teaching sciences UPSTI for innovation

Proposition de corrigé

Concours : Concours Commun INP

Année : 2022

Filière : MP

Épreuve : Sciences Industrielles pour l'Ingénieur

Ceci est une proposition de corrigé des concours de CPGE, réalisée bénévolement par des enseignants de Sciences Industrielles de l'Ingénieur et d'Informatique, membres de l'UPSTI (Union des Professeurs de Sciences et Techniques Industrielles), et publiée sur le site de l'association :

https://www.upsti.fr/espace-etudiants/annales-de-concours

A l'attention des étudiants

Ce document vous apportera des éléments de corrections pour le sujet traité, mais n'est ni un corrigé officiel du concours, ni un corrigé détaillé ou exhaustif de l'épreuve en question.

L'UPSTI ne répondra pas directement aux questions que peuvent soulever ces corrigés : nous vous invitons à vous rapprocher de vos enseignants si vous souhaitez des compléments d'information, et à vous adresser à eux pour nous faire remonter vos éventuelles remarques.

Licence et Copyright

Toute représentation ou reproduction (même partielle) de ce document faite sans l'accord de l'UPSTI est **interdite**. Seuls le téléchargement et la copie privée à usage personnel sont autorisés (protection au titre des droits d'auteur).

En cas de doute, n'hésitez pas à nous contacter à : corrigesconcours@upsti.fr.

Informez-vous !

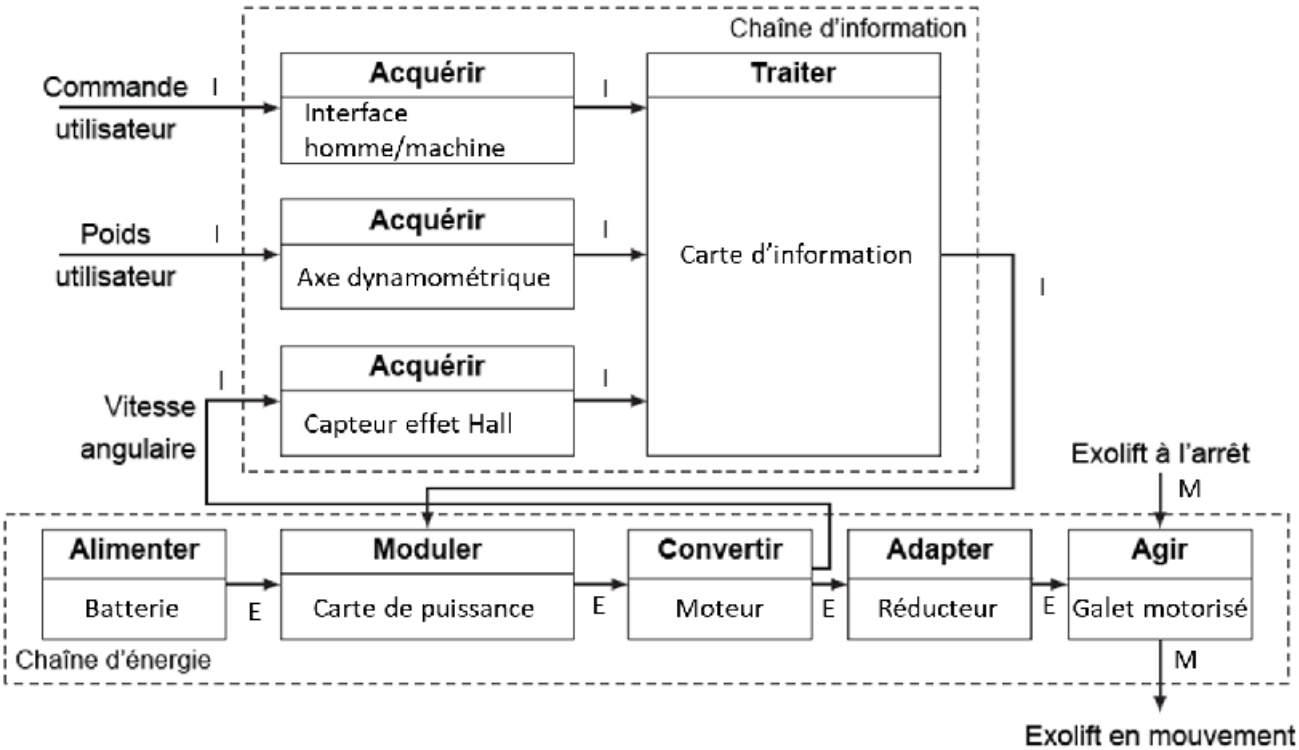
Retrouvez plus d'information sur les Sciences de l'Ingénieur, l'orientation, les Grandes Ecoles ainsi que sur les Olympiades de Sciences de l'Ingénieur et sur les Sciences de l'Ingénieur au Féminin sur notre site : www.upsti.fr

L'équipe UPSTI

Exolift, système d'aide à la montée d'échelle au sein d'un parc éolien

Corrigé UPSTI

Question 1 Compléter la chaîne structurelle de l'Exolift en précisant le nom des composants et la nature des flux échangés (I pour information, E pour énergie et M pour matière).



