



Proposition de corrigé

Concours : Mines AADN

Année : 2010

Filière : PCSI

Épreuve : Sciences Industrielles pour l'Ingénieur

Ceci est une proposition de corrigé des concours de CPGE, réalisée bénévolement par des enseignants de Sciences Industrielles de l'Ingénieur et d'Informatique, membres de l'[UPSTI](http://www.upsti.fr) (Union des Professeurs de Sciences et Techniques Industrielles), et publiée sur le site de l'association :

<https://www.upsti.fr/espace-etudiants/annales-de-concours>

A l'attention des étudiants

Ce document vous apportera des éléments de corrections pour le sujet traité, mais n'est ni un corrigé officiel du concours, ni un corrigé détaillé ou exhaustif de l'épreuve en question.

L'UPSTI ne répondra pas directement aux questions que peuvent soulever ces corrigés : nous vous invitons à vous rapprocher de vos enseignants si vous souhaitez des compléments d'information, et à vous adresser à eux pour nous faire remonter vos éventuelles remarques.

Licence et Copyright

Toute représentation ou reproduction (même partielle) de ce document faite sans l'accord de l'UPSTI est **interdite**. Seuls le téléchargement et la copie privée à usage personnel sont autorisés (protection au titre des [droits d'auteur](#)).

En cas de doute, n'hésitez pas à nous contacter à : corrigesconcours@upsti.fr.

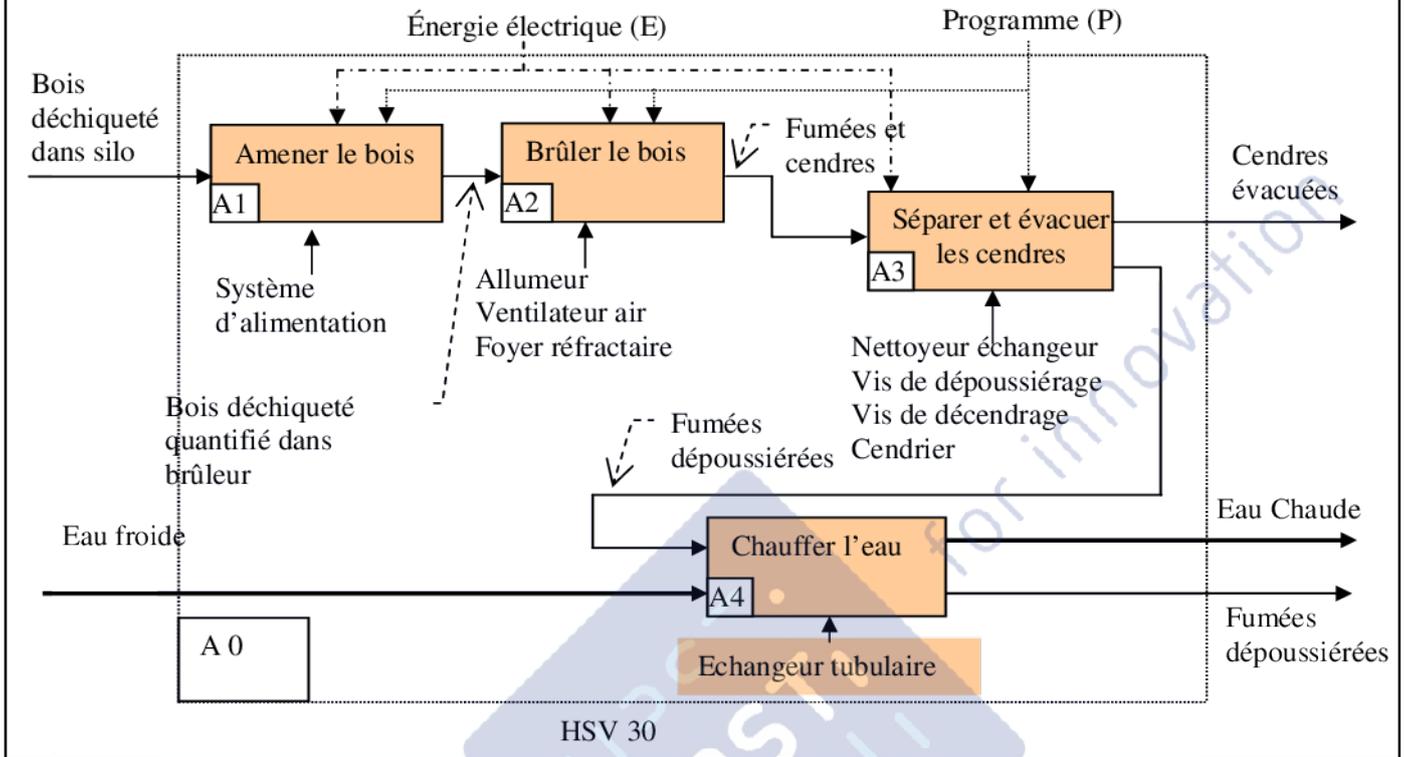
Informez-vous !

Retrouvez plus d'information sur les [Sciences de l'Ingénieur](#), l'[orientation](#), les [Grandes Ecoles](#) ainsi que sur les [Olympiades de Sciences de l'Ingénieur](#) et sur les [Sciences de l'Ingénieur au Féminin](#) sur notre site : www.upsti.fr

L'équipe UPSTI

Partie B :

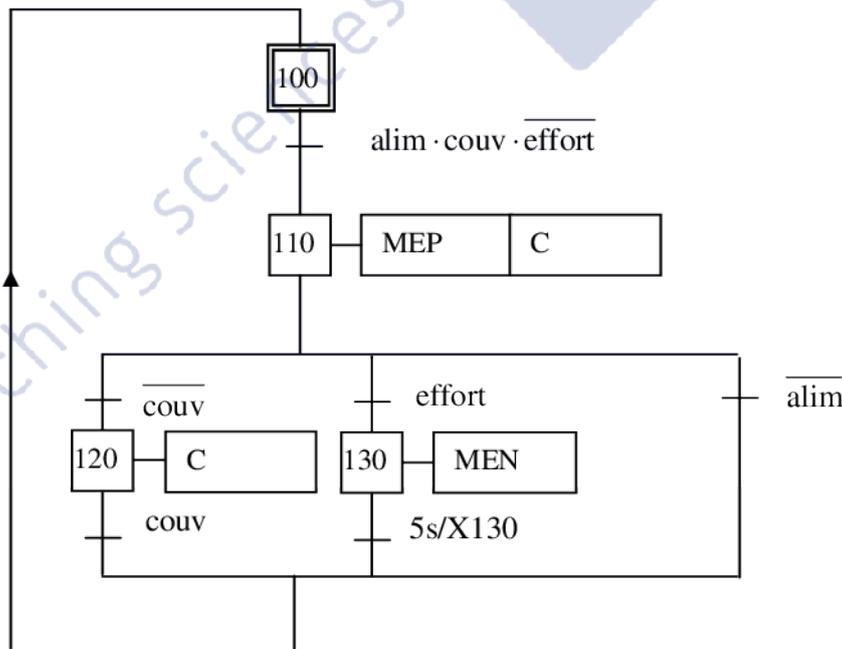
Réponse B1 :



