie
- Matières :** Soufflet en inox hautement flexible  
Moyeu : voir tableau
- Conception:** A une vis de blocage DIN 912 par moyeu de serrage. Tout déséquilibre provoqué par le système de serrage à une vis du moyeu est compensé par des trous d'équilibrage situés à l'intérieur du moyeu.
- Température :** De -30 à +100° C
- Vitesse :** Jusqu'à 10.000 Tr/mn, plus, si équilibrage fin.
- Durée de vie :** Illimitée et sans maintenance particulière si les limites techniques ne sont pas dépassées.
- Jeu :** Absolument sans jeu grâce au montage pincé.
- Surcharges :** Brèves jusqu'à 1,5 fois les valeurs indiquées.
- Tolérances :** Moyeu / arbre de 0,01 à 0,05 mm

**Exemple de désignation**

**BK2 / 80 / 94 / 20 / 25.4 / XX**



Type BK2		Série									
		15	30	60	80	150	200	300	500	800	1500
Taille - couple nominal (Nm)	$T_{KN}$	15	30	60	80	150	200	300	500	800	1500
Longueur totale (mm)	$A^2$	59 66	69 77	83 93	94 106	95 107	105 117	111 125	133 146	140	166
Ø extérieur (mm)	B	49	55	66	81	81	90	110	124	134	157
Longueur d'ajustage (mm)	C	22	27	31	36	36	41	43	51	45	55
Ø intérieur possible (mm) de Ø à Ø H7 (mm)	$D_1/D_2$	8-28	10-30	12-32	14-42	19-42	22-45	24-60	35-60	40-75	50-80
Vis de serrage ISO 4762		M5	M6	M8	M10	M10	M12	M12	M16	2xM16	2xM20
Couple de serrage de la vis (Nm)	E	8	15	40	50	70	120	130	200	250	470
Distance axe / vis (mm)	F	17	19	23	27	27	31	39	41	2x48	2x55
Cote (mm)	G	6,5	7,5	9,5	11	11	12,5	13	16,5	18	22,5
Moment d'inertie ( $10^{-3} \text{ kgm}^2$ )	$J_{total}$	0,06 0,07	0,12 0,13	0,32 0,35	0,8 0,85	1,9 2	3,2 3,4	7,6 7,9	14,3 14,6	16,2	43
Matière standard du moyeu (acier sur demande)		Al									
		Acier en option									
Poids (approx.) (kg)		0,16	0,26	0,48	0,8	1,85	2,65	4	6,3	5,7	11,5
Rigidité torsionnelle ( $10^3 \text{ Nm/rad}$ )	$C_T$	20 15	39 28	76 55	129 85	175 110	191 140	450 350	510 500	780	1304
Jeu axial (mm)		1 2	1 2	1,5 2	2 2	3 2	3 2	2,5 3,5	2,5 3,5	3,5	3,5
Jeu latéral (mm)		0,15 0,2	0,2 0,25	0,2 0,25	0,2 0,25	0,2 0,25	0,25 0,3	0,25 0,3	0,3 0,35	0,35	0,35
Jeu angulaire (degré)		1 1,5	1 1,5	1 1,5	1 1,5	1 1,5	1 1,5	1 1,5	1 1,5	1,5	1,5
Rigidité axiale du soufflet (N/mm)	$C_a$	25 15	50 30	72 48	48 32	82 52	90 60	105 71	70 48	100	320
Jeu latérale du soufflet (N/mm)	$C_r$	475	137 900	270	1200 420	920 290	1550 435	2040 610	3750 1050	2500 840	2000 3600

