



## Proposition de corrigé

Concours : Concours Commun Mines-Ponts

Année : 2019

Filière : PSI

Épreuve : Sciences Industrielles pour l'Ingénieur

Ceci est une proposition de corrigé des concours de CPGE, réalisée bénévolement par des enseignants de Sciences Industrielles de l'Ingénieur et d'Informatique, membres de l'[UPSTI](http://www.upsti.fr) (Union des Professeurs de Sciences et Techniques Industrielles), et publiée sur le site de l'association :

<https://www.upsti.fr/espace-etudiants/annales-de-concours>

### A l'attention des étudiants

Ce document vous apportera des éléments de corrections pour le sujet traité, mais n'est ni un corrigé officiel du concours, ni un corrigé détaillé ou exhaustif de l'épreuve en question.

L'UPSTI ne répondra pas directement aux questions que peuvent soulever ces corrigés : nous vous invitons à vous rapprocher de vos enseignants si vous souhaitez des compléments d'information, et à vous adresser à eux pour nous faire remonter vos éventuelles remarques.

### Licence et Copyright

Toute représentation ou reproduction (même partielle) de ce document faite sans l'accord de l'UPSTI est **interdite**. Seuls le téléchargement et la copie privée à usage personnel sont autorisés (protection au titre des [droits d'auteur](#)).

En cas de doute, n'hésitez pas à nous contacter à : [corrigesconcours@upsti.fr](mailto:corrigesconcours@upsti.fr).

### Informez-vous !

Retrouvez plus d'information sur les [Sciences de l'Ingénieur](#), l'[orientation](#), les [Grandes Ecoles](#) ainsi que sur les [Olympiades de Sciences de l'Ingénieur](#) et sur les [Sciences de l'Ingénieur au Féminin](#) sur notre site : [www.upsti.fr](http://www.upsti.fr)

L'équipe UPSTI

**RAMPE DE PULVÉRISATION AGRICOLE**

Q1)

Rampe pliée	Vérin rentré	Vérin sorti
Rampe dépliée	Vérin rentré	Vérin sorti

On peut comparer cette solution à la solution utilisée pour mettre en mouvement le bras principal visible sur l'annexe A.2.2 : le vérin agit directement sur le bras et il est rentré quand le bras est déplié mais le mouvement est seulement de 90°.

La solution choisie permet d'avoir un **mouvement de 180°**.

Q2)

La mobilité du mécanisme est  $m_c = 3$  : la sortie de la tige 3a entraîne le bras 5a (utile), 2a peut tourner autour de  $(M, \vec{x}_{32})$  et 3a peut tourner autour de  $(M, \vec{x}_{32})$  (internes)

Le mécanisme comporte  $I_c = 2 \times 3 + 1 \times 2 + 4 \times 1 = 12$  degrés de libertés

D'après le graphe de structure Annexe A1.2, il y a  $\gamma = 2$  boucles indépendantes.

On peut donc écrire au plus

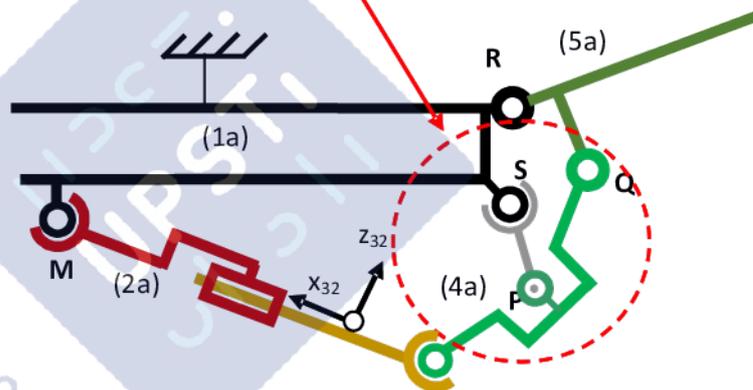
$E_c = 6 \cdot \gamma = 12$  équations de fermeture cinématique dont  $r_c = I_c - m_c = 12 - 3 = 9$  équations

linéairement indépendantes.