Partie C :

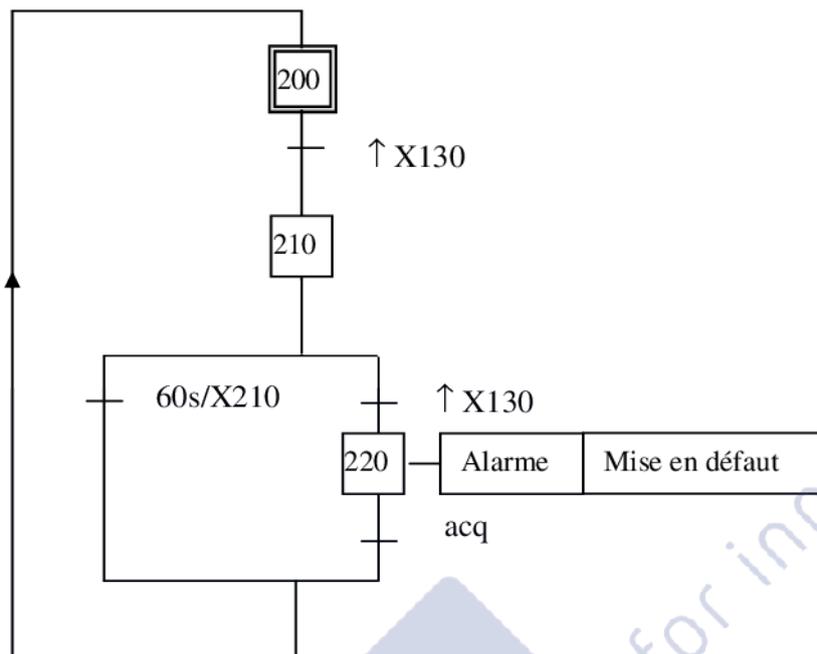
Réponse C1 et C2 :

GRAFCET « Alimentation bois »



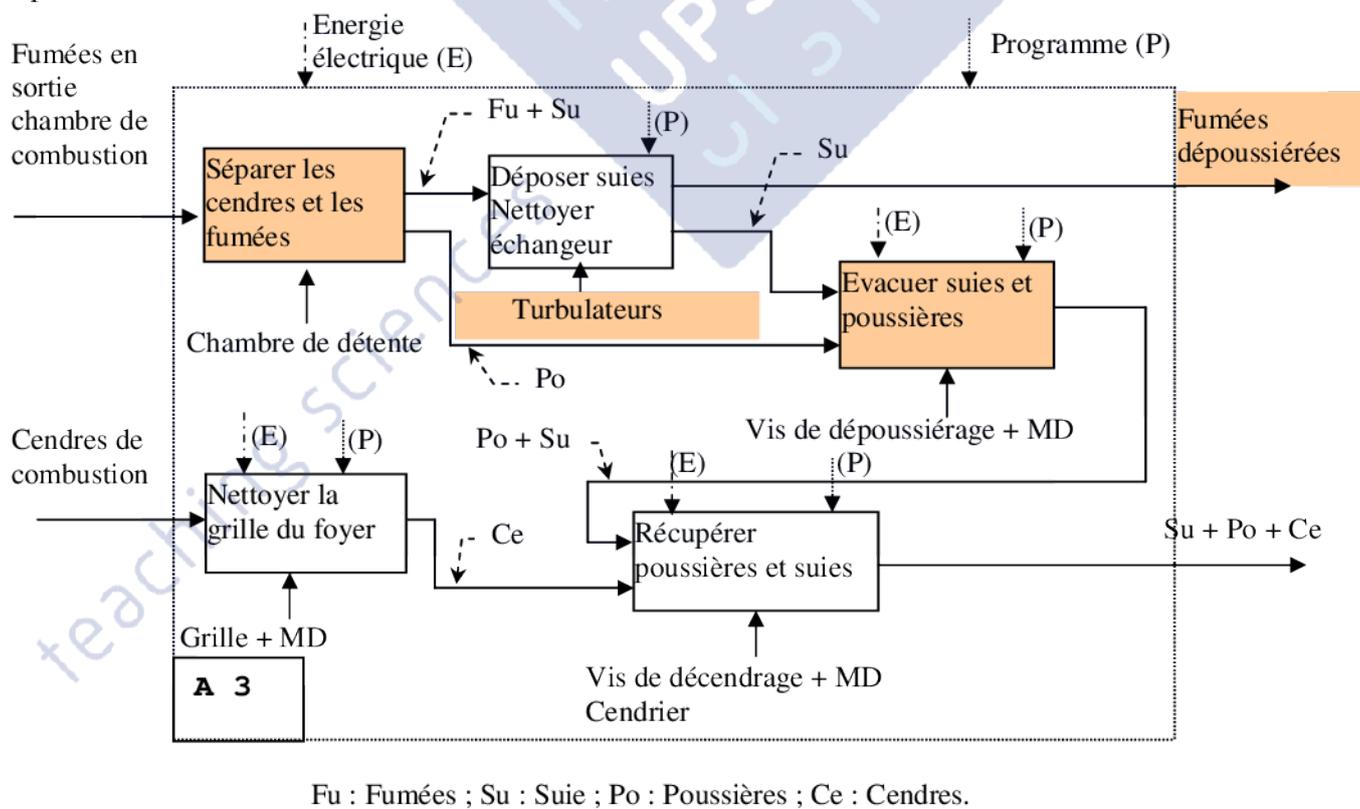
Réponse C3 :

GRAFCET « Sécurité Alimentation »

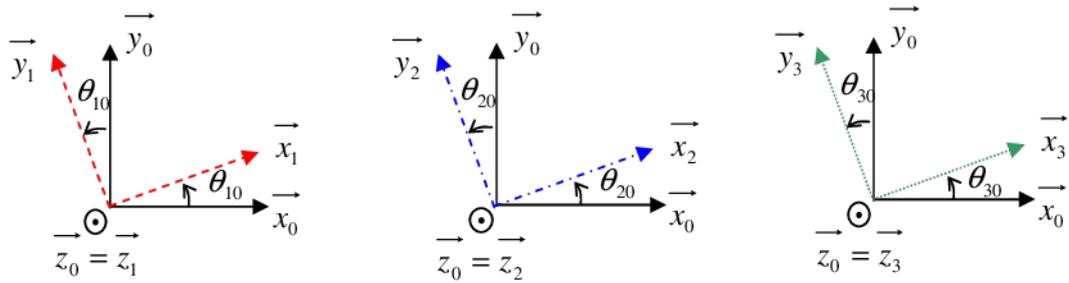


Partie D :