Figure 15 – Documentation constructeur associée à l'accouplement élastique

## Montage de roulements du renvoi conique

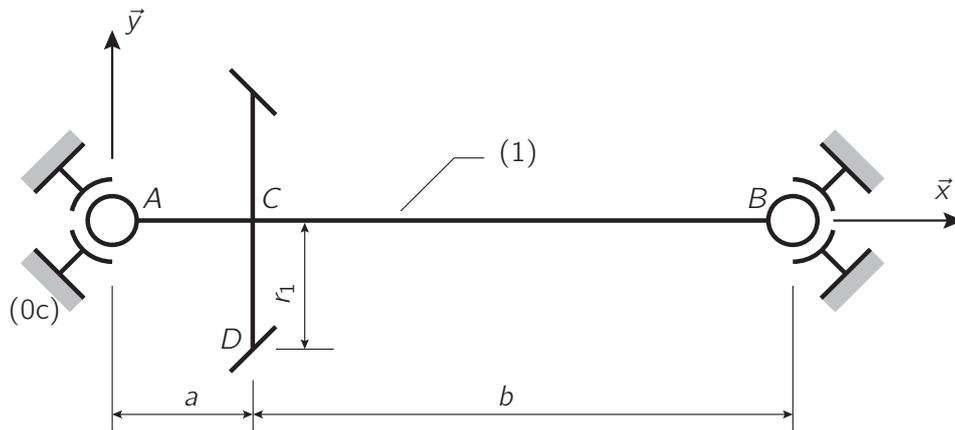


Figure 16 – Schéma d'architecture de la liaison pivot à concevoir au sein du renvoi conique

## Estimation des efforts axiaux dans les roulements

**Étape 1 :** calculer les efforts axiaux induits  $F_{ai}^A$  et  $F_{ai}^B$  dans les roulements A et B.

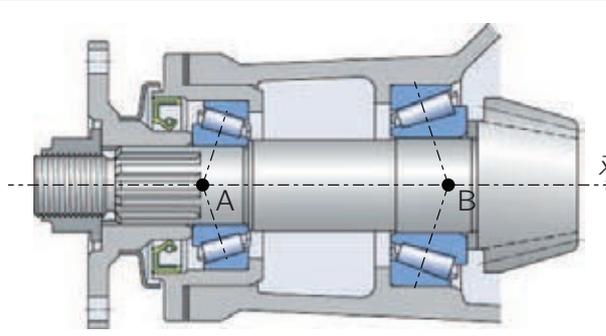
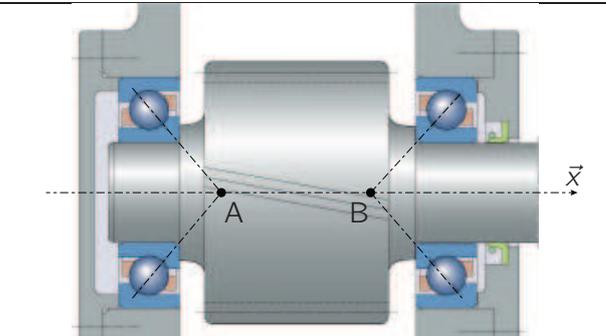
$$F_{ai}^A = \frac{F_r^A}{2Y_A} \quad (\text{K.1})$$

$$F_{ai}^B = \frac{F_r^B}{2Y_B} \quad (\text{K.2})$$

$F_{ai}^A$  et  $F_{ai}^B$  sont définis positifs.

**Étape 2 :** déterminer  $\vec{K}_a = K_a \vec{x}$  effort axial extérieur appliqué à l'arbre.  $K_a$  est algébrique il peut être positif ou négatif.

**Étape 3 :** en fonction du montage et du cas rencontré, utiliser le tableau 1 pour calculer les efforts axiaux  $F_a^A$  et  $F_a^B$  dans les roulements A et B.

Montage	Détermination des efforts axiaux
	<p><b>Cas 1 :</b>  <math>-F_{ai}^A + K_a + F_{ai}^B &lt; 0</math></p> <p>roulement A non chargé : <math>F_a^A = \frac{F_r^A}{2Y_A}</math>  roulement B chargé : <math>F_a^B = F_a^A - K_a</math></p>
	<p><b>Cas 2 :</b>  <math>-F_{ai}^A + K_a + F_{ai}^B &gt; 0</math></p> <p>roulement B non chargé : <math>F_a^B = \frac{F_r^B}{2Y_B}</math>  roulement A chargé : <math>F_a^A = F_a^B + K_a</math></p>
	<p><b>Cas 1 :</b>  <math>F_{ai}^A + K_a - F_{ai}^B &gt; 0</math></p> <p>roulement A non chargé : <math>F_a^A = \frac{F_r^A}{2Y_A}</math>  roulement B chargé : <math>F_a^B = F_a^A + K_a</math></p>
	<p><b>Cas 2 :</b>  <math>F_{ai}^A + K_a - F_{ai}^B &lt; 0</math></p> <p>roulement B non chargé : <math>F_a^B = \frac{F_r^B}{2Y_B}</math>  roulement A chargé : <math>F_a^A = F_a^B - K_a</math></p>

