teaching sciences for innovation

Proposition de corrigé

Concours : Banque PT

Année : 2022

Filière : PT

Épreuve : Sciences Industrielles A

Ceci est une proposition de corrigé des concours de CPGE, réalisée bénévolement par des enseignants de Sciences Industrielles de l'Ingénieur et d'Informatique, membres de l'UPSTI (Union des Professeurs de Sciences et Techniques Industrielles), et publiée sur le site de l'association :

https://www.upsti.fr/espace-etudiants/annales-de-concours

A l'attention des étudiants

Ce document vous apportera des éléments de corrections pour le sujet traité, mais n'est ni un corrigé officiel du concours, ni un corrigé détaillé ou exhaustif de l'épreuve en question.

L'UPSTI ne répondra pas directement aux questions que peuvent soulever ces corrigés : nous vous invitons à vous rapprocher de vos enseignants si vous souhaitez des compléments d'information, et à vous adresser à eux pour nous faire remonter vos éventuelles remarques.

Licence et Copyright

Toute représentation ou reproduction (même partielle) de ce document faite sans l'accord de l'UPSTI est **interdite**. Seuls le téléchargement et la copie privée à usage personnel sont autorisés (protection au titre des droits d'auteur).

En cas de doute, n'hésitez pas à nous contacter à : corrigesconcours@upsti.fr.

Informez-vous !

Retrouvez plus d'information sur les Sciences de l'Ingénieur, l'orientation, les Grandes Ecoles ainsi que sur les Olympiades de Sciences de l'Ingénieur et sur les Sciences de l'Ingénieur au Féminin sur notre site : www.upsti.fr

L'équipe UPSTI

Moteur Open Rotor

Corrigé UPSTI

PARTIE I-ETUDE DES ACTIONS MECANIQUES DANS LES AUBES

II - Détermination de la vitesse en extrémité

Objectif : Dans cette première partie, on étudie les actions mécaniques dans les aubes du moteur. On s'intéresse à l'influence du grand diamètre de l'Open Rotor sur le dimensionnement de celle-ci. Pour cela, on va quantifier les effets d'inertie sur une aube simplifiée et proposer un modèle permettant de vérifier la résistance de celle-ci. Les modèles proposés sont très simplifiés puisque, en particulier, **les effets aérodynamiques seront négligés dans tout le sujet**. Ils permettront néanmoins de toucher du doigt quelques-unes des problématiques liées aux aspects inertiels.

Question 1 Calculer la vitesse de croisière de l'avion Vmax en $m.s^{-1}$ puis en $km.h^{-1}$et la vitesse de rotation de croisière de la soufflante ω_{max} en $rad.s^{-1}$.

$V_{max} = 0.7 * 340 = 238\ m.s^{-1}$ soit $V_{max} = 238 * 3.6 = 856.8\ km.h^{-1}$

$$\omega_{max} = 800 * \frac{2\pi}{360} = 83.73\ rad.s^{-1}$$

Question 2 Exprimer la vitesse $\vec{V}_{C\in 2/0}$ de l'extrémité de l'aube par rapport au référentiel galiléen en fonction du paramètre R et des vitesses V et._. Exprimer la norme de cette vitesse, notée $V_C = \|\vec{V}_{C\in 2/0}\|$.

$$\begin{aligned}\vec{V}_{C\in 2/0} &= \vec{V}_{A\in 2/0} + \overrightarrow{CA} \wedge \vec{\Omega}_{2/0} \\ &= V(t)\vec{z}_0 - R\vec{x}_2 \wedge \dot{\theta}\vec{z}_0 \\ &= V(t)\vec{z}_0 + R\dot{\theta}\vec{y}_2\end{aligned}$$

La norme du vecteur vitesse $\vec{V}_{C\in 2/0}$ vaut : $\|\vec{V}_{C\in 2/0}\| = \sqrt{V^2(t) + (R\dot{\theta})^2}$

©UPSTI - Toute reproduction interdite sans l'autorisation de l'UPSTI

Question 3 En utilisant judicieusement un développement limité de la fonction racine carrée $\sqrt{1+x} \approx 1+\frac{1}{2}x$, si $x \ll 1$, calculer numériquement cette norme V_C dans le cas où $V = V_{max}$ et $\dot{\theta} = \omega_{max}$. Comparer cette vitesse à la vitesse du son et conclure.

$$\left\|\vec{V}_{C\in 2/0}\right\| = \sqrt{V^2(t) + (R\dot{\theta})^2}$$

$$= V_{max}\sqrt{1+\left(\frac{R\dot{\theta}}{V_{max}}\right)^2}$$

Le DL à l'ordre 1 de cette dernière expression donne :

$$\left\|\vec{V}_{C\in 2/0}\right\| = V_{max}\left[1 + 0.5\left(\frac{R\dot{\theta}}{V_{max}}\right)^2\right] + o\left(\frac{\dot{\theta}}{V_{max}}\right)$$

AN : $\left\|\vec{V}_{C\in 2/0}\right\| \approx 250 * \left[1 + 0.5\left(\frac{2*80}{240}\right)^2\right]$

$$\left\|\vec{V}_{C\in 2/0}\right\| \approx 305.5\ m.s^{-1}$$

$\left\|\vec{V}_{C\in 2/0}\right\|$ est de l'ordre de c.

III - Détermination des actions mécaniques en pied d'aube

Question 4 Ecrire formellement le principe fondamental de la dynamique appliqué à l'aube 2 dans son mouvement par rapport au référentiel galiléen et montrer qu'il permet de déterminer les actions de liaison recherchées.

Hypothèse d'étude : La gravité est négligée

On isole 2.

Le bilan des actions mécaniques est le suivant :

$$\tau_{(3\to 2)} = \left(\begin{matrix}\vec{F}_{(3\to 2)} \\ \vec{M}_{(B,3\to 2)}\end{matrix}\right)_{(B,R_1)}$$

Le PFD appliqué au système préalablement isolé donne :

$$\vec{F}_{(3\to 2)} = m_2\,\vec{\Gamma}_{G_2\in 2/0}$$

$$\vec{M}_{(B,3\to 2)} = \vec{\delta}_{(B\in 2/0)}$$

En déterminant l'accélération du centre de gravité G_2 $\vec{\Gamma}_{G_2\in 2/1}$ et le moment dynamique de $\vec{\delta}_{(B\in 2/0)}$, il est possible de déterminer les actions de liaisons recherchées.

©UPSTI - Toute reproduction interdite sans l'autorisation de l'UPSTI

Question 5 Exprimer la vitesse $\vec{V}_{G_2\in 2/0}$, puis l'accélération $\vec{\Gamma}_{G_2\in 2/0}$, du centre de gravité de l'aube par rapport à R_0 en fonction des paramètres r, R, des dérivées de V et $\dot{\theta}$. En déduire la résultante dynamique $\vec{R}_{d(2/0)}$.

$$\begin{aligned}\vec{V}_{G_2\in 2/0} &= \vec{V}_{A\in 2/0} + \overrightarrow{G_2A}\wedge\vec{\Omega}_{2/0}\\ &= V(t)\vec{z}_0 - \frac{1}{2}(R+r)\vec{x}_2\wedge\dot{\theta}\vec{z}_0\\ \vec{\Gamma}_{G_2\in 2/0} &= \dot{V}(t)\vec{z}_0 + \frac{1}{2}(R+r)\ddot{\theta}\vec{y}_2 - \frac{1}{2}(R+r)\dot{\theta}^2\vec{x}_2\end{aligned}$$

La résultante dynamique vaut :

$$\vec{R}_{d(2/0)} = m_2\left(\dot{V}(t)\vec{z}_0 + \frac{1}{2}(R+r)\ddot{\theta}\vec{y}_2 - \frac{1}{2}(R+r)\dot{\theta}^2\vec{x}_2\right)$$

Question 6 Exprimer le moment cinétique en G2, $\vec{\sigma}_{(G_2\in 2/0)}$, puis le moment dynamique en G2, $\vec{\delta}_{(G_2\in 2/0)}$, du solide 2 dans son mouvement par rapport à $\vec{\delta}_{(G_2\in 2/0)}$.

$$\begin{aligned}\vec{\sigma}_{(G_2\in 2/0)} &= \bar{\bar{I}}_{(G_2\in 2/0)}\cdot\vec{\Omega}_{2/0}\\ &= C_2\dot{\theta}\vec{z}_0\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\vec{\delta}_{(G_2\in 2/0)} &= \frac{d}{dt}\left(\vec{\sigma}_{(G_2\in 2/0)}\right)\\ &= C_2\ddot{\theta}\vec{z}_0\end{aligned}$$