Réponse D1 :



Réponse D2-1 :
 Figures planes :



Fermeture géométrique : $\vec{OA} + \vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CO} = \vec{0} \Leftrightarrow r \vec{x}_1 + \ell \vec{y}_2 - R \vec{x}_3 + L \vec{x}_0 = \vec{0}$

avec $\vec{x}_1 = \cos \theta_{10} \vec{x}_0 + \sin \theta_{10} \vec{y}_0$; $\vec{y}_2 = -\sin \theta_{20} \vec{x}_0 + \cos \theta_{20} \vec{y}_0$ et $\vec{x}_3 = \cos \theta_{30} \vec{x}_0 + \sin \theta_{30} \vec{y}_0$

$$\begin{cases} /x_0: & r \cos \theta_{10} - \ell \sin \theta_{20} - R \cos \theta_{30} + L = 0 \\ /y_0: & r \sin \theta_{10} + \ell \cos \theta_{20} - R \sin \theta_{30} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \ell^2 \sin^2 \theta_{20} = (-R \cos \theta_{30} + r \cos \theta_{10} + L)^2 \\ \ell^2 \cos^2 \theta_{20} = (-R \sin \theta_{30} + r \sin \theta_{10})^2 \end{cases}$$

$$\ell^2 = (-R \cos \theta_{30} + r \cos \theta_{10} + L)^2 + (R \sin \theta_{30} - r \sin \theta_{10})^2 \quad (1)$$

Réponse D2-2 : On a $\omega_{30} = \dot{\theta}_{30}$, $\omega_{10} = \dot{\theta}_{10}$. La relation $\omega_{30} = f(\omega_{10})$ est obtenue par dérivation de la relation (1)

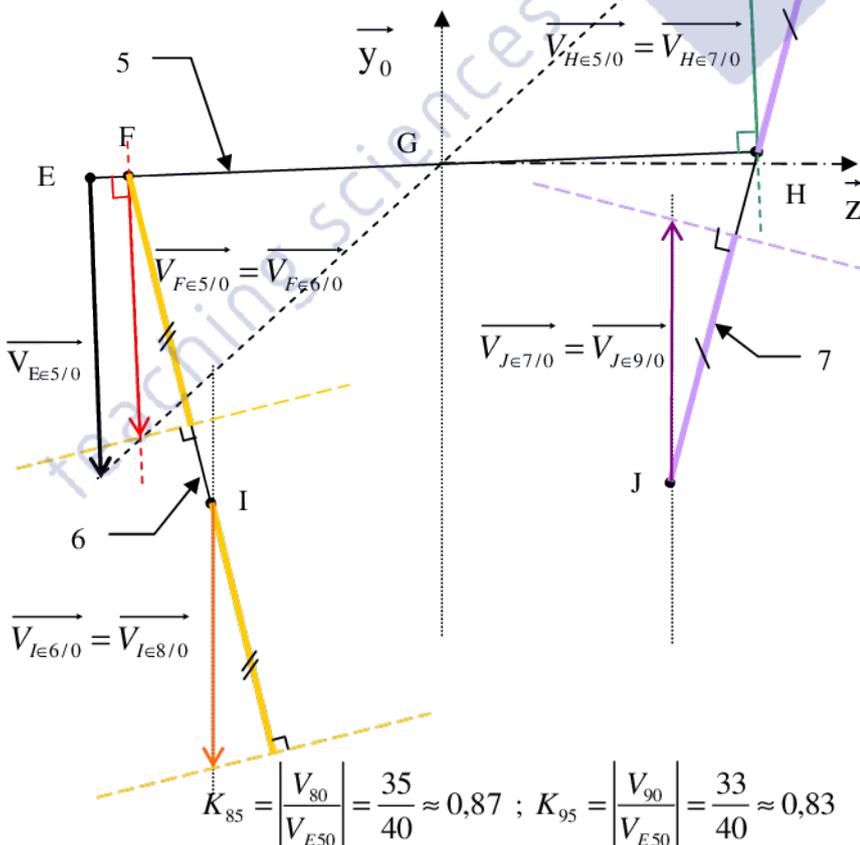
Réponse D2-3 :

$$\begin{aligned} \vec{V}_{D \in 3/0} &= V_{D30} \vec{y}_3^* \\ \vec{V}_{D \in 3/0} &= \vec{V}_{G \in 3/0} + \vec{\Omega}_{3/0} \wedge \vec{CD} = \omega_{30} d \vec{y}_3^* \end{aligned}$$

$$\vec{V}_{D \in 3/0} = \omega_{30} d (-\sin(\theta_{30} + \alpha) \vec{x}_0 + \cos(\theta_{30} + \alpha) \vec{y}_0)$$

Réponse D3-1 et D3-2:

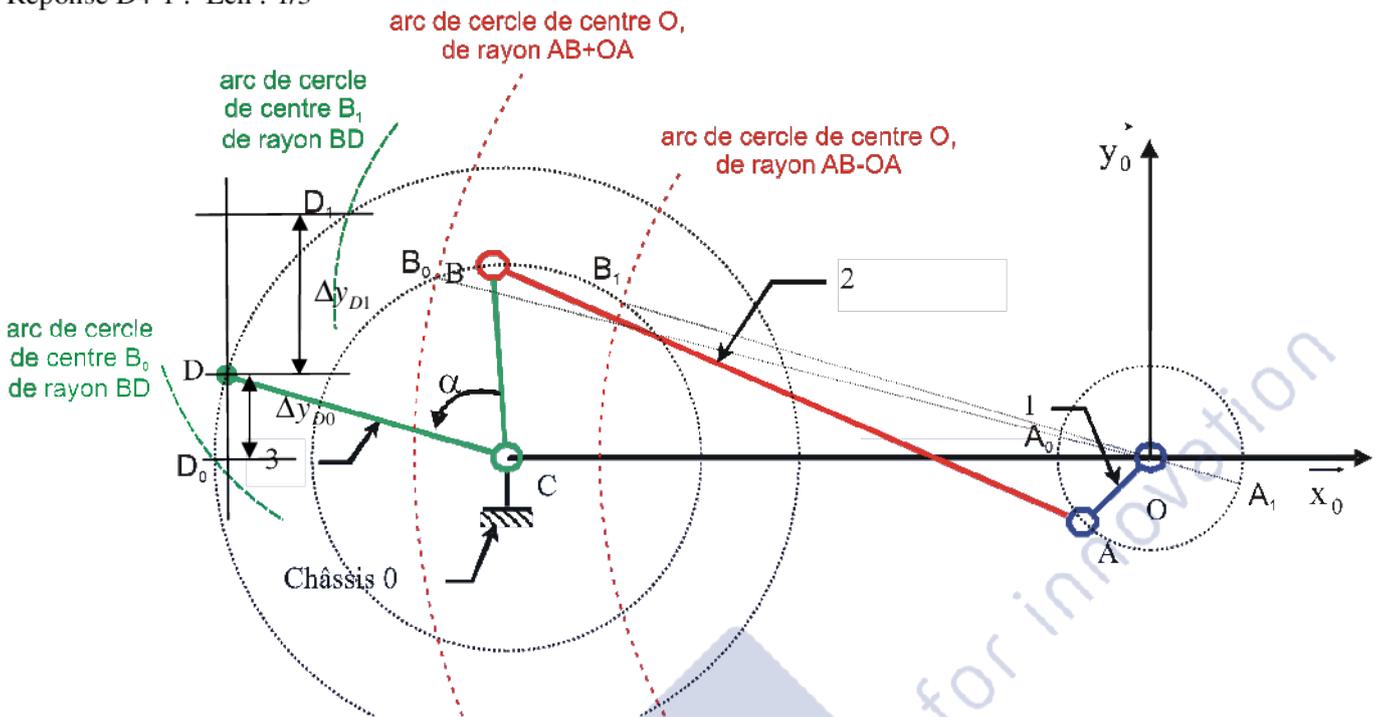
Ech : 1/2



Justifications :

- G est le CIR du mouvement de 5/0.
 Les supports de $\vec{V}_{F \in 5/0}$ et $\vec{V}_{H \in 5/0}$ sont respectivement perpendiculaires à (GF) et (GH). A partir de $\vec{V}_{E \in 5/0}$ on en déduit $\vec{V}_{F \in 5/0}$ et $\vec{V}_{H \in 5/0}$.
- Or $\vec{V}_{F \in 5/0} = \vec{V}_{F \in 6/0}$ car F est le centre de la rotule entre 5 et 6.
 On déduit $\vec{V}_{I \in 6/0}$ par équiprojectivité appliquée au solide 6 : $\vec{V}_{F \in 6/0} \cdot \vec{FI} = \vec{V}_{I \in 6/0} \cdot \vec{FI}$, de plus $\vec{V}_{I \in 6/0} = \vec{V}_{I \in 8/0} = V_{80} \vec{y}_0$ (I centre rotule 8/6) $\Rightarrow \vec{V}_{I \in 8/0}$
- De même $\vec{V}_{H \in 5/0} = \vec{V}_{H \in 7/0}$ car H est le centre de la rotule entre 5 et 7.
 On déduit $\vec{V}_{J \in 7/0}$ par équiprojectivité appliquée au solide 7 : $\vec{V}_{H \in 7/0} \cdot \vec{HJ} = \vec{V}_{J \in 7/0} \cdot \vec{HJ}$, de plus $\vec{V}_{J \in 7/0} = \vec{V}_{J \in 9/0} = V_{90} \vec{y}_0$ (J centre rotule 9/7) $\Rightarrow \vec{V}_{J \in 9/0}$

Réponse D4-1 : Ech : 1/3



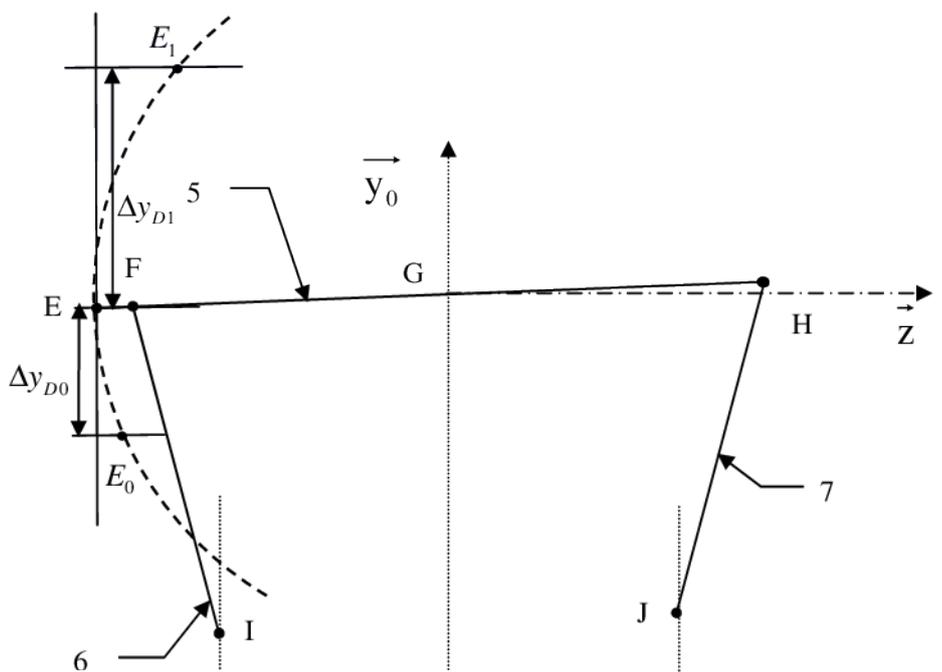
Les positions extrêmes de B, B_0 et B_1 , sont obtenues lorsque $\vec{V}_{B \in 2/0} = \vec{0}$, par équiprojectivité
 $\vec{V}_{B \in 2/0} \cdot \vec{AB} = \vec{V}_{A \in 2/0} \cdot \vec{AB} = 0$ d'où $\vec{V}_{A \in 2/0} \perp \vec{AB}$, et OAB sont alignés, avec $OB_0 = AB + OA$ et $OB_1 = AB - OA$.
 B_0 = point d'intersection entre le cercle de centre C, de rayon CB et le cercle de centre O, de rayon $AB + OA$
 B_1 = point d'intersection entre le cercle de centre C, de rayon CB et le cercle de centre O, de rayon $AB - OA$
 Puis on en déduit les positions extrêmes de D, D_0 et D_1 , tels que :
 D_0 = point d'intersection entre le cercle de centre C, de rayon CD et le cercle de centre B_0 , de rayon BD
 D_1 = point d'intersection entre le cercle de centre C, de rayon CD et le cercle de centre B_1 , de rayon BD

Réponse D4-2 : Les déplacements horizontaux d'environ 30 mm suivant \vec{x}_0 de la tringle de commande 4, sont faibles devant les 101 mm de déplacement vertical et négligeable devant la longueur totale de la tringle de 1150 mm. **Le mouvement peut être considéré comme un mouvement de translation vertical alternatif.**

Réponse D4-3 :

Ech : 1/2

On reporte Δy_{D0} et Δy_{D1} de la question D4-1, en respectant les échelles, (D4-1 : 1/3, D4-3 : 1/2).