**Tableau 1** – Calculs des efforts axiaux dans les roulements à contact oblique



## Roulement SKF 30210

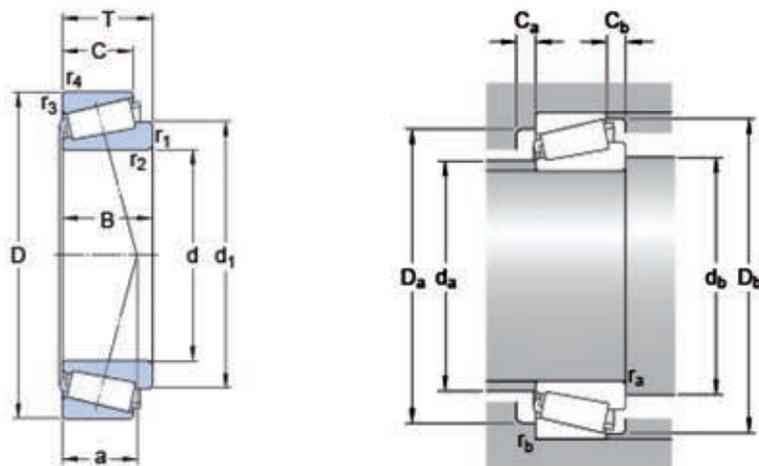


Figure 17 – Géométrie du roulement SKF 30210

$d$	50 mm	$d_a$	max.	59 mm
$D$	90 mm	$d_b$	min.	59 mm
$T$	21.75 mm	$D_a$	min.	79 mm
$d_1$	≈ 68 mm	$D_a$	max.	82 mm
$B$	20 mm	$D_b$	min.	85 mm
$C$	17 mm	$C_a$	min.	3 mm
$r_{1,2}$	min. 1.5 mm	$C_b$	min.	4.5 mm
$r_{3,4}$	min. 1.5 mm	$r_a$	max.	1.5 mm
$a$	19 mm	$r_b$	max.	1.5 mm

Tableau 1 – Données géométriques relatives à la figure 17

Charge dynamique de base	$C$	76.5 kN
Charge statique de base	$C_0$	91.5 kN
Paramètre de calcul	$e$	0.43
Paramètre de calcul	$Y$	1.4

Tableau 2 – Données de calculs relatives au roulement SKF 30210

Pour ce roulement, la charge dynamique équivalente  $P$  à une charge combinée ( $F_a, F_r$ ) peut être calculée comme suit ( $e$  et  $Y$  peuvent être trouvés dans le tableau 2) :

- si  $F_a/F_r \leq e$  alors  $P = F_r$  ;
- si  $F_a/F_r > e$  alors  $P = 0.4F_r + YF_a$ .