Question 7 Exprimer la vitesse $\vec{V}_{B\in 2/0}$ du pied de l'aube par rapport au référentiel galiléen en fonction du paramètre r et des vitesses V et $\dot{\theta}$.

$$\vec{V}_{B\in 2/0} = \vec{V}_{A\in 2/0} + \overrightarrow{BA}\wedge\vec{\Omega}_{2/0}$$

$$= V(t)\vec{z}_0 - r\vec{x}_2\wedge\dot{\theta}\vec{z}_0$$

$$= V(t)\vec{z}_0 + r\dot{\theta}\vec{y}_2$$

Question 8 Exprimer le moment dynamique en B, $\vec{\delta}_{(B,2/0)}$, du solide 2 dans son mouvement par rapport à R_0. Le résultat sera donné en fonction de r, R, C_2, m_2 et des dérivées de V et $\dot{\theta}$.

$$\begin{aligned}\vec{\delta}_{(B,2/0)} &= \vec{\delta}_{(G_2\in 2/0)} + m_2\overrightarrow{BG_2}\wedge\vec{\Gamma}_{G_2\in 2/0}\\ &= C_2\ddot{\theta}\vec{z}_0 + \frac{1}{2}m_2(R-r)\vec{x}_2\wedge\left[\dot{V}(t)\vec{z}_0 + \frac{1}{2}(R+r)\ddot{\theta}\vec{y}_2 - \frac{1}{2}(R+r)\dot{\theta}^2\vec{x}_2\right]\\ &= C_2\ddot{\theta}\vec{z}_0 - \frac{1}{2}m_2(R-r)\dot{V}(t)\vec{y}_2 + \frac{1}{4}m_2(R^2-r^2)\ddot{\theta}\vec{z}_2\\ &= \left[C_2 + \frac{1}{4}m_2(R^2-r^2)\right]\ddot{\theta}\vec{z}_2 - \frac{1}{2}m_2(R-r)\dot{V}(t)\vec{y}_2\end{aligned}$$

©UPSTI - Toute reproduction interdite sans l'autorisation de l'UPSTI

Question 9 En supposant l'épaisseur e très petite devant les autres dimensions a et L, exprimer le moment d'inertie C_2 de l'aube 2 autour de l'axe $(G_2, \vec{z}_2)$ en fonction de m_2 et de L.

$$C_2 = \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \int_{-\frac{e}{2}}^{\frac{e}{2}} \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} (x^2 + y^2)\, dm$$

$$= \rho \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \int_{-\frac{e}{2}}^{\frac{e}{2}} \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} (x^2 + y^2)\, dx dy dz$$

$$= \rho.a.\left(e.\int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} x^2 dx + L.\int_{-\frac{e}{2}}^{\frac{e}{2}} y^2\, dy \right)$$

$$= \rho.a.\left(e.\frac{2}{3}.\frac{L^3}{8} + L.\frac{2}{3}.\frac{e^3}{8} \right)$$

$$= \frac{\rho.a.e.L}{12}(L^2 + e^2)$$

$$= \frac{m_2}{12}(L^2 + e^2)$$

Finalement : $C_2 \approx \frac{m_2}{12}.L^2$

Question 10 Déduire des résultats précédents les expressions de la résultante et du moment en B des actions mécaniques exercées par le rotor 3 sur le pied de l'aube 2 : $\vec{F}_{(3\to2)} = X_{32}\,\vec{x}_2 + Y32\,\vec{y}_2 + Z32\,\vec{z}_2$ et $\vec{M}_{(B,3\to2)} = L_{32}\,\vec{x}_2 + M32\,\vec{y}_2 + N32\,\vec{z}_2$

$$\vec{F}_{(3\to2)} = m_2\left(\dot{V}(t)\vec{z}_0 + \frac{1}{2}(R+r)\ddot{\theta}\vec{y}_2 - \frac{1}{2}(R+r)\dot{\theta}^2\vec{x}_2\right)$$

Par identification, il vient :

$$X_{32} = -\frac{1}{2}m_2(R+r)\dot{\theta}^2$$
$$Y_{32} = \frac{1}{2}m_2(R+r)\ddot{\theta}$$
$$Z_{32} = m_2\dot{V}$$

D'autre part : $\vec{M}_{(B,3\to2)} = \vec{\delta}_{(B,2/0)}$

On en déduit également par identification :

$L_{32} = 0$ (Effets aérodynamiques négligés)

$$M_{32} = -\frac{1}{2}m_2(R-r)\dot{V}(t)$$

$$N_{32} = \left[C_2 + \frac{1}{4}m_2(R^2 - r^2)\right]\ddot{\theta}$$

©UPSTI - Toute reproduction interdite sans l'autorisation de l'UPSTI

Question 11 Exprimer dans le cas de la phase d'accélération pendant le roulage les trois composantes L_{32}, M_{32} et N_{32} du moment précédent en fonction de la masse volumique ρ, des dimensions a, L et e et des accélérations a_{max} et $\ddot{\theta}_{max}$.

En phase d'accélération, pendant le roulage, les composantes du moment $\vec{M}_{(B,3\to2)}$ s'expriment en fonction de ρ, a, L, e, a_{max} et $\ddot{\theta}_{max}$ ainsi :

$$L_{32} = 0$$
$$M_{32} = -\frac{1}{2} m_2 L a_{max}$$
$$N_{32} = \frac{1}{12}\rho a e L^3 \ddot{\theta}_{max} + \frac{3}{4}\rho a e L^3 \ddot{\theta}_{max}$$

Question 12 Calculer numériquement les valeurs absolues des composantes $|L_{32}|$, $|M_{32}|$ et $|N_{32}|$.En les comparant au moment créé par une masse d'une tonne avec un bras de levier de 1 m, conclure quant au fait de négliger ces actions pour le dimensionnement des aubes.

Application numérique :

$$L_{32} = 0$$
$$|M_{32}| = \frac{1}{2} * 2000 * 30 * 10^{-2} * 2 * 10^{-2} * 1^2 * 5 = 30\ Nm$$
$$|N_{32}| = \frac{1}{12} * 2000 * 30 * 10^{-2} * 2 * 10^{-2} * 1^3 * 2 + \frac{3}{4} * 2000 * 30 * 10^{-2} * 2 * 10^{-2} * 1^3 * 2 = 20\ Nm$$

Moment créé par une masse d'une tonne avec un bras de levier de 1m :

$$M_{masse} = 10^3 * 10 * 1 = 10^4\ Nm$$

$$|M_{32}| \ll M_{masse} \text{ et } |N_{32}| \ll M_{masse}$$

On peut donc négliger les actions du rotor 3 sur l'aube 2 pour dimensionner les aubes.

Question 13 Déduire des résultats précédents que la seule composante non nulle de la résultante et du moment en B des actions mécaniques exercées par le rotor 3 sur le pied de l'aube 2 est $\vec{x}_2 . \vec{F}_{(3\to2)} = X_{32}$ et donner son expression en fonction de m2, L et $\dot{\theta}$.

En vitesse de croisière : $\dot{\theta} = cte \Rightarrow \ddot{\theta} = 0 \Rightarrow Y_{32} = 0$

$V = cte \Rightarrow \dot{V} = 0 \Rightarrow Z_{32} = 0$

Finalement, seul l'action X_{32} est non nulle avec :

$$|X_{32}| = \frac{3}{2}\rho a e L^2 \dot{\theta}^2$$

Application numérique :

$$|X_{32}| = \frac{3}{2} * 2000 * 30 * 10^{-2} * 2 * 10^{-2} * 80^2$$

$$\Rightarrow |X_{32}| = 115\,200\ N$$

©UPSTI - Toute reproduction interdite sans l'autorisation de l'UPSTI

IV - Etude des actions mécaniques dans une aube

Question 14 Par analogie avec les résultats obtenus lors du calcul du torseur dynamique de l'aube 2 dans les premières questions, calculer simplement la résultante dynamique $\vec{R}_d(\varepsilon/0)$ de l'élément E dans son mouvement par rapport au référentiel galiléen. Le résultat sera exprimé en fonction de ρ,S, r, x, dx et ω_{max}.