Réponse D5-1 :

$$V_{40} = \overrightarrow{V_{D \in 4/0}} \cdot \overrightarrow{y_0} \quad (\approx \overrightarrow{V_{E \in 4/0}} \cdot \overrightarrow{y_0})$$

Or $\overrightarrow{V_{D \in 4/0}} = \overrightarrow{V_{D \in 3/0}} = \omega_{30} d (-\sin(\theta_{30} + \alpha) \overrightarrow{x_0} + \cos(\theta_{30} + \alpha) \overrightarrow{y_0})$ (cf. question D2-3)

$$V_{40} = \omega_{30} d \cos(\theta_{30} + \alpha) \approx -\omega_{10} K_1 d$$

car $\alpha + \theta_{30} = 95^\circ + 70^\circ = 165^\circ$ et $\cos(165^\circ) \approx -1$ donc : $V_{40} \approx -\omega_{10} K_1 d$

Réponse D5-2 :

En considérant le mouvement de 4 par rapport à 0 comme un mouvement de translation verticale, $V_{E50} \approx V_{40}$

$$D'où : \quad |V_{80}|_{\max} = K_{85} |V_{E50}| = K_{85} |V_{40}| = \frac{35}{40} \times 4 \times \frac{1}{2} \times 120 \cdot 10^{-3} \approx 0,21 m/s$$

$$|V_{90}|_{\max} = K_{95} |V_{E50}| = K_{95} |V_{40}| = \frac{33}{40} \times 4 \times \frac{1}{2} \times 120 \cdot 10^{-3} \approx 0,20 m/s$$

Le cahier des charges stipule que la vitesse maximum des turbulateurs 8 et 9 par rapport à l'échangeur 0 doit être comprise entre 0.15 m/s et 0.25 m/s, les vitesses $|V_{80}|_{\max}$ et $|V_{90}|_{\max}$ sont donc conformes.

Réponse D6-1 :

On isole 6_k à l'équilibre dans R_0 galiléen.

- BAME :
- Action de 5 sur 6_k en F (rotule) ;
 - Action de 8_k sur 6_k en I (rotule)

6_k est soumis à l'action de 2 glisseurs directement opposés sur la direction (FI) : $\overrightarrow{y_6}$

$$\text{avec } \overrightarrow{F_{(8 \rightarrow 6)k}} + \overrightarrow{F_{(5 \rightarrow 6)k}} = \vec{0} \text{ d'où : } \overrightarrow{F_{(5 \rightarrow 6)k}} = -\overrightarrow{F_{(8 \rightarrow 6)k}}$$

On isole 7_k à l'équilibre dans R_0 galiléen.

- BAME :
- Action de 5 sur 7_k en H (rotule) ;
 - Action de 9_k sur 7_k J (rotule)

7_k est soumis à l'action de 2 glisseurs directement opposés sur la direction (HJ) : $\overrightarrow{y_7}$.

$$\text{avec } \overrightarrow{F_{(9 \rightarrow 7)k}} + \overrightarrow{F_{(5 \rightarrow 7)k}} = \vec{0} \text{ d'où : } \overrightarrow{F_{(5 \rightarrow 7)k}} = -\overrightarrow{F_{(9 \rightarrow 7)k}}$$

Réponse D6-2 :

Les plaques support 6_k et 7_k sont toujours en traction donc : $\overrightarrow{F_{(8 \rightarrow 6)k}} = -\|\overrightarrow{F_{(8 \rightarrow 6)k}}\| \overrightarrow{y_6}$ et $\overrightarrow{F_{(9 \rightarrow 7)k}} = -\|\overrightarrow{F_{(9 \rightarrow 7)k}}\| \overrightarrow{y_7}$

Action de la plaque support 6_k l'action sur l'axe de commande **5** :

D'après le théorème des actions réciproques et le résultat de la question précédente $\overrightarrow{F_{(6 \rightarrow 5)k}} = -\overrightarrow{F_{(5 \rightarrow 6)k}} = \overrightarrow{F_{(8 \rightarrow 6)k}}$

$$\overrightarrow{F_{(6 \rightarrow 5)k}} = -\frac{F_{8k}}{\cos \theta_{60}} \overrightarrow{y_6}$$

Action de la plaque support 7_k sur l'axe de commande **5** : $\overrightarrow{F_{(7 \rightarrow 5)k}} = -\overrightarrow{F_{(5 \rightarrow 7)k}} = \overrightarrow{F_{(9 \rightarrow 7)k}} = -\frac{F_{9k}}{\cos \theta_{70}} \overrightarrow{y_7}$

$$\overrightarrow{F_{(7 \rightarrow 5)k}} = -\frac{F_{9k}}{\cos \theta_{70}} \overrightarrow{y_7}$$

Réponse D7-1 :

Bâti 0 → Axe de commande 5 en G₁ :

Rotule de centre G₁

$$\{S_{0 \rightarrow 5}\}_{G_1} = \begin{Bmatrix} X_{0 \rightarrow 5} & 0 \\ Y_{0 \rightarrow 5} & 0 \\ Z_{0 \rightarrow 5} & 0 \end{Bmatrix}_{(x_0, y_0, z)}$$

Bâti 0 → Axe de commande 5 en G₂ :

Linéaire annulaire d'axe (G₂, \vec{x}_0)

$$\{S'_{0 \rightarrow 5}\}_{G_2} = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ Y'_{0 \rightarrow 5} & 0 \\ Z'_{0 \rightarrow 5} & 0 \end{Bmatrix}_{(x_0, y_0, z)}$$

Plaque support 6_k → Axe de commande 5 en F_k :

Rotule de centre F_k

$$\{S_{6_k \rightarrow 5}\}_{F_k} = \begin{Bmatrix} X_{6_k \rightarrow 5} & 0 \\ Y_{6_k \rightarrow 5} & 0 \\ Z_{6_k \rightarrow 5} & 0 \end{Bmatrix}_{(x_0, y_0, z)} = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ -\frac{F_{8k}}{\cos \theta_{60}} & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{(x_0, y_6, z_6)}$$

Réponse D7-2 :

Bilan des actions mécaniques sur 5 :