I - Étude du fonctionnement général du système

I.1 - Loi de commande

Objectif : analyser la génération de la consigne de vitesse (exigence 1.3.3.3).

Question 2 Quel est le comportement de l'Exolift en descente lorsque l'utilisateur se laisse pendre et ne touche pas l'échelle ?

Si l'utilisateur se laisse pendre et ne touche pas l'échelle, alors $F_m = P_u$ et on lit alors $v = 0$. L'Exolift est alors bloqué et l'utilisateur est à l'arrêt.

Question 3 Partant du point de vitesse de consigne B, en montée, quel sera le comportement de l'Exolift si l'utilisateur ralentit ? Et s'il accélère ?

A partir du point B :

©UPSTI - Toute reproduction interdite sans l'autorisation de l'UPSTI

- Si l'utilisateur ralentit alors l'Exolift va supporter un poids plus important, dépassant 0,8 P_u et alors se mettre à l'arrêt.
- Si l'utilisateur accélère alors l'Exolift va supporter un poids moins important et sa vitesse va alors augmenter.

Question 4 Compléter l'expression de la loi de vitesse $v(F_m)$: $v(F_m) = v_{max}u(F_m - 0{,}05\,P_u) \pm \cdots$ sous forme de combinaison linéaire de la fonction u décalée (par exemple, $u(F_m - F_1)$ pour la fonction décalée de F_1) en fonction des vitesses v_{max}, v_{min} et des différents taux du poids de l'utilisateur.

$$v(F_m) = v_{max}u(F_m - 0{,}05\,P_u) + \frac{v_{min} - v_{max}}{0{,}5\,P_u}F_m u(F_m - 0{,}3\,P_u) - \left(\frac{v_{min} - v_{max}}{0{,}5\,P_u}F_m + v_{min}\right)u(F_m - 0{,}8\,P_u)$$

I.2 - Étude de l'opération de pesée

Objectif : analyser le déroulement de la pesée initiale (exigence 1.3.3.1).

Question 5 Compléter le DR2 en indiquant, pour chaque instant, les leds allumées ainsi que les valeurs de `Pmes` et `défaut`.

instants	$t = 0$ s	$t = 1$ s	$t = 2$ s	$t = 3$ s	$t = 4$ s
leds	○ ● ● ● ○	○ ● ○ ○ ○	○ ● ● ○ ○	○ ● ● ● ○	⊗ ⊗ ⊗ ⊗ ⊗
Pmes	0	0	0	0	0
défaut	0	0	0	0	1

instants	$t = 5$ s	$t = 6$ s	$t = 7$ s	$t = 8$ s	$t = 9$ s
leds	⊗ ⊗ ⊗ ⊗ ⊗	⊗ ⊗ ⊗ ⊗ ⊗	○ ● ● ● ○	○ ● ○ ○ ○	○ ● ● ○ ○
Pmes	0	0	0	0	0
défaut	1	1	0	0	0

instants	$t = 10$ s	$t = 11$ s	$t = 12$ s	$t = 13$ s	$t = 14$ s
leds	○ ● ● ● ○	● ● ● ● ●	● ● ● ● ●	● ● ● ● ●	○ ● ● ● ○
Pmes	0	1	1	1	1
défaut	0	0	0	0	0

Remarque : Il y a une erreur dans le diagramme d'état fourni dans l'énoncé. En effet avec la structure proposée, dans le Diagramme d'états de l'état composite pesée, dès lors que la variable `défaut` ou `Pmes` est mise à 1 cela valide directement la transition « `Pmes=1 ou défaut=1` » du diagramme global. Sans allumer toute les leds en rouge ou vert pendant 3 secondes.

Il aurait été plus juste alors d'utiliser la commande `exit/` avant l'affectation des variables plutôt que `entry/` afin de bien patienter 3s avant de passer à la suite du diagramme.

©UPSTI - Toute reproduction interdite sans l'autorisation de l'UPSTI

II - Étude de la chaîne d'information (Informatique Pour Tous)

Objectif : mettre en place le traitement des informations reçues de l'axe dynamométrique afin de les rendre utilisables par la carte de commande.

II.1 - Étalonnage de l'axe dynamométrique

Objectif : déterminer le modèle de comportement du capteur afin de déterminer la relation entre la tension sortie du capteur et l'effort Fm recherché (exigence 1.3.3.1.1).

Question 6 Donner l'expression de ε_i en fonction de a, b, P_i et de u_i .

$$\varepsilon_i = u_i - u(P_i) = u_i - a * P_i - b$$

Remarque : ε_i étant sommé au carré dans S, on pouvait aussi définir $\varepsilon_i = u(P_i) - u_i$.