Par analogie, l'expression de $\vec{R}_d(\varepsilon/0)$ est :

$$\begin{aligned}\vec{R}_d(\varepsilon/0) &= dm[\dot{V}(t)\vec{z}_0 - (r+x){\omega_{max}}^2\vec{x}_2] \\ &= \rho S[\dot{V}(t)\vec{z}_0 - (r+x){\omega_{max}}^2\vec{x}_2]dx\end{aligned}$$

Question 15 En appliquant le théorème de la résultante dynamique à l'élément E dans son mouvement par rapport au référentiel galiléen, montrer qu'il est possible d'écrire une équation scalaire reliant N(x+dx/2), l'effort normal dans la poutre à l'abscisse x+dx/2, à N(x−dx/2), l'effort normal dans la poutre à l'abscisse x−dx/2.

On isole ε .

Le bilan des actions mécaniques s'exerçant sur ε est le suivant :

- A l'abscisse $x - dx$: $\{\tau_{gauche}\} = \left\{\begin{matrix} -N(x-\frac{dx}{2})\vec{x}_2 \\ \vec{0} \end{matrix}\right\}$
- A l'abscisse $x + dx$: $\{\tau_{droite}\} = \left\{\begin{matrix} +N(x+\frac{dx}{2})\vec{x}_2 \\ \vec{0} \end{matrix}\right\}$

On applique le TRS à ε en projection suivant $\vec{x}_2$:

$$\sum \vec{F}_{ext\to\varepsilon} = \vec{R}_d(\varepsilon/0)$$

$$\Rightarrow -\rho S(r+x){\omega_{max}}^2 dx = -N\left(x-\frac{dx}{2}\right) + N(x+\frac{dx}{2})$$

Question 16 Montrer qu'il est ainsi possible d'écrire une équation d'équilibre local portant sur l'effort normal comme on le ferait en statique, en introduisant une force linéique fictive f(x) qui traduit les effets d'inertie. On mettra cette équation sous la forme $dN/dx + f(x) = 0$, et on donnera l'expression de la force f(x).

L'équation locale demandée est déterminée à partir de l'équation précédente :

$$-\rho S(r+x){\omega_{max}}^2 dx = -N\left(x-\frac{dx}{2}\right) + N(x+\frac{dx}{2})$$

$$\Leftrightarrow \quad \frac{dN}{dx} + \rho S(r+x){\omega_{max}}^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \quad \frac{dN}{dx} + f(x) = 0 \quad \text{avec :} \quad f(x) = \rho S(r+x){\omega_{max}}^2$$

©UPSTI - Toute reproduction interdite sans l'autorisation de l'UPSTI

Question 17 Déterminer l'effort normal N(x) à l'abscisse x pour 0<x<L.

Exprimons l'effort $N(x)$ à l'abscisse x pour $0 < x < L$:

$\frac{dN}{dx} = -\rho S(r+x)\omega_{max}{}^2$

$N(x) = -\frac{1}{2}\rho S(r+x)^2\omega_{max}{}^2 + A \quad , A \in \mathbb{R}$

Or : $N(0) = X_{32} \Rightarrow A = X_{32} + \frac{1}{2}\rho S r^2 \omega_{max}{}^2$

D'où : $N(x) = X_{32} - \frac{1}{2}\rho S \omega_{max}{}^2 x(x+2r)$

Autre méthode :

$N(L) = 0$, donc $A = \frac{1}{2}\rho S(r+L)^2\omega_{max}{}^2$

Donc : $N(x) = \frac{1}{2}\rho S\omega_{max}{}^2.((r+L)^2-(r+x)^2)$

Question 18 Déterminer la contrainte normale maximale σ_{max} à l'abscisse de la section la plus sollicitée. Exprimer le résultat en fonction de ρ, L et ω_{max}.

La contrainte normale en traction a pour expression : $\sigma = \frac{N}{S}$

Or : $\frac{dN}{dx} < 0$. N décroît en fonction de x ; de même pour σ.

$\sigma_{max} = \frac{N_{max}}{S} \Rightarrow \sigma_{max} = \frac{X_{32}}{S}$

$\Rightarrow \sigma_{max} = \frac{3}{2}\frac{\rho ae L^2 \omega_{max}{}^2}{ae}$

$\Rightarrow \sigma_{max} = \frac{3}{2}\rho\rho L^2\omega_{max}{}^2$

Question 19 On rappelle que les aubes sont réalisées en composite carbone tissé de masse volumique $\rho = 2000\ kg.m^{-3}$ et on donne la limite élastique du matériau $R_e =$ 1500 MPa. Conclure quant à la résistance de l'aube aux effets d'inertie.

$$\sigma_{max} = \frac{3}{2}\rho L^2\omega_{max}{}^2$$

A.N : $\sigma_{max} = \frac{3}{2} * 2000 * 80^2$ $\sigma_{max} = 19.5\ MPa$

$\sigma_{max} \ll Re$.

Coefficient de sécurité : $s = \frac{\sigma_{max}}{Re}$ $s \approx 75$ (énorme)

L'aube résistera aux effets d'inertie

©UPSTI - Toute reproduction interdite sans l'autorisation de l'UPSTI

Question 20 En utilisant la relation de comportement en traction-compression, exprimer la déformation longitudinale $\varepsilon(x)$ de l'aube à l'abscisse x pour 0 < x < L. En supposant le rotor 3 indéformable, calculer l'allongement ΔL de l'aube 2 en rythme de croisière et conclure.

$$\sigma = E\varepsilon \Rightarrow \varepsilon(x) = \frac{1}{E}\sigma(x)$$

$$\Rightarrow \varepsilon(x) = \frac{1}{SE}N(x)$$

$$\Rightarrow \varepsilon(x) = \frac{1}{SE}\left[X_{32} - \frac{1}{2}\rho S\omega_{max}{}^2 x(x+2r)\right]$$

L'allongement ΔL est relié à la déformation par la relation : $\varepsilon = \frac{\Delta L}{L} \Rightarrow \Delta L = \frac{L}{E}\sigma$

A.N. : $\Delta L = \frac{1}{500*10^9} * 19 * 10^6$ $\Delta L = 3.9 * 10^{-5} m = 39\ \mu m$

L'allongement est négligeable.

PARTIE II-ETUDE DES ACTIONS MECANIQUES DANS LES AUBES

Objectif : Dans cette deuxième partie, on s'intéresse au système contrarotatif. Pour mémoire, la soufflante est composée de deux hélices (cf. **Figure11**) avec des aubes à calage variable. La première rangée d'aubes (hélice amont) permet de générer la majeure partie de la poussée. La deuxième rangée (hélice aval), entournant en sens contraire, redresse le flux d'air et augmente ainsi le rendement tout en limitant le bruit.Calculer la vitesse de croisière de l'avion Vmax en $m.s^{-1}$ puis en $km.h^{-1}$et la vitesse de rotation de croisière de la soufflante ω_{max} en $rad.s^{-1}$.

Question 21 Par la méthode de votre choix, montrer que les vitesses de rotation $\omega_{4/1}$, $\omega_{3/1}$et $\omega_{3'/1}$ sont reliées par une relation du type : $\omega_{4/1} + (\lambda - 1)\omega_{3'/1} - \lambda\omega_{3/1} = 0$ où λ est une constante que l'on précisera, puis que l'on calculera numériquement.

La relation de Willis appliquée au train épicycloïdal donne : $r = \frac{\omega_{2/1} - \omega_{2'/1}}{\omega_{4/1} - \omega_{2'/1}}$ avec : $r = -\frac{Z_4}{Z_2}$

On en déduit :

$$r(\omega_{4/1} - \omega_{3'/1}) = \omega_{3/1} - \omega_{3'/1}$$

$$\omega_{4/1} + (\frac{1}{r} - 1)\omega_{3'/1} - \frac{1}{r}\omega_{3/1} = 0$$

En posant : $\lambda = \frac{1}{r}$, on retrouve la relation demandée.

$$\omega_{4/1} + (\lambda - 1)\omega_{3'/1} - \lambda\omega_{3/1} = 0$$

où : $\lambda = -3$

©UPSTI - Toute reproduction interdite sans l'autorisation de l'UPSTI

Question 22 Exprimer la vitesse de rotation $\omega_{3/1}$ de l'hélice aval en fonction de λ et ω_{max}. Calculer sa valeur numérique et conclure.