## Récapitulatif des notations utilisées

Notation	Valeur/Unité	Commentaires
$v(t)$	$m.s^{-1}$	Vitesse linéaire du portique au cours de temps
$v_{max}$	$0.33 m.s^{-1}$	Vitesse linéaire maximale du portique
$T$	$s$	Durée de la phase à accélération constante
$\tau$	$0.07 s$	Durée du transitoire en accélération
$F(t)$	$N$	Effort à fournir dans la direction $\vec{x}$ pour mouvoir le portique
$M$	$20000 kg$	Masse de l'ensemble mobile (portique et accessoires)
$P(t)$	$W$	Puissance instantanée à fournir pour mouvoir le portique
$P_{max}$	$W$	Puissance maximale à fournir
$a_{max}$	$2 m.s^{-2}$	Accélération maximale du portique
$\eta$		Rendement global du réducteur
$r_5$	$mm$	Rayon d'un pignon de sortie du réducteur
$R_{53}$		Rapport de réduction du réducteur
$\rho$	$mm$ ou $rad$	Précharge des chaînes cinématique (annexe H)
$\delta_x^0$	$mm$	Allongement du ressort (I) après précharge (annexe H)
$\delta_x$	$mm$	Allongement total du ressort x (annexe H)
$k_x$	$N.m^{-1}$ ou $N.m.rad^{-1}$	Constante de raideur du ressort x (annexe H)
$\Delta_I$	$mm$	Déplacement du point $P_I$ relativement à la configuration préchargé
$\Delta_{II}$	$mm$	Déplacement du point $P_{II}$ relativement à la configuration préchargée
$A$	$N$ ou $N.m$	Action mécanique extérieure appliquée sur le système préchargé
$A_x^C$	$N$ ou $N.m$	Action A conduisant au décollement dans la chaîne x (annexe H)
$T_x$	$N$	Tension dans le ressort x (annexe H)
$k_t$	$N.m.rad^{-1}$	Raideur en torsion d'un arbre cylindrique
$C$	$N.m$	Couple appliqué sur un arbre selon $\vec{x}$
$\phi(x)$	$rad$	Rotation de la section d'abscisse x autour de $\vec{x}$
$M_t(x)$	$N.m$	Moment de torsion
$L$	$m$	Longueur de l'arbre cylindrique (1)
$D$	$m$	Diamètre de l'arbre cylindrique (1)
$I_0$	$m^4$	Moment quadratique polaire d'un arbre cylindrique (1)
$G$	$8.3 \times 10^{10} N.m^{-2}$	Module de cisaillement de l'acier constituant les arbres
$\alpha$	$20 deg$	Angle de pression des pignons du renvoi conique
$\gamma$	$45 deg$	Demi-angle au sommet du pignon d'entrée du renvoi conique
$r_1$	$mm$	Rayon primitif de fonctionnement du pignon conique d'entrée
$a$	$20 mm$	Distance AC sur l'arbre (1)
$b$	$150 mm$	Distance CB sur l'arbre (1)
$(F_a^M, F_r^M)$	$N$	Efforts axial et radial dans le roulement de centre M
$P^M$	$N$	Charge radiale équivalente dans le roulement de centre M

Académie : \_\_\_\_\_ Session : \_\_\_\_\_ Modèle EN.

Examen ou Concours : \_\_\_\_\_ Série\* : \_\_\_\_\_

Spécialité/option : \_\_\_\_\_ Repère de l'épreuve : \_\_\_\_\_

Épreuve/sous-épreuve : \_\_\_\_\_

NOM : \_\_\_\_\_

*(en majuscules, suivi, s'il y a lieu, du nom d'épouse)*

Prénoms : \_\_\_\_\_ N° du candidat

Né(e) le \_\_\_\_\_ (le numéro est celui qui figure sur la convocation ou la liste d'appel)

DANS CE CADRE

NE RIEN ÉCRIRE

145

**Toutes les calculatrices sont interdites, quel qu'en soit le type, ainsi que les agendas électroniques et les téléphones portables.**

**Cahier réponses**

**Épreuve de Sciences Industrielles B**

**Banque PT - 2017**



Il est interdit aux candidats de signer leur composition ou d'y mettre un signe quelconque pouvant indiquer sa provenance.