Question 7 Proposer deux instructions permettant d'affecter les variables `SPP` puis `SPu` représentant S_{PP} et S_{P_u} en utilisant les tableaux `P` et `u`, les fonctions de `numpy` et sans faire de boucle.

```
SPP=np.dot(P,P)
SPu=np.dot(P,u)
```

Question 8 Proposer deux instructions permettant d'affecter les variables `SP` puis `Su` représentant S_P et S_u en utilisant les tableaux `P` et `u`, les fonctions de `numpy` et sans faire de boucle.

```
SP=np.sum(P)
Su=np.sum(u)
```

Question 9 Proposer des instructions permettant d'affecter les variables `a` puis `b` représentant a et b en utilisant les tableaux `P` et `u` et les variables précédemment définies.

```
N=len(P)
a=(N*SPu-SP*Su)/(N*SPP-SP**2)
b=(SP*SPu-SPP*Su)/( SP**2-N*SPP)
```

Question 10 En considérant les variables `a` et `b` affectées, proposer des instructions permettant de tracer uniquement les points et la droite de la figure 9. Dans la fonction `plot`, l'argument supplémentaire 'o' permet de ne pas relier les points par une droite.

```
plt.new()
plt.plot(P,u,'o')
plt.plot(P,a*P+b)
plt.show()
```

II.2 - Filtrage de la tension de sortie du capteur

Objectif : analyser deux types de filtre (exigence 1.3.3.1.2).

II.2.a - Filtrage par moyenne glissante

Question 11 Compléter le tableau du DR3 en utilisant la méthode de la moyenne glissante pour $n = 3$ avec le tableau u donné contenant 5 éléments.

©UPSTI - Toute reproduction interdite sans l'autorisation de l'UPSTI

i	0	1	2	3	4
u_i	-2	0	-1	2,5	3
u_i^f	-2	-1	-1	0,5	1,5

Question 12 Créer la fonction `filtre_mg(u,n)` qui prend pour argument `u`, un tableau de mesures à filtrer et `n` l'ordre de la moyenne glissante et renvoie un tableau de mesures filtrées par cette méthode.

Deux propositions de fonction :

```
def filtre_mg(u,n):
    uf=np.ones(len(u))
    for i in range(len(u)):
        s=0
        if i<n-1:
            for j in range(i+1):
                s+=u[j]
            uf[i]=(s/(i+1))
        else:
            for j in range(i-n+1,i+1):
                s+=u[j]
            uf[i]=(s/n)
    return uf
```

```
def filtre_mg(u,n):
    uf=np.ones(len(u))
    for i in range(len(u)):
        if i<n-1:
            uf[i]=(np.sum(u[:i+1])/(i+1))
        else:
            uf[i]=(np.sum(u[i-n+1:i+1])/n)
    return uf
```

Question 13 Quelle est l'influence de l'ordre n sur la qualité du filtrage

Si n est trop faible, alors le bruit de mesure est atténué mais non supprimé (cas où $n = 20$). Par contre si n est trop grand, alors c'est toute la courbe qui est lissée, faisant disparaitre également les oscillations propres du signal.

II.2.b - Filtrage par filtre passe-bas

Question 14 Donner l'expression de u_{i+1}^f en fonction de u_i^f, u_i, t_{i+1}, t_i et de τ en utilisant la méthode d'Euler explicite. Proposer une valeur pour u_0^f.

La méthode d'Euler explicite revient à approximer la dérivé $\frac{du_f(t)}{dt}$ par $\frac{u_{i+1}^f - u_i^f}{t_{i+1} - t_i}$. L'équation différentielle devient donc :

$$\tau * \frac{u_{i+1}^f - u_i^f}{t_{i+1} - t_i} + u_i^f = u_i$$

soit

$$u_{i+1}^f = u_i^f + \frac{(t_{i+1} - t_i)(u_i - u_i^f)}{\tau}$$

Initialement on prendre $u_0^f = u_0$

Question 15 Créer la fonction `filtre_pb(u,temps,f)` qui prend pour argument un tableau `u` des mesures à filtrer, un tableau `temps`, de même dimension, représentant le temps et `f` la fréquence de coupure du filtre passe-bas et qui renvoie un tableau des mesures filtrées par cette méthode.

```
def filtre_pb(u,temps,f):
    uf=np.ones(len(u))
    uf[0]=u[0]
    for i in range(len(u)-1):
        uf[i+1]=uf[i]+f*2*np.pi()*(temps[i+1]-temps[i])*(u[i]-uf[i])
    return uf
```


©UPSTI - Toute reproduction interdite sans l'autorisation de l'UPSTI

Question 16 Quelle est l'influence de la fréquence de coupure f sur la qualité du filtrage ?

Plus la fréquence de coupure est faible, plus les hautes fréquences sont atténuées. Il faut donc la choisir judicieusement pour réduite les oscillations indésirables (qui ont une fréquence élevée) et conserver la fréquence propre.

II.2.c - Comparaison des méthodes

Question 17 Comparer la complexité temporelle asymptotique des deux méthodes.

La méthode du filtrage par moyennes glissante est de complexité $o(n * N)$ alors que la méthode de filtrage par filtre passe bas est de complexité $o(N)$.

II.3 - Exploitation des données d'un étalonnage

Objectif : exploiter les données d'un étalonnage.