$\omega_{4/1} + (\lambda - 1)\omega_{3\prime/1} - \lambda\omega_{3/1} = 0$

$\Rightarrow \omega_T - \lambda\omega_{max} + (\lambda - 1)\omega_{3\prime/1} = 0$

$\Rightarrow \omega_{3\prime/1} = -\frac{1}{\lambda - 1}(\omega_T - \lambda\omega_{max})$

AN : $|\omega_{3\prime/1}| = \frac{1}{4} * |-560 + 3 * 80|$

$|\omega_{3\prime/1}| = 80\ rad.s^{-1}$

$\omega_{3\prime/1} = \omega_{3/1} = 80\ rad.s^{-1}$. Même vitesse

Question 23 En précisant le théorème utilisé et le système isolé, écrire l'équation scalaire reliant les trois couples précédents aux vitesses de rotation de **4**, **3** et **3'**.

On isole le système : $\Sigma = \{T + réducteur + h_{amont} + h_{aval}\}$

En écrivant la conservation de la puissance, il vient :

$-C_{T4}.\omega_{41} + C_{a3}\omega_{31} + C_{a3\prime}\omega_{3\prime1} = 0$

On obtient la relation demandée :

$-C\omega_{41} + C_{a3}\omega_{31} + C_{a3\prime}\omega_{3\prime1} = 0$

Question 24 En utilisant les résultats précédents, écrire une relation liant les couples aérodynamiques C_{a3}, $C_{a3\prime}$, le couple délivré par la turbine C et la constante λ.

$$\begin{cases} -C\omega_{41} + C_{a3}\omega_{31} + C_{a3\prime}\omega_{3\prime1} = 0 \\ \omega_{4/1} - \lambda\omega_{3/1} + (\lambda - 1)\omega_{3\prime/1} = 0 \end{cases}$$

Les deux relations précédentes sont des combinaisons linéaires nulles du vecteur $(\omega_{41}, \omega_{31}, \omega_{3\prime1})$.

Les coefficients sont proportionnels entre eux :

$$-C = \frac{C_{a3\prime}}{\lambda - 1} = -\frac{C_{a3}}{\lambda}$$

©UPSTI - Toute reproduction interdite sans l'autorisation de l'UPSTI

Question 25 Montrer que les couples aérodynamiques C_{a3}, $C_{a3'}$ ne peuvent être exactement égaux en norme et opposés. Conclure quant aux difficultés technologiques que cela pose sur le système d'accrochage du moteur Open Rotor sur l'avion.

$\frac{C_{a3'}}{\lambda - 1} = -\frac{C_{a3}}{\lambda} \quad \Rightarrow \quad C_{a3'} = -\left(1 - \frac{1}{\lambda}\right) C_{a3}$

$\Rightarrow \quad |C_{a3'}| = \left|1 - \frac{1}{\lambda}\right| |C_{a3}|$

$\left|1 - \frac{1}{\lambda}\right|$ ne peut être égal à 1

Donc : $|C_{a3'}| \neq |C_{a3}|$

PARTIE III- MODELISATION DU COMPORTEMENT DE LA CHAINE DE TRANSMISSION DE PUISSANCE DU CALAGE DES AUBES

Objectif : Dans cette troisième partie, on s'intéresse au système de calage des aubes de l'Open Rotor. Pour optimiser le rendement et réduire les émissions sonores de l'avion, les aubes sont munies d'un système permettant de contrôler leur angle d'incidence afin d'optimiser celui-ci en temps réel en fonction de la vitesse de rotation du rotor. L'objectif de cette partie est de définir un modèle permettant d'appréhender précisément le comportement dynamique de la chaîne de transmission de puissance de ce réglage. Ce modèle permettra de synthétiser les correcteurs afin de valider les critères de comportement imposés par le cahier des charges.

III.2 - Loi entrée/sortie géométrique de l'adaptateur mécanique

Question 26 Déterminer l'équation scalaire reliant α et λ. En considérant le domaine de variation de l'angle d'incidence des aubes, linéariser cette équation sous la forme : $\alpha = K_{am}\,\lambda$. Donner l'expression de K_{am} en fonction des caractéristiques géométriques du système.

On note H la projection de C sur $(O,\vec{y}_3)$.

Fermeture géométrique :

$\overrightarrow{OH} + \overrightarrow{HC} + \overrightarrow{CO} = \vec{0} \Rightarrow (\overrightarrow{OC}.\vec{y}_3).\vec{y}_3 + \lambda\vec{z}_1 - L_2\vec{y}_2 = \vec{0}$

En projetant sur $\vec{z}_1$ cette dernière expression vectorielle, il vient :

$$\lambda - L_2 \sin\alpha = 0$$

α étant petit : $\sin\alpha \sim \alpha$ et :

$$\lambda - L_2\,\alpha = 0$$

On en déduit : $\alpha = \frac{1}{L_2}\lambda$ et par identification : $K_{am} = \frac{1}{L_2} = \frac{10}{3}$

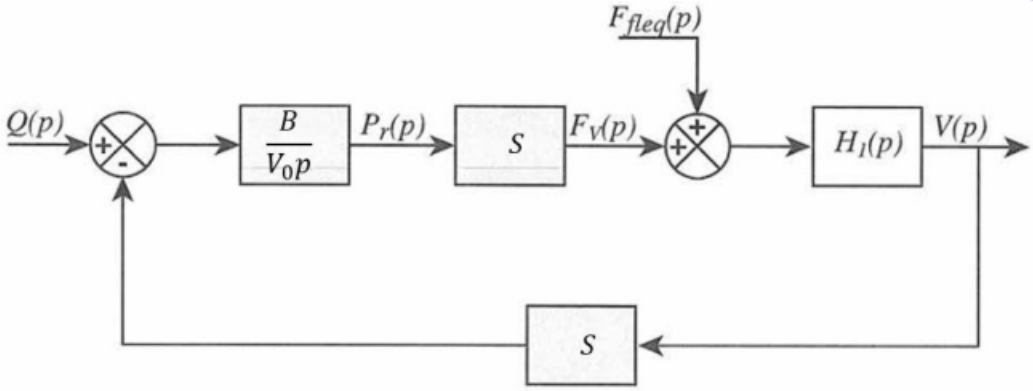
©UPSTI - Toute reproduction interdite sans l'autorisation de l'UPSTI

III.3 - Modélisation du comportement dynamique

Question 27 Appliquer la transformation de Laplace aux équations précédentes et compléter les parties grisées du schéma-blocs du Cahier Réponses.

En appliquant la transformée de Laplace aux équations fournies, les conditions d'Heaviside étant validées par l'énoncé, il vient :

$$Q(p) = SV(p) + \frac{V_0}{B} p P_r(p)$$
$$F_v(p) = S P_r(p)$$



Question 28 Déterminer $\vec{\sigma}_{(O,E/1)}$, le moment cinétique en O de l'ensemble **E = {2, 6}** dans son mouvement par rapport à **1**.

O est un point fixe.

$$\vec{\sigma}_{(O,E/1)} = I(O,2).\vec{\Omega}_{2/1}$$

$$\vec{\Omega}_{2/1} = \vec{\Omega}_{2/3} + \vec{\Omega}_{3/1}$$

$$= \dot{\alpha}\,\vec{x}_2 + \dot{\theta}\,\vec{z}_1$$

$$= \dot{\alpha}\,\vec{x}_2 + \dot{\theta}\,(\cos\alpha\,\vec{z}_2 + \sin\alpha\,\vec{y}_2)$$

Finalement :

$$\vec{\sigma}_{(O,E/1)} = A_{O2}\dot{\alpha}\,\vec{x}_2 + B_{O2}\dot{\theta}\sin\alpha\,\vec{y}_2 + C_{O2}\dot{\theta}\cos\alpha\,\vec{z}_2$$

Remarque : On ne raisonne ici que sur une aube. Le résultat est à multiplier par 10 si on prend en compte la totalité des aubes. Très difficile à dire ici …

©UPSTI - Toute reproduction interdite sans l'autorisation de l'UPSTI

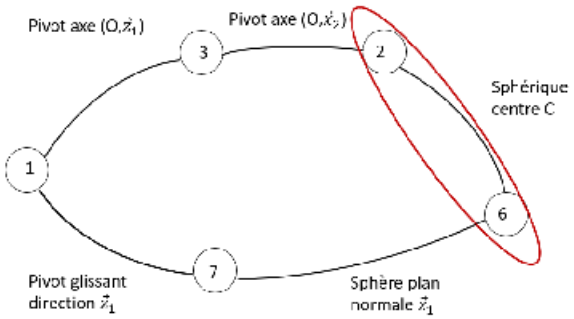
Question 29 Déterminer $\vec{\delta}_{(O,E/1)}.\vec{x}_2$, la projection sur la direction $\vec{x}_2$ du moment dynamique en O de l'ensemble **E** dans son mouvement par rapport à **1**.

$$\vec{\delta}_{(O,E/1)}.\vec{x}_2 = \frac{d}{dt}\left[\vec{\sigma}_{(O,E/1)}.\vec{x}_2\right] - \vec{\sigma}_{(O,E/1)}.\frac{d}{dt}\vec{x}_2$$
$$= A_{O2}\ddot{\alpha} - \vec{\sigma}_{(O,E/1)}.\dot{\theta}\,\vec{y}_3$$
$$= A_{O2}\ddot{\alpha} - B_{O2}\dot{\theta}^2 \sin\alpha\cos\alpha + C_{O2}\dot{\theta}^2 \sin\alpha\cos\alpha$$

Question 30 A partir du Principe Fondamental de la Dynamique appliqué à **E**, déterminer l'équation dynamique scalaire du mouvement de **E** autour de son axe de rotation propre. Linéariser cette expression en considérant la plage de variation de l'angle α.