- Actions transmises dans la liaison sphérique en G₁ de 0 → 5 : $\{S_{0 \rightarrow 5}\}_{G_1} = \begin{Bmatrix} X_{0 \rightarrow 5} & 0 \\ Y_{0 \rightarrow 5} & 0 \\ Z_{0 \rightarrow 5} & 0 \end{Bmatrix}_{(x_0, y_0, z)}$
- Actions dans la liaison linéaire annulaire en G₂ de 0 → 5 : $\{S'_{0 \rightarrow 5}\}_{G_2} = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ Y'_{0 \rightarrow 5} & 0 \\ Z'_{0 \rightarrow 5} & 0 \end{Bmatrix}_{(x_0, y_0, z)}$
- Actions dans les 4 liaisons rotules en F_k de 6_k → 5 : $\{S_{6_k \rightarrow 5}\}_{F_k} = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ -\frac{F_{8k}}{\cos \theta_{60}} & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{(x_0, y_6, z_6)}$
- Actions dans les 4 liaisons rotules en H_k de 7_k → 5 : $\{S_{7_k \rightarrow 5}\}_{H_k} = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ -\frac{F_{9k}}{\cos \theta_{70}} & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{(x_0, y_7, z_7)}$
- Actions dans la liaison rotule en E de 4 → 5 : $\{S_{4 \rightarrow 5}\}_E = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ F_{45} & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{(x_0, y_0, z)}$

Réponse D7-3 :

Les liaisons en parallèle entre 0 et 5 en G₁ et G₂ sont équivalentes à une pivot d'axe (G, \vec{x}_0), donc $\overrightarrow{M}_{G, 0 \rightarrow 5} \cdot \vec{x}_0 = 0$.

On choisit donc d'écrire le théorème du moment statique au point G en projection sur \vec{x}_0 pour ne pas faire apparaître les inconnues de la liaison 0-5 :

$$\begin{aligned} & (\overrightarrow{GE} \wedge F_{45} \vec{y}_0 + \overrightarrow{GF} \wedge F_{65} \vec{y}_6 + \overrightarrow{GH} \wedge F_{75} \vec{y}_7) \cdot \vec{x}_0 = 0 \\ & (-e \vec{z}_5 \wedge F_{45} \vec{y}_0 + (d \vec{x}_0 - f \vec{z}_5) \wedge F_{65} \vec{y}_6 + (d \vec{x}_0 + f \vec{z}_5) \wedge F_{75} \vec{y}_7) \cdot \vec{x}_0 = 0 \end{aligned}$$

$$F_{45} \cdot e \cos \theta_{50} + F_{65} \cdot f \cos(\theta_{50} - \theta_{60}) - F_{75} \cdot f \cos(\theta_{50} - \theta_{70}) = 0$$

Partie E :

Réponse E1-1 :

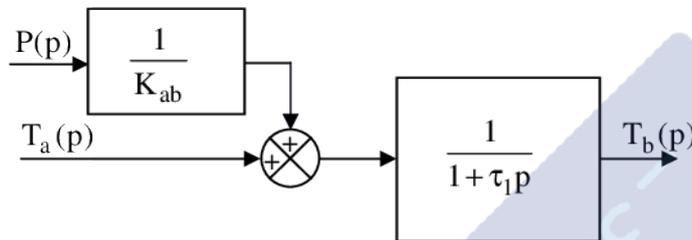
$$\textcircled{1} : m_b c_b p T_b(p) + K_{ab} [T_b(p) - T_a(p)] = P(p)$$

$$\textcircled{2} : m_a c_a p T_a(p) + K_{ae} [T_a(p) - T_e(p)] = K_{ab} [T_b(p) - T_a(p)]$$

$$\textcircled{3} : m_e c_e p T_e(p) + K_{ae} [T_e(p) - T_{ext}(p)] = K_{ae} [T_a(p) - T_e(p)]$$

Réponse E1-2 :

$$T_b(p) = \frac{1}{1 + \frac{m_b c_b}{K_{ab}} p} P(p) + \frac{1}{1 + \frac{m_b c_b}{K_{ab}} p} T_a(p)$$



$H_1(p)$: système du 1^{er} ordre

• Gain $K_1 = 1$

• Constante de temps $\tau_1 = \frac{m_b c_b}{K_{ab}}$

$$\tau_1 = \frac{200 \cdot 500}{40} = 2500s \approx 40 \text{ min}$$

Réponse E1-3 :

$$T_a(p) = \frac{K_{ae}}{1 + \frac{m_a c_a}{K_{ae} + K_{ab}} p} T_e(p) + \frac{K_{ab}}{1 + \frac{m_a c_a}{K_{ae} + K_{ab}} p} T_b(p)$$

$H_3(p)$: système du 1^{er} ordre

Gain $K_3 = \frac{K_{ae}}{K_{ae} + K_{ab}}$

Constante de temps

$$\tau_3 = \frac{m_a c_a}{K_{ae} + K_{ab}} = \frac{2 \cdot 700}{400 + 40} \approx 3s$$

$$\tau_3 = 3s$$

$H_4(p)$: système du 1^{er} ordre

Gain $K_4 = \frac{K_{ab}}{K_{ae} + K_{ab}}$

Constante de temps idem $H_3(p)$

$$\tau_3 = 3s$$

Réponse E1-4 :

$$T_e(p) = \frac{1/2}{1 + \frac{m_e c_e}{2K_{ae}} p} [T_{ext}(p) + T_a(p)]$$

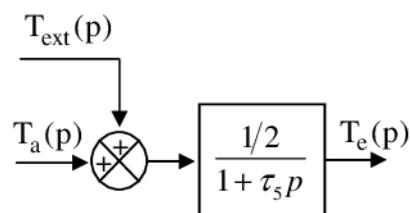
système du 1^{er} ordre

Gain $\frac{1}{2}$

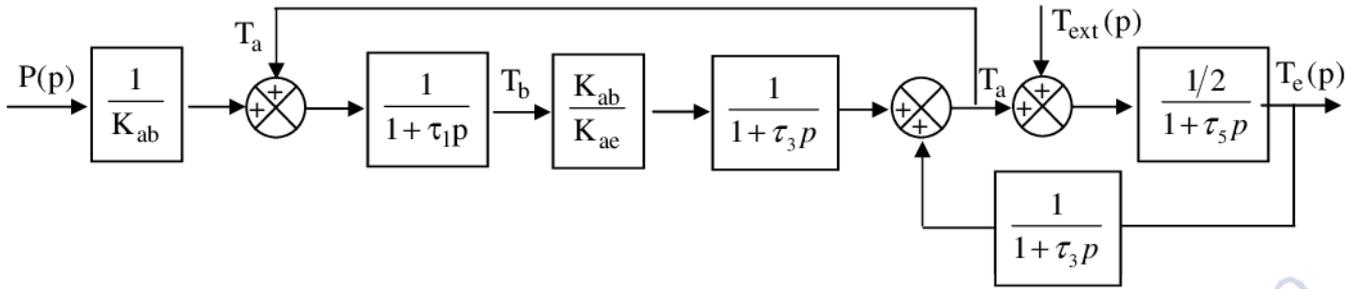
Constante de temps $\tau_5 = \frac{m_e c_e}{2K_{ae}} = \frac{50 \cdot 4000}{2 \cdot 400} = 250s$

$$\tau_5 = 250s$$

Schéma bloc :