Question 18 Écrire une requête SQL qui donne le nombre d'étalonnages réalisés sur l'axe dynamométrique numéro 3.

```
SELECT COUNT(*)FROM etalonnage WHERE numero_capteur=3
```

Question 19 Écrire une requête SQL qui donne toutes les dates d'étalonnage et les valeurs du coefficient de corrélation des Exolift vendus à l'entreprise nommée XXX.

```
SELECT dates, R2 FROM etalonnage JOIN capteurs ON numero_capteur=num WHERE entreprise="XXX"
```

Question 20 Écrire une requête SQL qui donne le nom de l'entreprise et la moyenne des coefficients de corrélation de tous les étalonnages des Exolift vendus à chaque entreprise. Le résultat sera classé par ordre alphabétique du nom de l'entreprise.

```
SELECT entreprise, AVG(R2) AS "Moyenne des coefficients de corrélation " FROM etalonnage JOIN capteurs ON numero_capteur=num GROUP BY entreprise ORDER BY entreprise
```

III - Étude de la chaîne d'énergie

Objectif : modéliser le comportement dynamique du système afin d'analyser son comportement face à une perturbation (exigence 1.3.2).

III.1 - Dynamique du système

Objectif : déterminer la fonction de transfert associée au comportement dynamique du système.

Question 21 En isolant l'Exolift et l'utilisateur et en précisant le théorème utilisé, déterminer la relation entre les efforts $F_{s\to ex}$, $F_{u\to ec}$, la vitesse $v(t)$ et les données.

On isole l'ensemble {Exolift + Utilisateur} et on applique le théorème de la résultante dynamique en projection selon $\vec{z}$.

Le bilan des forces donne :

- $\overrightarrow{F_{s\to ex}}.\vec{z} = F_{s\to ex}$

©UPSTI - Toute reproduction interdite sans l'autorisation de l'UPSTI

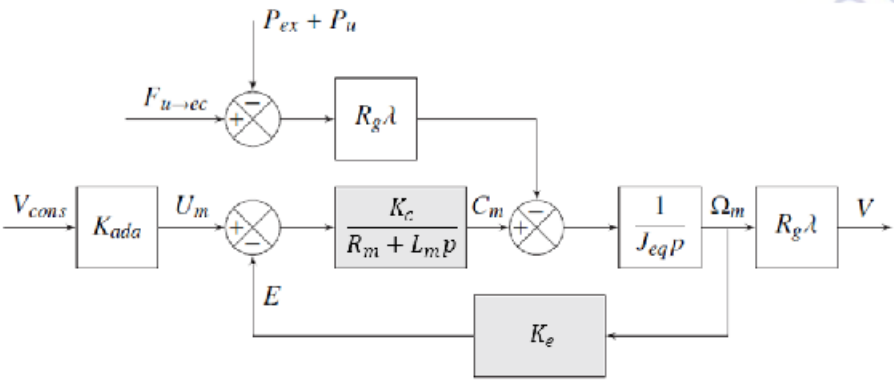
- $\overrightarrow{F_{ec\to u}}.\vec{z} = -\overrightarrow{F_{u\to ec}}.\vec{z} = F_{u\to ec}$
- $\overrightarrow{P_{g\to chassis}}.\vec{z} = -m_e g$
- $\overrightarrow{P_{g\to utilisateur}}.\vec{z} = -m_u g$
- La glissière entre le châssis et la sangle ne transmet pas d'effort suivant $\vec{z}$

Soit donc :

$$F_{s\to ex} + F_{u\to ec} - (m_u + m_e)g = (m_u + m_e)\dot{v}(t)$$

III.2 - Modélisation de la motorisation

Question 22 Dans les conditions de Heaviside, compléter les blocs grisés du schéma-blocs du DR4 modélisant le comportement du moteur électrique.



Question 23 Déterminer l'expression littérale puis numérique de l'inertie équivalente J_e de l'ensemble {arbre moteur, réducteur, galet} ramenée sur l'arbre moteur.

Déterminons l'énergie cinétique de E = {arbre moteur, réducteur, galet} :

$$E_c(E/R_0) = E_c(arbre/R_0) + E_c(red/R_0) + E_c(galet/R_0)$$
$$= \frac{1}{2}(J_m\omega_m^2 + J_r\omega_r^2 + J_g\omega_r^2)$$
$$= \frac{1}{2}(J_m\omega_m^2 + (J_g + J_r)\lambda^2\omega_m^2)$$
$$= \frac{1}{2}(J_m + (J_g + J_r)\lambda^2)\omega_m^2$$

D'où $J_e = J_m + (J_g + J_r)\lambda^2$

AN : $J_e = 1{,}9 \times 10^{-4} + \frac{(62{,}6\times10^{-6} + 1{,}9\times10^{-2})}{30^2} = 2{,}1 \times 10^{-4}\,\mathrm{kg.m^2}$

Question 24 En négligeant la tension du brin mou de la sangle et en supposant les liaisons parfaites, déterminer l'expression des puissances extérieures à l'ensemble {arbre moteur, réducteur, galet}.

$$P_{\bar{E}\to E/R_0} = P_{mot\to arbre/R_0} + P_{chassis\to arbre/R_0} + P_{chassis\to galet/R_0} + P_{sangle\to galet/R_0}$$