Hypothèse d'étude : problème plan

On isole E $=\{\mathbf{2}+\mathbf{6}\}$



Bilan des actions mécaniques :

Action de l'air : $\{\tau_{air/E}\} = \left\{\begin{matrix}\vec{F}_{eqair} \\ C_{eqair}\vec{x}_2\end{matrix}\right\}$

Action de 7 : $\{\tau_{7/6}\} = \left\{\begin{matrix}Z_{76}\vec{z}_1 \\ \vec{0}\end{matrix}\right\}_C$

Action de 3 : $\{\tau_{3/2}\} = \left\{\begin{matrix}Y_{32}\vec{y}_2 + Z_{32}\vec{z}_2 \\ \vec{0}\end{matrix}\right\}_O$

Le TMD au point O en projection sur $(O,\vec{x}_2)$ donne :

$$\vec{\delta}_{(O,E/1)}.\vec{x}_2 = \left(\overrightarrow{OC} \wedge Z_{76}\vec{z}_1\right).\vec{x}_2 + C_{eqair}$$

$$A_{O2}\ddot{\alpha} - B_{O2}\dot{\theta}^2 \sin\alpha\cos\alpha + C_{O2}\dot{\theta}^2 \sin\alpha\cos\alpha = L_2 Z_{76}\cos\alpha + C_{eqair}$$

α étant petit : $\cos\alpha \approx 1$

D'où :

$$A_{O2}\ddot{\alpha} + (C_{O2} - B_{O2})\alpha\dot{\theta}^2 = L_2 Z_{76} + C_{eqair}$$

Question 31 A partir du Principe Fondamental de la Dynamique appliqué à l'ensemble 7 {Tige du vérin, Poussoir}, déterminer l'équation dynamique scalaire du mouvement de translation de 7.

On isole 7.

Bilan des actions mécaniques :

Action du fluide : $\{\tau_{fluide/7}\} = \left\{\begin{matrix}\vec{F}_v\vec{z}_1 \\ \vec{0}\end{matrix}\right\}$

Action de 6 : $\{\tau_{6/7}\} = \left\{\begin{matrix}-Z_{76}\vec{z}_1 \\ \vec{0}\end{matrix}\right\}_C$

Action de 1 : $\{\tau_{1/7}\} = \left\{\begin{matrix}Y_{17}\vec{y}_1 \\ \vec{0}\end{matrix}\right\}_{\forall M\in(O,\vec{z}_1)}$

Le PFD en projection sur $\vec{z}_1$ donne :

$$m_7\ddot{\lambda} = -Z_{76} + F_v \qquad (1)$$

©UPSTI - Toute reproduction interdite sans l'autorisation de l'UPSTI

Question 32 Combiner les 2 dernières équations et déterminer, sous la forme proposée ci-dessous, l'équation dynamique du mouvement associée à la chaine de transmission de puissance étudiée et préciser les expressions des termes : M_{eq}, K_{eq} et F_{eqair} .

$$M_{eq}\,\ddot{\lambda} + K_{eq}\lambda = F_v + F_{eqair}$$

La relation obtenue dans la question 30 permet de déterminer l'expression de Z_{76} :

$$Z_{76} = \frac{1}{L_2}\left[A_{O2}\ddot{\alpha} + (C_{O2} - B_{O2})\alpha\dot{\theta}^2 - C_{eqair}\right]$$

En injectant dans (1), il vient :

$$m_7\ddot{\lambda} = K_{am}\left[C_{eqair} - A_{O2}\ddot{\alpha} - (C_{O2} - B_{O2})\alpha\dot{\theta}^2\right] + F_v$$

D'autre part :

$$\alpha = K_{am}\lambda \Rightarrow \ddot{\alpha} = K_{am}\ddot{\lambda}$$

Finalement :

$$\left(m_7 + {K_{am}}^2 A_{O2}\right)\ddot{\lambda} + {K_{am}}^2(C_{O2} - B_{O2})\dot{\theta}^2\lambda = K_{am}\,C_{eqair} + F_v$$

L'équation dynamique du mouvement peut se mettre sous la forme :

$$M_{eq}\,\ddot{\lambda} + K_{eq}\lambda = F_v + F_{eqair}$$

avec :

$$\begin{cases} M_{eq} = \left(m_7 + {K_{am}}^2 A_{O2}\right) \\ K_{eq} = {K_{am}}^2(C_{O2} - B_{O2})\dot{\theta}^2 \\ F_{eqair} = K_{am}\,C_{eqair} \end{cases}$$

Question 33 Appliquer la transformation de Laplace à l'équation précédente et déterminer l'expression de la fonction de transfert H1(p) telle que : $V(p) = H1(p)\left[F_v(p) + F_{eqair}(p)\right]$ où la variable V(p) correspond à $\mathcal{L}(\dot{\lambda}(t))$.

$$\mathcal{L}\left(M_{eq}\,\ddot{\lambda} + K_{eq}\lambda\right) = \mathcal{L}(F_v + F_{eqair})$$

$$\Rightarrow M_{eq}\,p\,\mathrm{V(p)} + \frac{K_{eq}}{p}\mathrm{V(p)} = F_v(p) + F_{eqair}(p)$$

$$\Rightarrow \mathrm{V(p)} = \frac{1}{M_{eq}p + \frac{K_{eq}}{p}}\left[F_v(p) + F_{eqair}(p)\right]$$

$V(p) = H1(p)\left[F_v(p) + F_{eqair}(p)\right]$

avec :

$$H1(p) = \frac{1}{M_{eq}p + \frac{K_{eq}}{p}}$$

©UPSTI - Toute reproduction interdite sans l'autorisation de l'UPSTI

Question 34 Déterminer les fonctions de transfert en boucle fermée du vérin (V (p) en fonction de Q(p) et $F_{eqair}(p)$ en les écrivant sous la forme :

$$V(p) = \frac{1}{1 + \frac{p^2}{{\omega_v}^2}} \left[K_v \mathrm{Q(p)} + pK_{air}F_{eqair}(p)\right]$$

et préciser les expressions des coefficients K_v , K_{air} et ω_v.

$$\left[M_{eq}p + \frac{K_{eq}}{p}\right]\mathrm{V(p)} = SP_r(p) + F_{eqair}(p) + F_{eqair}(p)$$

$$\Rightarrow \left[M_{eq}p + \frac{K_{eq}}{p}\right]\mathrm{V(p)} = \frac{BS}{V_0 p}[\mathrm{Q(p)} - \mathrm{SV(p)}]$$

$$\Rightarrow \left[M_{eq}p + \frac{K_{eq}}{p} + \frac{BS^2}{V_0 p}\right]\mathrm{V(p)} = \frac{BS}{V_0 p}\mathrm{Q(p)} + F_{eqair}(p)$$

$$\Rightarrow \mathrm{V(p)} = \frac{1}{M_{eq}p^2 + K_{eq} + \frac{BS^2}{V_0}}\left[\frac{BS}{V_0}\mathrm{Q(p)} + pF_{eqair}(p)\right]$$

$$\Rightarrow \mathrm{V(p)} = \frac{1}{1 + \frac{M_{eq}}{K_{eq} + \frac{BS^2}{V_0}}p^2}\left[\frac{BS}{V_0(K_{eq} + \frac{BS^2}{V_0})}\mathrm{Q(p)} + \frac{1}{K_{eq} + \frac{BS^2}{V_0}}pF_{eqair}(p)\right]$$

V(p) peut se mettre sous la forme :

$$V(p) = \frac{1}{1 + \frac{p^2}{{\omega_v}^2}} \left[K_v \mathrm{Q(p)} + pK_{air}F_{eqair}(p)\right]$$

avec :
$$\begin{cases} \omega_v = \sqrt{\frac{K_{eq} + \frac{BS^2}{V_0}}{M_{eq}}} \\ K_v = \frac{BS}{V_0\left(K_{eq} + \frac{BS^2}{V_0}\right)} \\ K_{air} = \frac{1}{K_{eq} + \frac{BS^2}{V_0}} \end{cases}$$

©UPSTI - Toute reproduction interdite sans l'autorisation de l'UPSTI

III.4 – Analyse du comportement vis-à-vis du cahier des charges

III.4.a – Analyse de la stabilité du comportement

Question 35 Déterminer la valeur du gain AE de l'adaptateur électronique qui permet de donner un sens à l'écart $\varepsilon(p)$.