**Tournez la page S.V.P.**

NE RIEN ÉCRIRE

DANS CE CADRE

**PARTIE**

## **Choix de motorisation et d'un rapport de réduction adapté**

**Question 1** Equations sur  $v_i$  et  $v'_i$  :

Nombre d'inconnues :

Nombre d'équations :

**Question 2** Théorème utilisé et système isolé :

Lien entre la masse  $M$  et l'accélération  $v'$  :

**Question 3** Puissance  $P(t)$  nécessaire :

**Question 4** Puissance maximale  $P_{max}$  :

Expression de  $T$  :  $T =$

Application numérique :  $P_{max} =$

**Question 5** Puissance minimale d'un moteur :

Référence moteur adaptée :

**Question 6** Expression du couple moteur  $C_m$  :  $K =$   $f(\psi) =$

Particularité :

NE RIEN ÉCRIRE

DANS CE CADRE

**Question 7** Jeu  $(\psi, I)$  pour obtenir le couple maximal  $C_{m,max}$  :

Comment obtenir un couple négatif :

Comment minimiser les pertes Joules :

**Question 8** Comment maîtriser l'angle  $\psi$  :

**Question 9** Fréquence des courants d'alimentation :  $f =$

Nom du composant A :

Nom du composant B :

**Question 10** Expression de la vitesse :  $v =$

Expression du produit  $R_{53}r_5$  :

**Question 11**  $R_{53}^{min} =$

$R_{53}^{max} =$

Type de réducteur adapté :

**Question 12** Direction du vecteur vitesse  $\vec{V}_{J,7/3}$  :

Justification :

**Question 13** Direction du vecteur vitesse  $\vec{V}_{J,7/0}$  :

Justification :

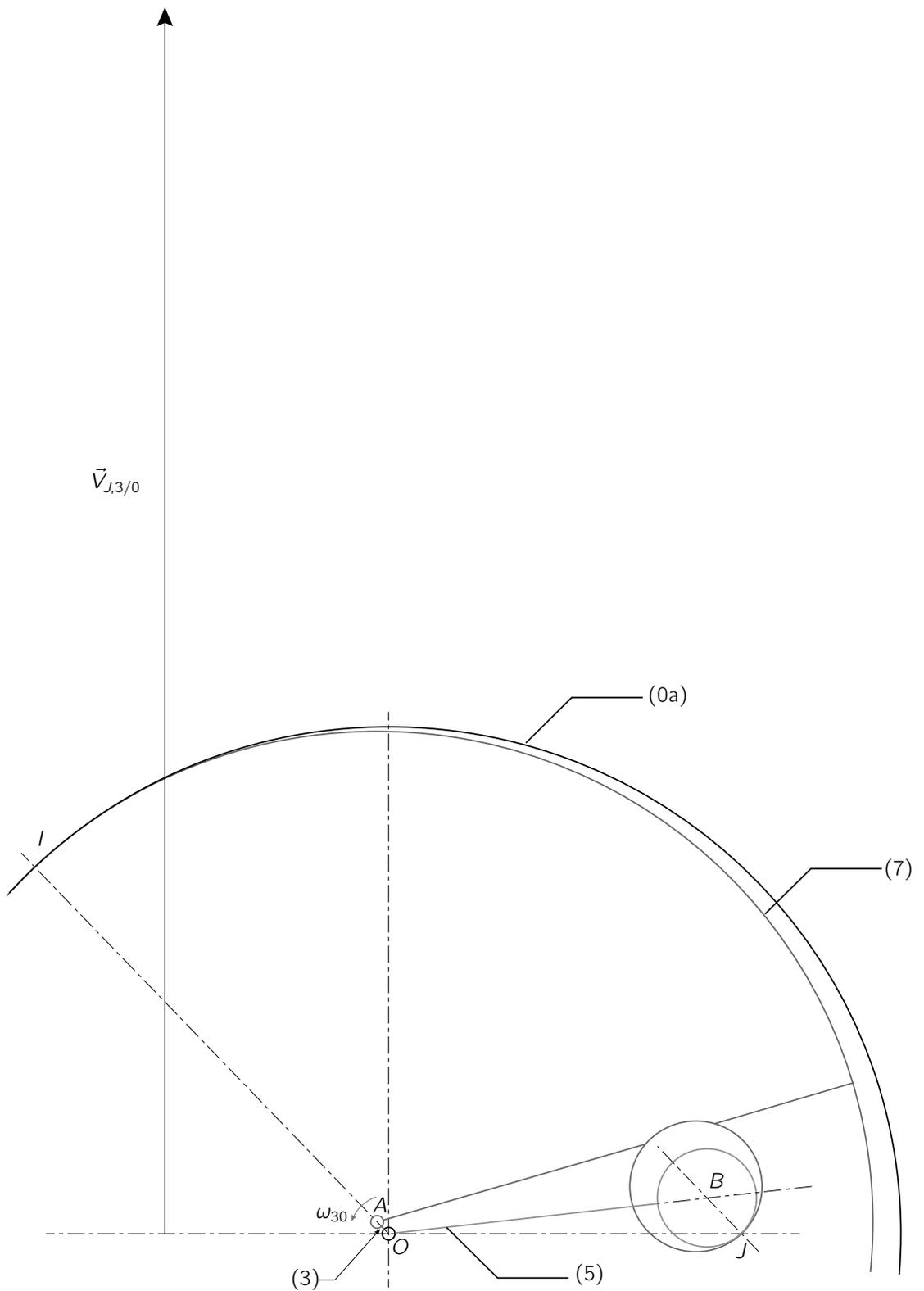
**Question 14** Direction du vecteur vitesse  $\vec{V}_{J,5/7}$  :