- $P_{mot\to arbre/R_0} = C_m\omega_m$
- $P_{chassis\to arbre/R_0} = P_{chassis\to galet/R_0} = 0$ car les liaisons sont parfaites
- $P_{sangle\to galet/R_0} = \overrightarrow{F_{s\to ex}}.\overrightarrow{V_{ex/R_0}} = vF_{s\to ex}$

D'où :

©UPSTI - Toute reproduction interdite sans l'autorisation de l'UPSTI

$$P_{\bar{E}\to E/R_0} = C_m\omega_m + vF_{s\to ex} = \left(\frac{C_m}{R_g\lambda} + F_{s\to ex}\right)v$$

Question 25 En appliquant le théorème énergie-puissance à l'ensemble {arbre moteur, réducteur, galet}, déterminer la relation entre c_m, $F_{s\to ex}$, la vitesse $v(t)$ et les données.

D'après le théorème de l'énergie-puissance :

$$\frac{dE_c(E/R_0)}{dt} = P_{\bar{E}\to E/R_0} + P_{int}(E)$$

Or les liaisons internes sont parfaites donc $P_{int}(E) = 0$

Donc

$$J_e\omega_m\dot{\omega}_m = \left(\frac{C_m}{R_g\lambda} + F_{s\to ex}\right)v$$

Remarque : Il est probable qu'il y ait une erreur d'énoncé puisqu'il semble plus pertinent (pour les questions suivantes) d'exprimer la relation entre c_m, $F_{s\to ex}$ et la vitesse de rotation $\omega_m(t)$ et de son dérivé. On obtient alors :

$$J_e\omega_m\dot{\omega}_m = \left(C_m + R_g\lambda F_{s\to ex}\right)\omega_m \Rightarrow J_e\dot{\omega}_m = C_m + R_g\lambda F_{s\to ex}$$

Question 26 En utilisant les résultats des **Q21** et **Q25** et le schéma-blocs du DR4, déterminer l'expression de J_{eq} en fonction de J_e , m_e , m_u, λ et de R_g.

D'après le DR4, $\Omega_m(p) = \frac{1}{J_{eq}p}\left(C_m - R_g\lambda(F_{u\to ex} - P_{ex} - P_u)\right) \Rightarrow J_{eq}\dot{\omega}_m(t) = C_m - R_g\lambda(F_{u\to ex} - P_{ex} - P_u)$

Or d'après Q25 :

$$J_e\dot{\omega}_m = C_m + R_g\lambda F_{s\to ex}$$

Et en remplacent $F_{s\to ex}$ à partir de la relation déterminée Q21 :

$$J_e\dot{\omega}_m = C_m + R_g\lambda\left((m_u + m_e)\dot{v} + (m_u + m_e)g - F_{u\to ec}\right)$$

$$\Rightarrow J_e\dot{\omega}_m - R_g\lambda(m_u + m_e)\dot{v} = C_m - R_g\lambda(F_{u\to ec} - P_{ex} - P_u)$$

$$\Rightarrow \left(J_e - R_g^2\lambda^2(m_u + m_e)\right)\dot{\omega}_m = C_m - R_g\lambda(F_{u\to ec} - P_{ex} - P_u)$$

Donc par identification :

$$J_{eq} = J_e - R_g^2\lambda^2(m_u + m_e)$$

Question 27 Déterminer l'expression littérale de la fonction de transfert $H_{pert}(p) = \frac{-V(p)}{F_{u\to ec}(p)}$ sous forme canonique en considérant les autres entrées nulles.

$$H_{pert}(p) = R_g^2\lambda^2\frac{\frac{1}{J_{eq}p}}{1 + \frac{K_cK_e}{(R_m + L_mp)J_{eq}p}} = R_g^2\lambda^2\frac{R_m + L_mp}{(R_m + L_mp)J_{eq}p + K_cK_e}$$

$$H_{pert}(p) = \frac{R_g^2\lambda^2R_m}{K_cK_e}\frac{1 + \frac{L_m}{R_m}p}{1 + \frac{R_mJ_{eq}}{K_cK_e}p + \frac{L_mJ_{eq}}{K_cK_e}p^2}$$