Si le système est correctement asservi : $\varepsilon(p) = 0$ et $\alpha = \alpha_c$

$$\varepsilon(p) = 0 \Leftrightarrow \alpha_c AE - \lambda C_{ap} = 0$$

$$\Leftrightarrow \alpha_c AE - \frac{\alpha}{K_{am}} C_{ap} = 0\varepsilon(p)$$

$$\Leftrightarrow AE = \frac{C_{ap}}{K_{am}}$$

Question 36 Donner l'expression de I(p).

$$V(t) = \frac{d}{dt}\lambda(t) \Rightarrow V(p) = p\lambda(p)$$

On en déduit : $I(p) = \frac{1}{p}$

teaching sciences for innovation

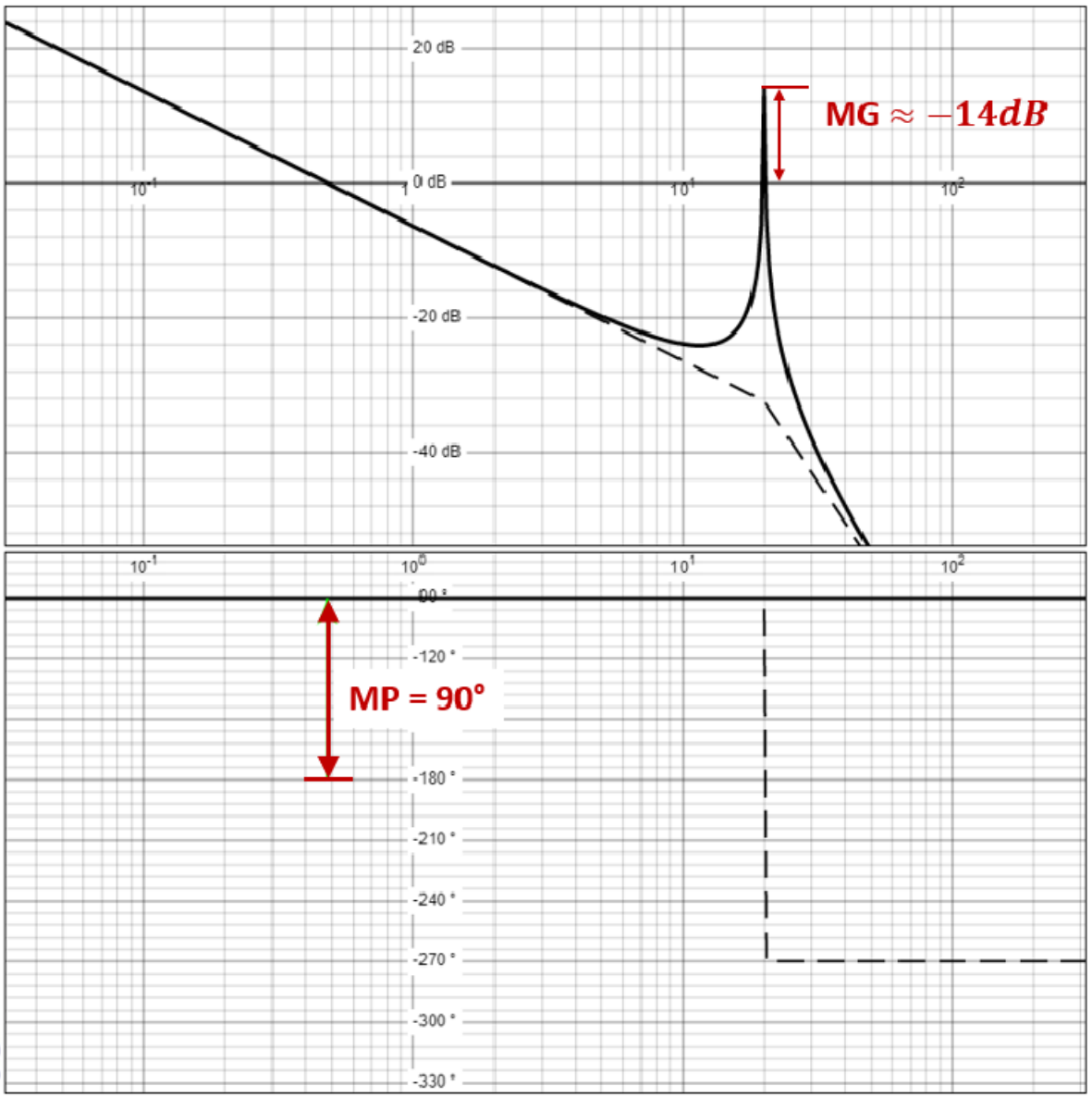
©UPSTI - Toute reproduction interdite sans l'autorisation de l'UPSTI

Question 37 Pour $C(p) = 1$, tracer sur le **Cahier Réponses** le diagramme asymptotique du gain de la Fonction de Transfert en Boucle Ouverte $FTBO(p)$telle que $M(p) = FTBO(p).\varepsilon(p)$ ainsi que l'allure du diagramme réel du gain de $FTBO(p)$. Expliquer pourquoi le système est instable.

La marge de gain est négative : le système est instable.

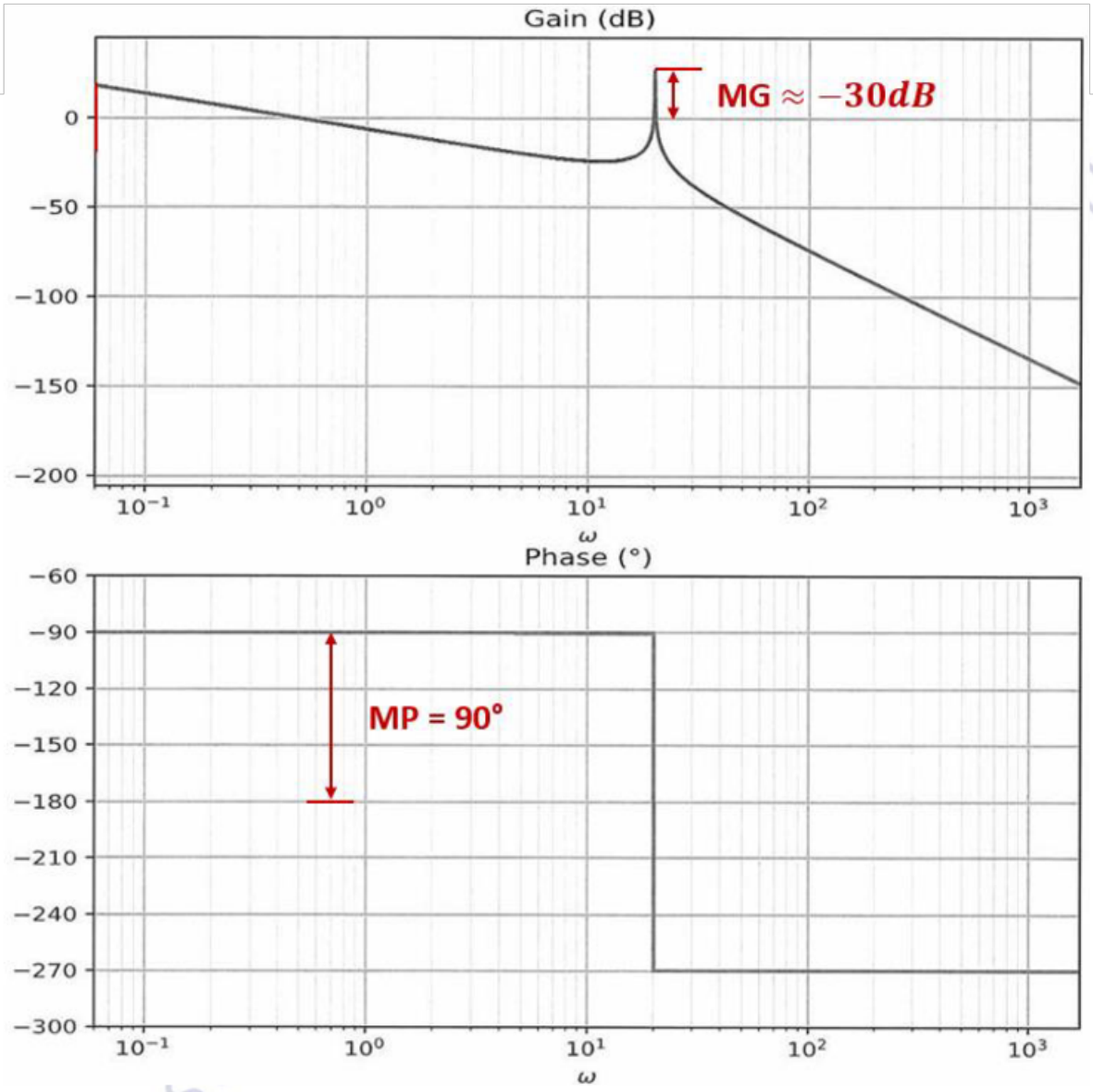
Autre argument possible :