Justification :

NE RIEN ÉCRIRE

DANS CE CADRE

**Question 15** Tracé du vecteur vitesse  $\vec{V}_{J,5/0}$  :



NE RIEN ÉCRIRE

DANS CE CADRE

**Question 16** Estimation numérique du rapport  $1/R_{53}$  :

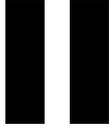
Commentaire :

**Question 17** Valeur de  $r_5$  :

Expression du module minimum :  $m_{min} =$

Valeur du module minimum :  $m_{min} =$

## PARTIE



## Choix d'une précharge et d'un accouplement

**Question 18** Lien entre  $\delta_I^0$ ,  $\delta_{II}^0$ ,  $\delta_a^0$  et la précharge  $p$  :

**Question 19** Premier lien entre  $\delta_I^0$  et  $\delta_a^0$  :

**Question 20** Second lien entre  $\delta_{II}^0$  et  $\delta_a^0$  :

**Question 21** Expressions de  $\delta_I^0$ ,  $\delta_{II}^0$  et  $\delta_a^0$  :

$$\delta_I^0 =$$

$$\delta_{II}^0 =$$

$$\delta_a^0 =$$

**Question 22** Expressions de  $\delta_I$ ,  $\delta_{II}$  et  $\delta_a$  fonction de  $\delta_I^0$ ,  $\delta_{II}^0$ ,  $\delta_a^0$ ,  $\Delta_I$  et  $\Delta_{II}$  :

$$\delta_I =$$

$$\delta_{II} =$$

$$\delta_a =$$

**Question 23** Expressions liant  $\delta_I$ ,  $\delta_{II}$ ,  $\delta_a$ ,  $\Delta_I$  et  $\Delta_{II}$ , et l'action appliquée  $A$  :

Relation 1 :

Relation 2 :

**Question 24** Nombre d'inconnues :

Nombre d'équations :

**Question 25** Effort de tension dans le ressort (I) :  $T_I =$

Effort extérieur critique :  $A_I^c =$

Effort de tension dans le ressort (II) :  $T_{II} =$

Effort extérieur critique :  $A_{II}^c =$

**Question 26** Signe de la précharge  $p$  (cocher la case) :   $p$  est positif   $p$  est négatif

Précharge à installer :  $|p| =$

**Question 27** Données techniques importantes :

**Question 28** Forme du tenseur des efforts de cohésion :

$$\mathcal{T}(coh) = \left\{ \begin{array}{c} \\ \\ \end{array} \right\}_{G, (\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})}$$