III.3 - Analyse de la stabilité

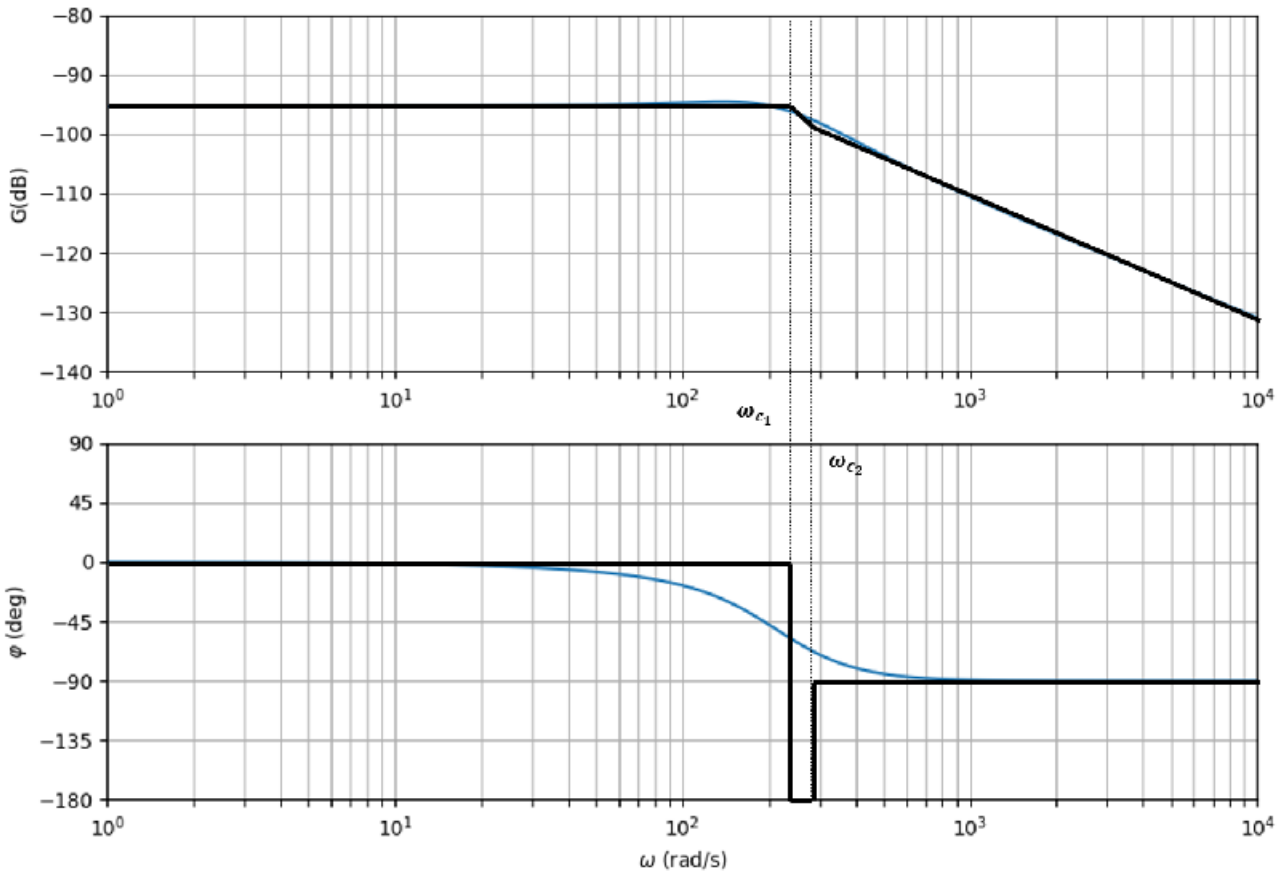
Question 28 Sur le DR5, réaliser les tracés des diagrammes de Bode asymptotiques et réels de $H_{pert}(j\omega)$.

©UPSTI - Toute reproduction interdite sans l'autorisation de l'UPSTI

Dans les basses pulsation le diagramme de gain admet une asymptote horizontale de valeur $20\log(1{,}7\times10^{-5}) = -95{,}4\ dB$.

La première pulsation de coupure est pour le second ordre avec $\omega_{c_1} = 218\ rad.s^{-1}$. La pente est alors de $-40\ dB/dec$. $z = 0{,}65 < 0{,}7$ il y aura donc une faible résonance.

La seconde pulsation de coupure est pour le second ordre avec $\omega_{c_2} = \frac{1}{3{,}5\times10^{-3}} = 286\ rad.s^{-1}$. La pente passe alors à $-20\ dB/dec$.



Question 29 Déterminer la valeur numérique de la fréquence de sollicitation de l'Exolift.

A chaque changement de barreaux par l'utilisateur, on peut supposer que la charge supportée par l'Exolift va augmenter puisque l'utilisateur va relâcher le force d'exerce une de ses mains sur l'échelle.

Pour une vitesse moyenne de $0{,}4\ m.s^{-1}$, les barreaux étant espacés de 0,4 m, il y aura un changement de barreau toute les $\frac{0{,}4}{0{,}4} = 1s$, soit une fréquence de 1 Hz.

Question 30 Quel sera le comportement de l'Exolift soumis à cette sollicitation ? Conclure sur le respect de l'exigence 1.3.2.

A une fréquence de $6{,}3\ rad.s^{-1}$ (1Hz), aucune résonance n'est observée, ce qui valide l'exigence 1.3.2.

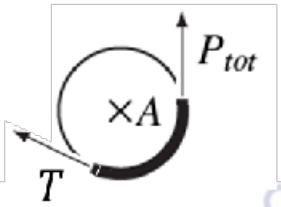
IV - Assurer la sécurité du technicien

Objectif : déterminer les contraintes liées au montage de la sangle (exigence 1.3.3).

©UPSTI - Toute reproduction interdite sans l'autorisation de l'UPSTI

Question 31 En isolant un galet de renvoi et la partie de la sangle en contact avec lui, montrer que le galet de renvoi ne modifie pas la valeur de la tension dans la sangle.

On isole le galet de renvoi en A.