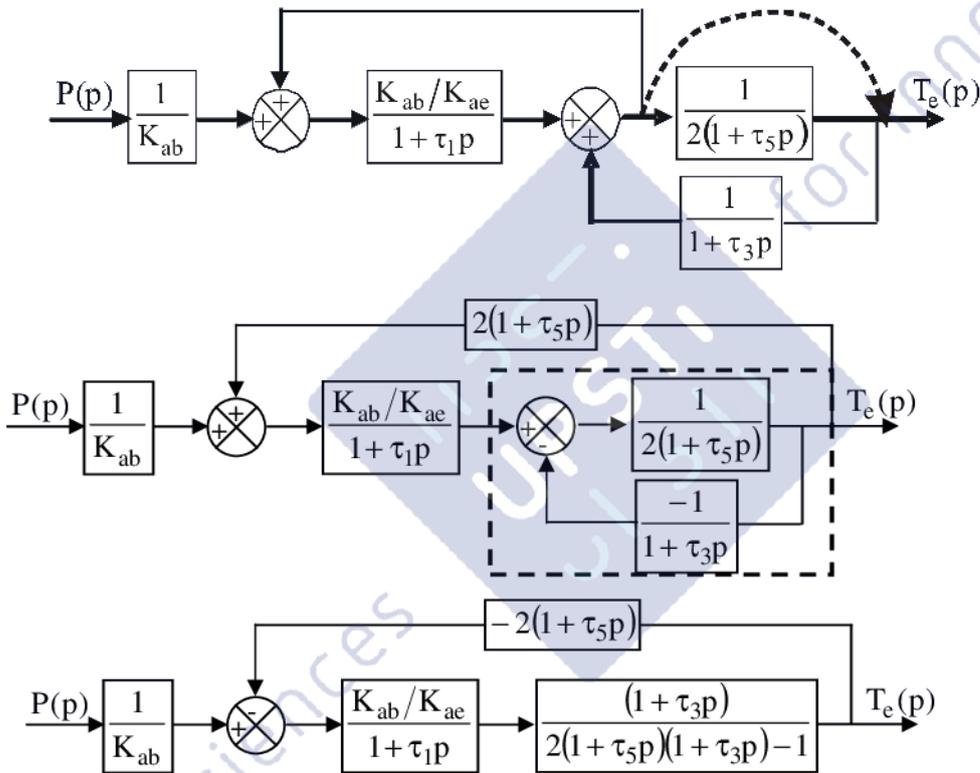


Réponse E1-5 :



Réponse E2-1 :

Par manipulation du schéma-bloc :



$$H(p) = \frac{1}{K_{ae}} \cdot \frac{(1 + \tau_3 p)}{2(1 + \tau_1 p)(1 + \tau_3 p)(1 + \tau_5 p) - (1 + \tau_1 p) - 2 \frac{K_{ab}}{K_{ae}} (1 + \tau_3 p)(1 + \tau_5 p)}$$

Réponse E3-1 :

Entrée échelon de puissance $P(p) = \frac{P_0}{p}$ d'où $T_e(p) = \frac{P_0}{p} \cdot \frac{1}{400(1 + 2500p)(1 + 500p)}$

D'après le théorème de la valeur initiale :

$\theta_e(0) = \lim_{p \rightarrow \infty} pT_e(p) = 0^\circ\text{C}$;

$\theta'_e(0) = \lim_{p \rightarrow \infty} p^2T_e(p) = 0^\circ\text{C/s}$

D'après le théorème de la valeur finale :

$\theta_e(\infty) = \lim_{p \rightarrow 0} pT_e(p) = \frac{10^4}{400} = 25^\circ\text{C}$;

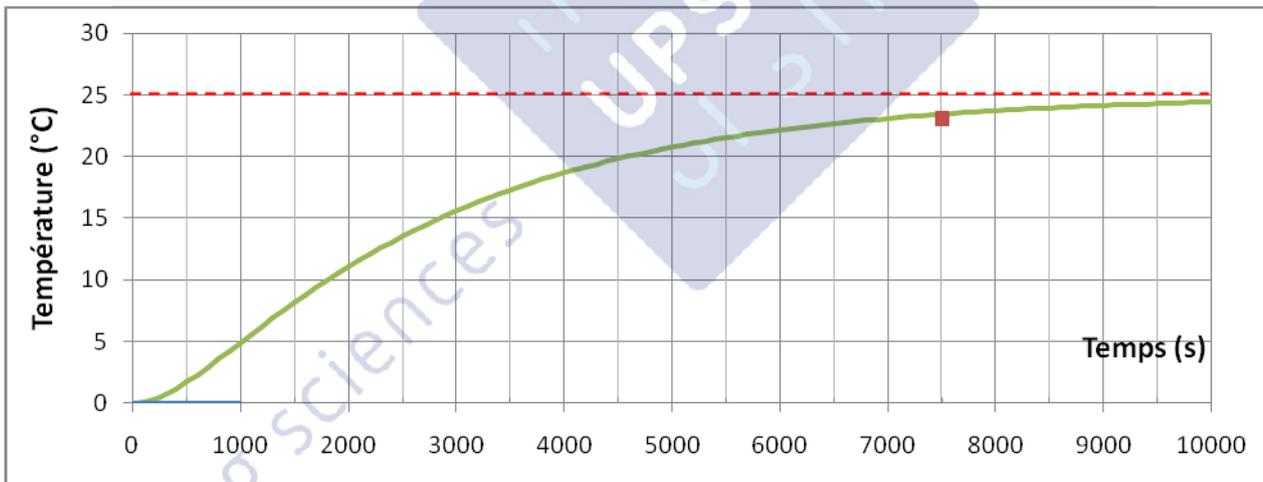
$\theta'_e(\infty) = \lim_{p \rightarrow 0} p^2T_e(p) = 0^\circ\text{C/s}$ asymptote horizontale

Ou directement, c'est un système du second ordre avec 2 pôles réels donc non oscillant, de gain $\frac{1}{400} K \cdot W^{-1}$

valeur initiale nulle, tangente horizontale à l'origine, valeur en régime permanent $\frac{10^4}{400} = 25^\circ\text{C}$.