La FTBO est une composition d'une fonction Laplace inverse de type sinus et d'un intégrateur pur. Les pôles sont nuls et purement imaginaires, donc de partie réelle nulle ce qui entraine l'instabilité.



©UPSTI - Toute reproduction interdite sans l'autorisation de l'UPSTI

Question 38 Le diagramme de Bode de la $FTBO$ ainsi modifiée est donné sur le **Cahier Réponses**. En considérant une correction proportionnelle $C(p) = K_c$, déterminer la valeur maximale de K_c qui permet de valider les critères de stabilité du cahier des charges.



Il faut rendre la marge de gain positive et s'assurer qu'elle valle au moins 15dB.

En décalant de 30dB vers le bas, la marge de gain est nulle. Il faut donc rajouter les 15dB minimum de marge imposés par le cahier des charges.

$20\log K_c = -30 - 15 \Rightarrow K_c = 10^{-\frac{45}{20}} \Rightarrow K_c = 0.005$

©UPSTI - Toute reproduction interdite sans l'autorisation de l'UPSTI

III.4.a –Analyse de la dynamique du comportement

Question 39 Quelles sont les hypothèses sur le comportement d'un système asservi qui permettent de relier le temps de réponse à 5% de la fonction de transfert en boucle fermée à la pulsation à 0dB (ω_{0dB}) de la fonction de transfert en boucle ouverte ?

On approxime la FTBO au produit d'un premier ordre par un intégrateur

On a donc : $Tr5\% = \frac{3}{\omega_{0dB}} = 3\tau$

Question 40 En supposant que les hypothèses précisées à la question précédente sont validées, déterminer la pulsation à 0dB (ω_{0dB}) de la fonction de transfert en boucle ouverte corrigée avec le gain K_c et calculer le temps de réponse à 5% du système bouclé. Celui-ci est-il compatible avec le critère de rapidité imposé par le cahier des charges ? Déterminer la valeur de la pulsation à 0dB (ω_{0dB}) imposée par le critère de rapidité du cahier des charges. Conclure quant à la validation simultanée des critères de stabilité et de temps de réponse imposés par le cahier des charges.

On a alors :

$\omega_{0dB} = 0.005$ et donc : $Tr5\% = \frac{3}{5.10^{-2}} \Rightarrow Tr5\% = 600\ s$

Le temps de réponse est très largement supérieur au critère de rapidité du cahier des charges ($Tr5\% \leq 0.1s$)

$Tr5\% \leq 0.1$

$\Rightarrow \frac{3}{\omega_{0dB}} \leq 0.1$

$\Rightarrow 30\ rad.s^{-1} \leq \omega_{0dB}$

En imposant $K_c = 0.005$ et $\omega_{0dB} \geq 30\ rad.s^{-1}$, les critères de stabilité et de temps de réponse imposés par le cahier des charges sont théoriquement bien validables simultanément.

©UPSTI - Toute reproduction interdite sans l'autorisation de l'UPSTI

PARTIE IV CHOIX ET DIMENSIONNEMENT DES CORRECTEURS DU SYSTEME DE CALAGE DES AUBES

Objectif : L'objectif de cette dernière partie est de définir la correction complète et de déterminer les valeurs numériques des paramètres caractéristiques des différents correcteurs, afin d'obtenir un contrôle du mouvement des aubes.

I - Détermination des caractéristiques d'un filtre de second ordre

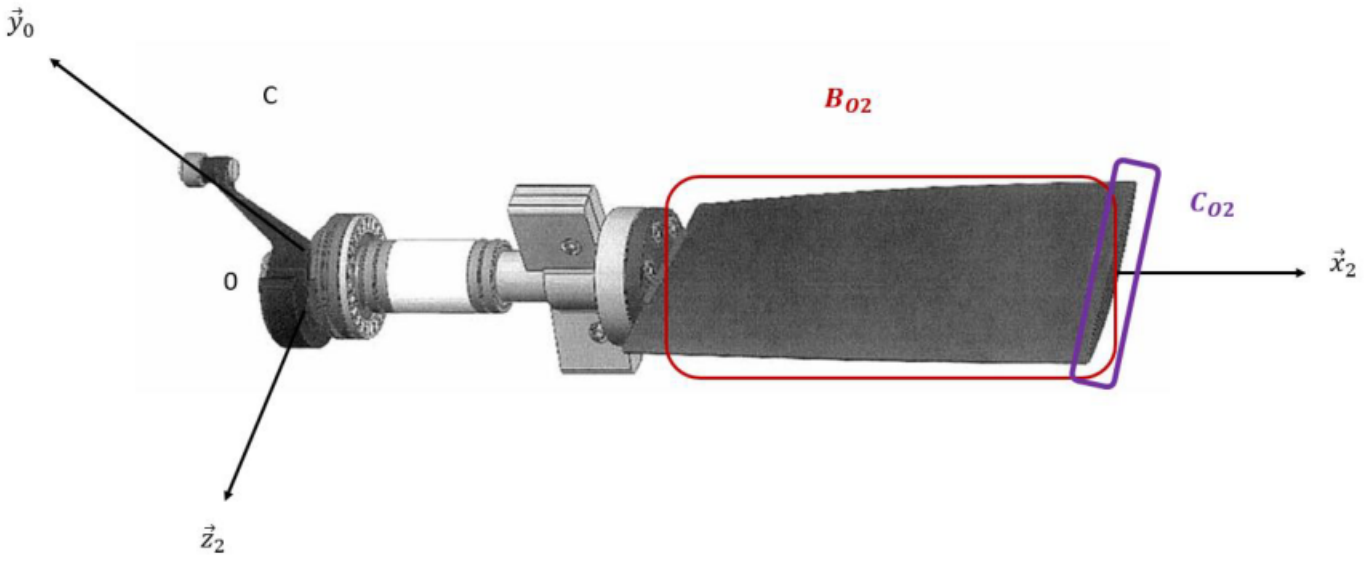
Question 41 Proposer une relation entre les valeurs des moments d'inertie C_{O2} et B_{O2} (moments d'inertie d'une aube **2** suivant les axes $(O,\vec{z}_2)$ et $(O,\vec{y}_2)$) afin de rendre la pulsation ω_v indépendante de la vitesse de rotation du rotor. Entourer sur la vue 3D des aubes du **Cahier Réponses** les zones des aubes qui pourraient permettre de réaliser cette condition. Justifier.

L'expression de ω_v a été déterminée en Q.34 : $\omega_v = \sqrt{\frac{K_{eq}+\frac{BS^2}{V_0}}{M_{eq}}}$

Dans cette dernière expression, seul le terme K_{eq} déterminé en Q.32 dépend de la vitesse de rotation du rotor $\dot{\theta}$:

$$K_{eq} = {K_{am}}^2(C_{O2} - B_{O2})\dot{\theta}^2$$

En imposant : $B_{O2} = C_{O2}$, ω_v ne dépend plus de $\dot{\theta}$.