Celui-ci est soumis à 3 actions mécanique : la tension en aval de la poulie T, la tension en amont P_{tot} et l'action de la pivot en A.

La masse du galet étant négligée, on peut donc utiliser le théorème du moment statique en A suivant $\vec{y}$:

$$RP_{tot} - RT = 0 \Rightarrow P_{tot} = T$$

La tension de la sangle n'est donc pas modifiée par les galets de renvoi.

Question 32 Montrer que le moment élémentaire des actions mécaniques du galet motorisé sur la sangle au point O s'écrit $\overrightarrow{dM_O} = R_g \mathrm{d}F_t \vec{y}$.

$$\overrightarrow{dM_O} = \overrightarrow{OM} \wedge \overrightarrow{dF} = R_G \vec{n} \wedge \left(dF_n \vec{n} + dF_t \vec{t}\right) = R_g \mathrm{d}F_t \vec{y}$$

Question 33 Déterminer la vitesse de glissement au point M de la sangle par rapport au galet motorisé, notée $\vec{V}_{M,s/g}$, en fonction de ω_s et de ω_g. Justifier alors le sens de l'effort tangentiel $\mathrm{d}F_t$.

$$\vec{V}_{M,s/g} = \vec{V}_{M,s/0} - \vec{V}_{M,g/0} = \overrightarrow{MO} \wedge \vec{\Omega}_{s/0} - \overrightarrow{MO} \wedge \vec{\Omega}_{g/0}$$
$$= -R_g \vec{n} \wedge (\omega_s - \omega_g)\vec{y} = +R_g(\omega_s - \omega_g)\vec{t}$$

C'est le galet qui entraine la sangle, donc $\omega_g > \omega_s$, donc $\vec{V}_{M,s/g}$ est suivant $-\vec{t}$.

D'après la loi de Coulomb, la composante tangentielle de $g \to s$ s'oppose à la vitesse de glissement de s/g donc $dF_t > 0$.

Question 34 D'après la loi de Coulomb et dans les hypothèses d'étude, donner la relation entre $\mathrm{d}F_n$ et $\mathrm{d}F_t$.

D'après la loi de Coulomb $|dF_t| = f|dF_n|$ et comme l'effort normal est également positif (suivant $\vec{n}$) :

$$dF_t = f\,dF_n$$

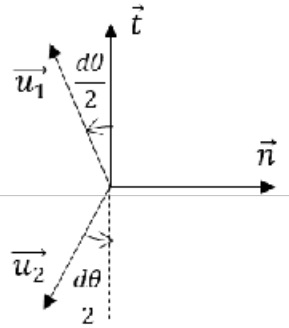
Question 35 En précisant le principe ou théorème appliqué sur l'élément de sangle, déterminer les relations qui relient les différents efforts aux paramètres du problème et en déduire l'expression des deux composantes élémentaires $\mathrm{d}F_n$ et $\mathrm{d}F_t$.

On isole le petit élément de sangle. Le problème est quasi-statique (vitesses constantes, masses et inerties négligées) on utilise donc le théorème de la résultante statique.

Bilan des actions mécanique : le petit élément de sangle est soumis à $\overrightarrow{dF}$, $\vec{T}$ et $\overrightarrow{T + dT}$

Le TRS donne donc :

$$dF_n \vec{n} + dF_t \vec{t} + T\overrightarrow{u_2} + (T + dT)\overrightarrow{u_1} = \vec{0}$$



Soit en projection suivant $\vec{n}$ et $\vec{t}$:

$$\begin{cases} dF_n + T\overrightarrow{u_2}.\vec{n} + (T + dT)\overrightarrow{u_1}.\vec{n} = 0 \\ dF_t + T\overrightarrow{u_2}.\vec{t} + (T + dT)\overrightarrow{u_1}.\vec{t} = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} dF_n - T\sin\frac{d\theta}{2} - (T + dT)\sin\frac{d\theta}{2} = 0 \\ dF_t - T\cos\frac{d\theta}{2} + (T + dT)\cos\frac{d\theta}{2} = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} dF_n = (2T + dT)\sin\dfrac{d\theta}{2} \\ dF_t = -dT\cos\dfrac{d\theta}{2} \end{cases}$$

Question 36 Montrer qu'une linéarisation (développement limité) à l'ordre 1 permet d'obtenir le système linéaire suivant :

$$\begin{cases} \mathrm{d}F_n = T\,\mathrm{d}\theta \\ \mathrm{d}F_t = -\mathrm{d}T \end{cases}$$

La linéarisation à l'ordre 1 donne :

$$\begin{cases} 2T + dT \approx 2T \\ \sin\dfrac{d\theta}{2} \approx \dfrac{d\theta}{2} \\ \cos\dfrac{d\theta}{2} \approx 1 \end{cases}$$

Ce qui donne bien

$$\begin{cases} \mathrm{d}F_n = T\,\mathrm{d}\theta \\ \mathrm{d}F_t = -\mathrm{d}T \end{cases}$$

Question 37 fc En utilisant la relation obtenue à la **Q34**, déterminer l'expression de $T(\theta)$, tension dans la sangle à l'angle d'enroulement θ, en fonction du poids P_{tot} de l'ensemble à soulever appliqué à la sangle tel que $T(\theta = \theta_{min}) = P_{tot}$.