**Question 29** Moment de torsion :  $M_t(x) =$

**Question 30** Lien entre  $M_t$ ,  $I_0$ ,  $G$  et  $\phi(x)$  :

$M_t =$

**Question 31**  $\phi(L) =$

$k_t =$

NE RIEN ÉCRIRE

DANS CE CADRE

**Question 32** Applications numériques :

$$I_0 =$$

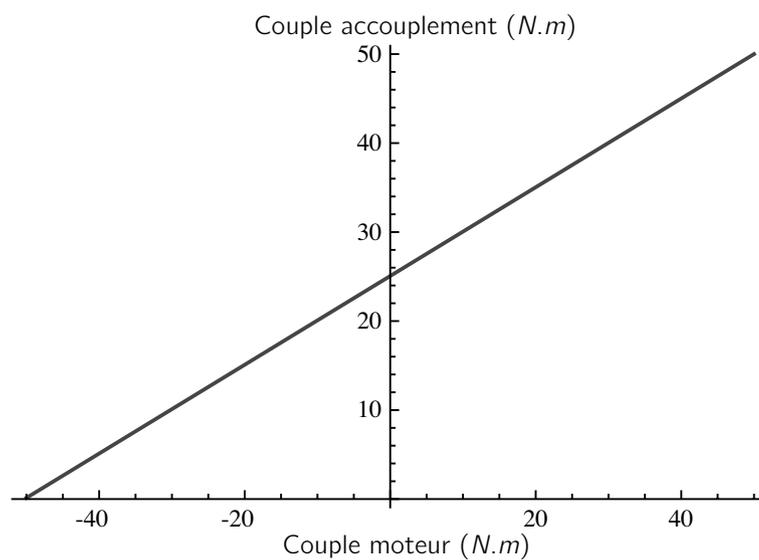
$$k_t =$$

**Question 33** Expression de  $k_a$  :  $k_a =$

Application numérique :  $k_a =$

**Question 34** Précharge à installer :  $|p| =$

**Question 35** Evolution du couple dans l'accouplement :



Conclusion :

## PARTIE

## Choix d'une solution de guidage

**Question 36** Choix du type de roulements :

Choix du type de montage :

**Question 37** Liaison en  $A$  :  $\mathcal{T}(0 \rightarrow 1) = \left\{ \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\}_{A, (\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})}$

Liaison en  $B$  :  $\mathcal{T}(0 \rightarrow 1) = \left\{ \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\}_{B, (\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})}$

**Question 38** Théorème utilisé et système isolé :

Point choisi :

Relations liant les inconnues statiques en  $A$ ,  $B$  et  $D$  au couple moteur  $C_m$  :

Calcul de toutes les inconnues?  Oui  Non

Justification :

NE RIEN ÉCRIRE

DANS CE CADRE

**Question 39** Expression des inconnues en fonction de  $C_m$  et  $r_1, a, b, \alpha, \gamma$  :

$$Y_{01}^A =$$

$$Z_{01}^A =$$

$$Y_{01}^B =$$

$$Z_{01}^B =$$

**Question 40** Expressions de  $F_a^A$  et  $F_a^B$  :

$$F_a^A =$$

$$F_a^B =$$

Applications numériques :

$$F_a^A =$$

$$F_a^B =$$

**Question 41** Charges radiales équivalentes :

$$P^A =$$

$$P^B =$$

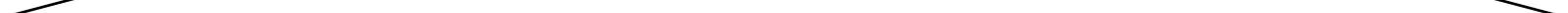
**Question 42** Expression de la durée de vie en  $10^6$  tours :  $L =$

Durée de vie en heures :  $L_h =$

Commentaire :

**NE RIEN ÉCRIRE**

**DANS CE CADRE**



**NE RIEN ÉCRIRE**

**DANS CE CADRE**



Académie : \_\_\_\_\_ Session : \_\_\_\_\_ Modèle EN.