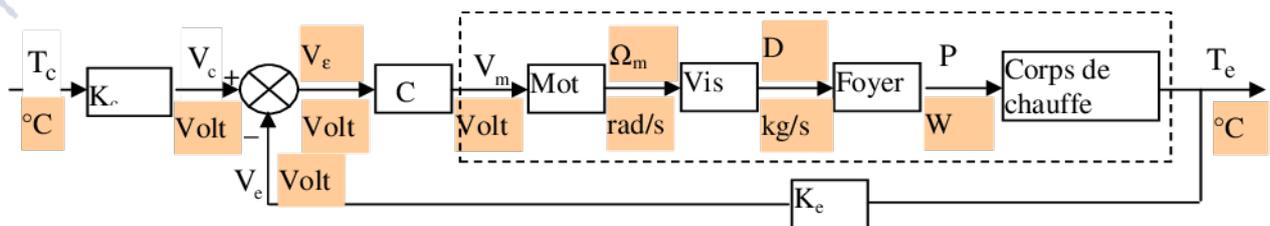
Réponse E3-2 :

On connaît la valeur et la pente à l'origine, l'asymptote en régime permanent est horizontale à 25°C , $H(p)$ est une fonction de transfert du 2nd dont les pôles sont réels : le système est non oscillant ($z > 1$), enfin on utilise le temps de réponse à 5% ($\approx 3 \times 2500$ s).

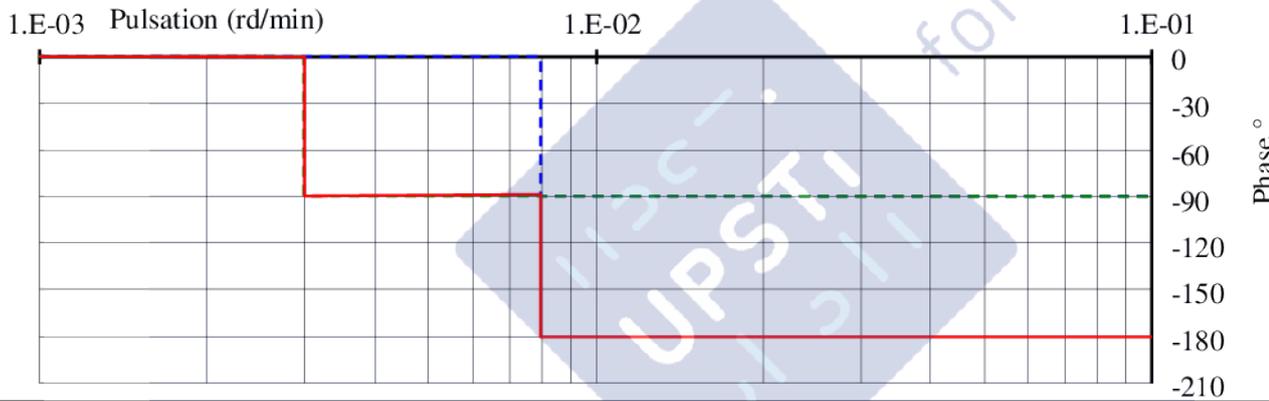
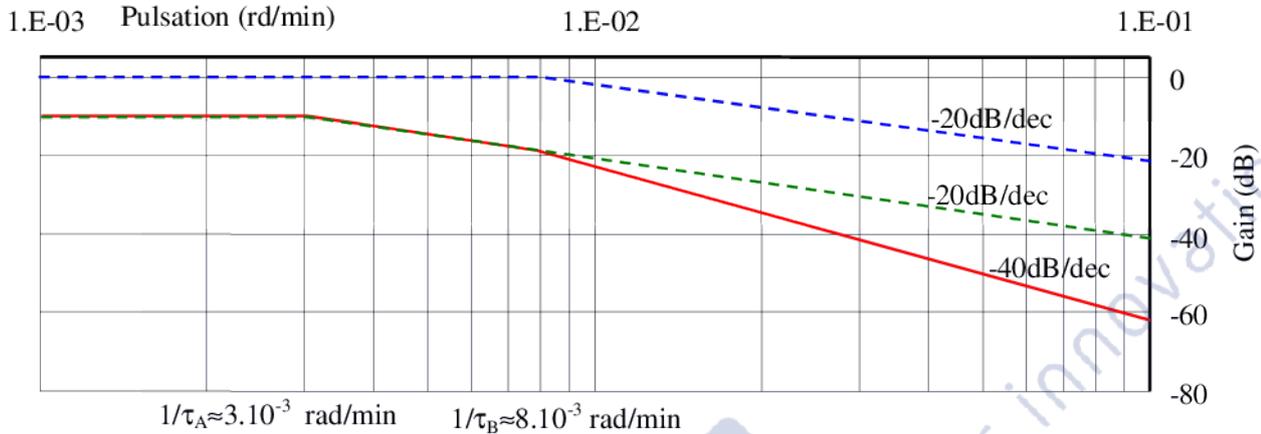


Partie F :

Réponse F1 :



Réponse F2 : $H_{MC}(p) = \frac{K_{MC}}{(1 + \tau_A p)(1 + \tau_B p)} = \frac{0.3}{(1 + 360 p)} \cdot \frac{1}{(1 + 120. p)}$, H_{MC} se dépose en produit de 2 premiers ordres de gain 0.3 et 1, de constante de temps $\tau_A = 360$ min et $\tau_B = 120$ min . On obtient les courbes de gain et de phase (courbes rouges) en sommant celles des 1^{ers} ordres $\frac{0.3}{(1 + 360 p)}$ et $\frac{1}{(1 + 120. p)}$.



Réponse F3 : $H_G(p) = \frac{T_e(p)}{T_c(p)} = K_c \frac{C H_{MC}(p)}{1 + C H_{MC}(p) K_e} = K_c \frac{C K_{MC}}{1 + \frac{C K_{MC} K_e}{(1 + \tau_A p)(1 + \tau_B p)}}$

$$H_G(p) = \frac{\frac{C K_{MC} K_c}{1 + C K_{MC} K_e}}{1 + \frac{\tau_A + \tau_B}{1 + C K_{MC} K_e} p + \frac{\tau_A \tau_B}{1 + C K_{MC} K_e} p^2}$$

Réponse F4 : Pour une entrée de type échelon $\theta_c(t) = \theta_{c0}$, $T_c(p) = \frac{\theta_{c0}}{p}$:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \theta_e(t) = \lim_{p \rightarrow 0} p T_e(p) = \frac{C K_{MC} K_c}{1 + C K_{MC} K_e} \theta_{c0}$$

Réponse F5 : $\lim_{t \rightarrow \infty} (\theta_e(t) - \theta_{c0}) = \theta_{c0} \left(\frac{C K_{MC} K_c}{1 + C K_{MC} K_e} - 1 \right)$, pour avoir un écart statique nul, il faut : $\frac{C K_{MC} K_c}{1 + C K_{MC} K_e} = 1$

$$\text{D'où : } K_c = \frac{1 + C K_{MC} K_e}{C K_{MC}}$$