La combinaison des deux équations précédant avec la loi de Coulomb donne l'équation différentielle suivante :

$$-\mathrm{d}T = fT\,\mathrm{d}\theta$$

Deux méthodes pour résoudre cette équation différentielle sont proposées :

$$\Rightarrow \frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}\theta} + fT = 0$$

C'est une équation différentielle d'ordre 1 dont les solutions sont de la forme :

$$T(\theta) = K\,e^{-f\theta}$$

Or

$$T(\theta_{min}) = P_{tot} = K\,e^{-f\theta_{min}}$$

$$\Rightarrow K = P_{tot}e^{f\theta_{min}}$$

Donc finalement

$$T(\theta) = P_{tot}\,e^{-f(\theta-\theta_{min})}$$

$$\Rightarrow \frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{T}} = -f\mathrm{d}\theta$$

On intègre entre θ_{min} et θ :

$$\int_{T(\theta_{min})}^{T(\theta)} \frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{T}} = -f\int_{\theta_{min}}^{\theta} \mathrm{d}\theta$$

$$\Rightarrow [\ln T]_{P_{tot}}^{T(\theta)} = -f[\theta]_{\theta_{min}}^{\theta}$$

$$\Rightarrow \ln T(\theta) - \ln P_{tot} = -f(\theta - \theta_{min})$$

$$\Rightarrow \ln\frac{T(\theta)}{P_{tot}} = -f(\theta - \theta_{min})$$

$$\Rightarrow T(\theta) = P_{tot}\,e^{-f(\theta-\theta_{min})}$$

Question 38 En déduire l'expression littérale du couple transmissible C_t par adhérence du galet sur la sangle à la limite de l'adhérence en fonction de R_g, P_{tot}, f et de α.

D'après la Q32 $\overrightarrow{dM_O} = R_g\mathrm{d}F_t\vec{y}$

Soit :

$$C_t = \int_{\theta_{min}}^{\theta_{max}} \overrightarrow{dM_O}.\vec{y} = \int_{\theta_{min}}^{\theta_{max}} R_g\mathrm{d}F_t = -R_g\int_{\theta_{min}}^{\theta_{max}} \mathrm{d}T \quad (\text{d'après Q36})$$

$$\Rightarrow C_t = -R_g[T(\theta)]_{\theta_{min}}^{\theta_{max}} = -R_g P_{tot}\left(e^{-f(\theta_{max}-\theta_{min})} - e^{-f(\theta_{min}-\theta_{min})}\right)$$

$$\Rightarrow C_t = -R_g P_{tot}\left(e^{-f\alpha} - 1\right)$$

$$\Rightarrow C_t = R_g P_{tot}\left(1 - e^{-f\alpha}\right)$$

Question 39 À partir de la figure 17, justifier l'utilisation d'un contre-poids à fixer sur l'extrémité basse du brin mou de la sangle.

La figure 17 montre qu'en fonction du poids P_{tot} (et donc du poids de l'utilisateur) la tension dans le brin mou est comprise entre 20 et 40 N. Si cette tension n'est pas compensée par un contre-poids alors la sangle glissera sur le galet, ce qui signifierait la chute de l'utilisateur !

Question 40 Déterminer l'effort dans le brin mou de la sangle.

$$P_{cp} = P_{masse} + P_{sangle} = m_{masse}g + \mu L g$$

AN :

$$P_{cp} = (4 + 2 \times 0{,}07) \times 9{,}81 = 40N$$

Question 41 En déduire l'angle d'enroulement nécessaire au respect de l'exigence 1.3.3 sachant que l'Exolift a une masse de 12 kg. Valider alors le choix de l'angle d'enroulement du constructeur.

La masse totale que doit supporter le système d'enroulement est de $130 + 12 = 142$ kg, soit $P_{tot} \approx 1420$ N. (pour $g \approx 10\ ms^{-2}$)

D'après la figure 17, pour une masse de 1420 N, la tension dans le brin mou sera à 40 N pour un angle d'enroulement de 228°.

L'angle d'enroulement adopté par le constructeur est de 232° ce qui laisse donc une marge de sécurité de 4°. Le choix de l'angle d'enroulement est validé.

Question 42 Le constructeur a choisi d'utiliser un réducteur irréversible. Justifier ce choix vis-à-vis de la sécurité de l'utilisateur.

Les questions précédentes ont montré qu'il n'y avait pas de risque de glissement de la sangle sur le galet motorisé, mais il faut aussi empêcher que le poids P_{tot} ne soit transmis au moteur et que la chaine d'énergie soit parcourue en sens inverse. Cela pourrait endommager les systèmes électriques de la chaine d'énergie et surtout faire chuter l'utilisateur. Le choix d'un réducteur permet de bloquer le système en cas de flux d'énergie contraire et donc garantit la sécurité de l'utilisateur.

©UPSTI - Toute reproduction interdite sans l'autorisation de l'UPSTI