Examen ou Concours : \_\_\_\_\_ Série\* : \_\_\_\_\_

Spécialité/option : \_\_\_\_\_ Repère de l'épreuve : \_\_\_\_\_

Épreuve/sous-épreuve : \_\_\_\_\_

NOM : \_\_\_\_\_

(en majuscules, suivi, s'il y a lieu, du nom d'épouse)

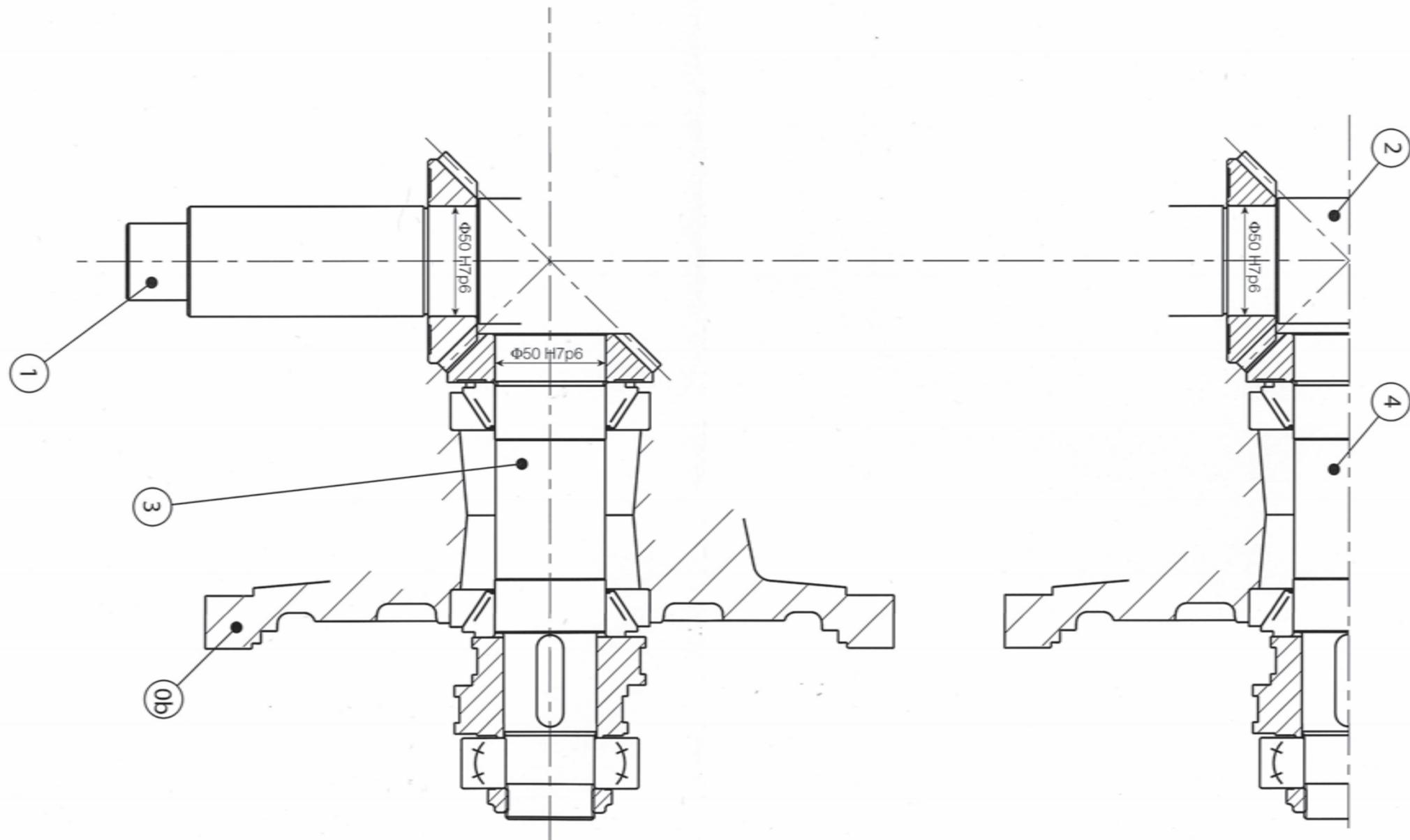
Prénoms : \_\_\_\_\_ N° du candidat

Né(e) le \_\_\_\_\_ (le numéro est celui qui figure sur la convocation ou la liste d'appel)

NE RIEN ÉCRIRE

DANS LA PARTIE BARRÉE

145



Echelle 1:2

D

DANS CE CADRE  
NE RIEN ÉCRIRE