©UPSTI - Toute reproduction interdite sans l'autorisation de l'UPSTI

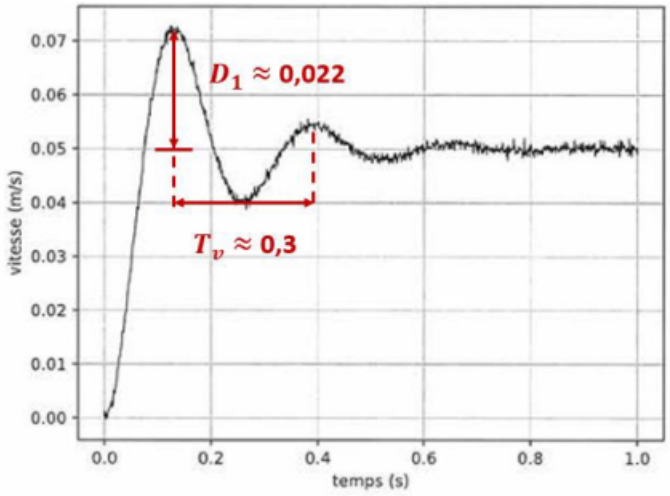
Question 42 A l'aide du graphe de la **Figure 18** et de l'annexe A, déterminer les valeurs numériques expérimentales de ω_v et ζ_v . Vous effectuerez les tracés utiles sur les graphes du **Cahier Réponses**.

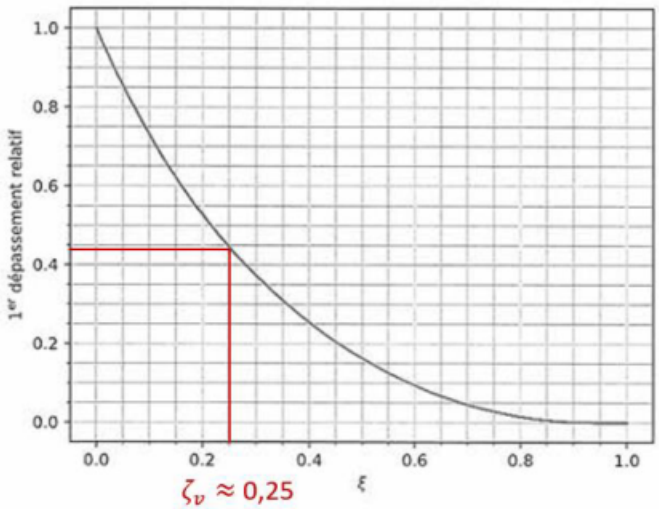
Question 43

$D_1 \approx 0.022$ soit $D_1 \approx 44\%$. Par lecture graphique : $\zeta_v \approx 0.25$.

$T_v \approx 0.3\ s$

$$\omega_v = \frac{2\pi}{T_v} \Rightarrow \omega_v = \frac{2\pi}{0.3} \Rightarrow \omega_v = 20.9\ rad.s^{-1}$$





Autre méthode :

On peut également retrouver ce résultat en passant par le temps de 1er dépassement

©UPSTI - Toute reproduction interdite sans l'autorisation de l'UPSTI

II - Détermination complète de la correction

Question 44 Justifier précisément l'utilisation d'un correcteur de type intégral ($C_2(p) = \frac{K_i}{p}$) et préciser la valeur minimale de γ qui permet de vérifier les critères de précision du cahier des charges vis-à-vis de la consigne et vis-à-vis des perturbations. Pour cette valeur de γ, déterminer la valeur de K_i qui permet de conserver la valeur de la pulsation à 0dB ($\omega_{0dB} = 30\ rad.s^{-1}$) que l'on observe sur le diagramme de Bode de la **Figure 20**.

La FTBO est constituée :

- d'un intégrateur (pente à - 20dB + phase -90° à $\omega_{cassure}$)
- d'un second ordre (pente à - 40dB + $\Delta\varphi = 180°$)

Pour garantir le rejet de la perturbation avec une perturbation en rampe, sachant qu'il y a présence d'un intégrateur dans la FTBO, il faut rajouter un intégrateur.

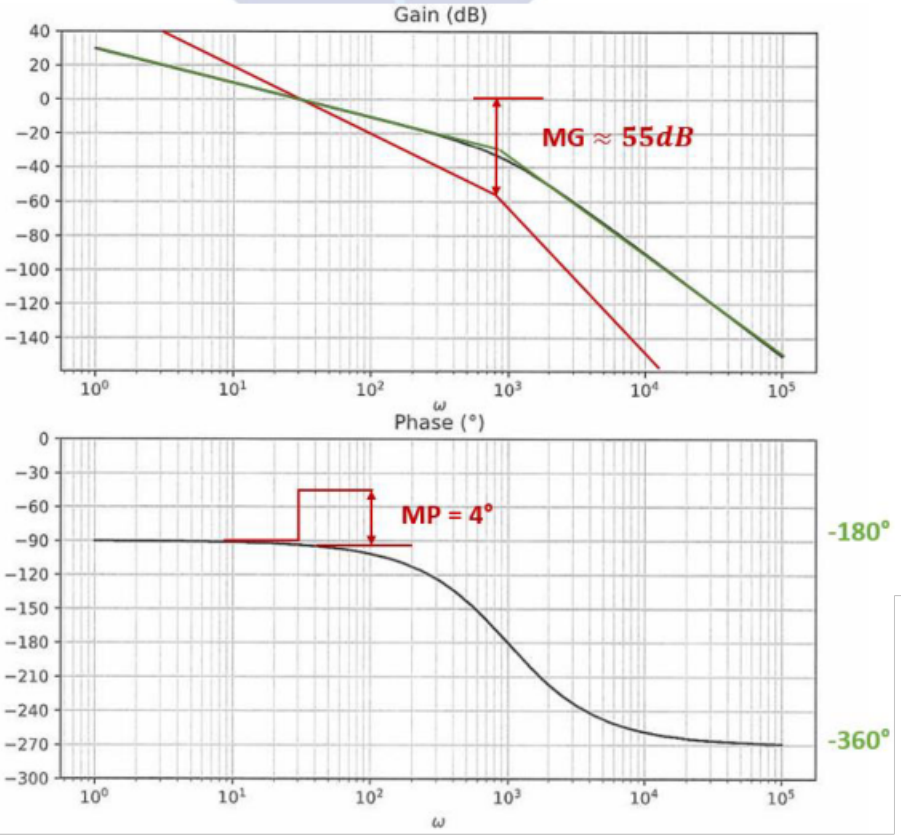
Donc : $C_2(p) = \frac{K_i}{p}$ et $\gamma = 1$

Pour maintenir ω_{0dB} à 30 rad. s^{-1}, il faut : $\left[20log\left|\frac{K_i}{p}\right|\right]_{\omega=\omega_{0dB}} = 0 \Rightarrow K_i = \omega_{0dB}$

Question 45 Dessiner le diagramme asymptotique du gain de la FTBO ainsi corrigée et déterminer les valeurs des marges de gain et de phase avec l'ajout de cette correction intégrale. Il est souhaitable, afin d'utiliser le graphe de la phase déjà tracé, de placer en vert une nouvelle échelle de valeur en ordonnée à droite du graphe de la phase.

Diagramme asymptotique $C_2(p) = 1$

Diagramme asymptotique $C_2(p) = \frac{10}{p}$



©UPSTI - Toute reproduction interdite sans l'autorisation de l'UPSTI

Question 46 A partir des documents donnés en annexes, déterminer l'expression de a_a en fonction de φ_m puis sa valeur numérique approchée. Déterminer les expressions des paramètres τ_a et K_a qui permettent de conserver une pulsation à 0 dB de la $FTBO$ ainsi corrigée à 30 $rad.s^{-1}$.

$\omega_{0dB} = 30 \text{ rad.s}^{-1}$

$MP = 4°$

$$MP + \arcsin\left(\frac{1-a_a}{1+a_a}\right) = 60° \Rightarrow \arcsin\left(\frac{1-a_a}{1+a_a}\right) = 56°$$

$$\Rightarrow a_a = 0.0935$$

$$\frac{1}{\sqrt{a_a}\tau_a} = \omega_{0dB} \Rightarrow \tau_a = 0.109$$

$$K_a = 10^{-\frac{10 log a_a}{20}} \Rightarrow K_a = 3.27$$

Remarque :

Les valeurs de a_a et K_a sont très compliquées à déterminer sans usage de calculatrice.

©UPSTI - Toute reproduction interdite sans l'autorisation de l'UPSTI