Le degré d'hyperstatisme est égal au degré de surabondance :

$$h = h_c = E_c - r_c = 12 - 9 = 3$$

Liaisons en S et P à compléter



$m_c = 3$   
 $h = 3$

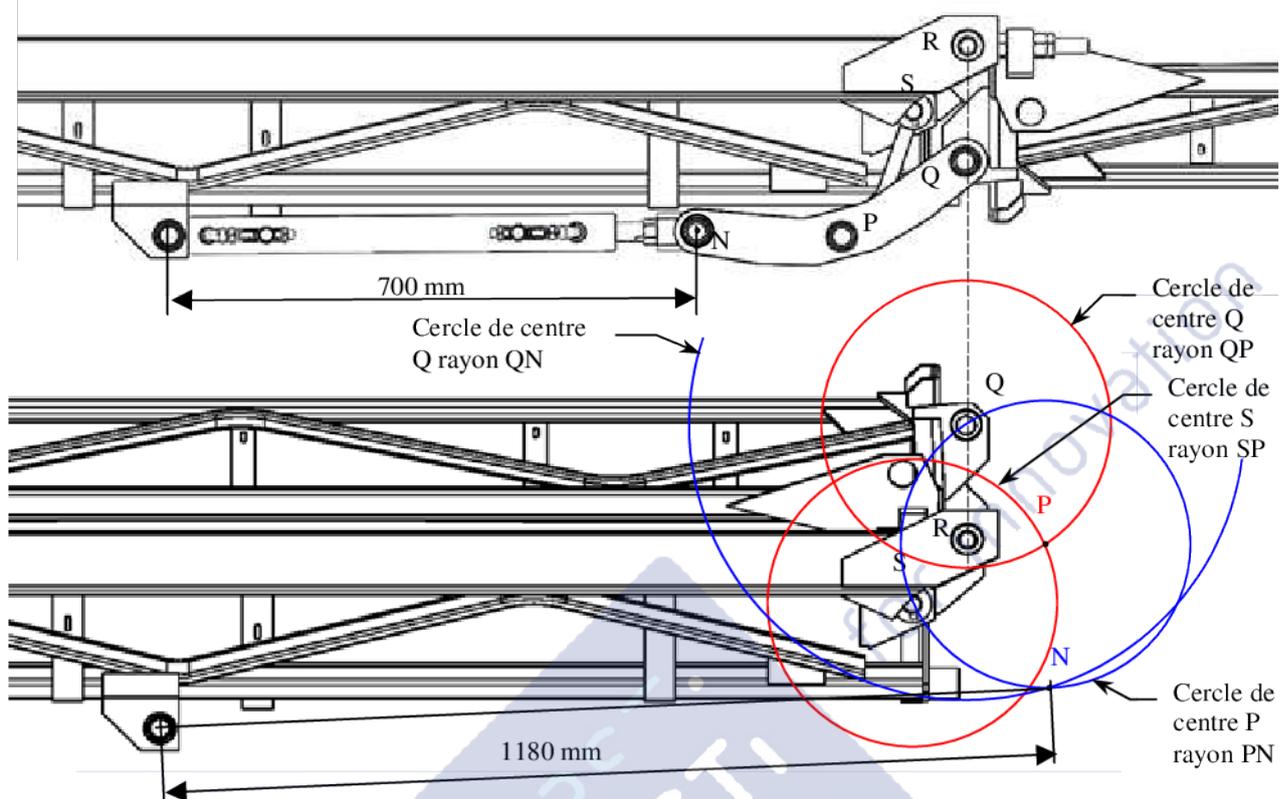
**Modèle isostatique**

Nouvelle liaison en P : pivot glissant d'axe (S, y)  
Nouvelle liaison en S : rotule

Q3)

On peut réaliser une liaison pivot en intercalant des éléments roulants entre les deux pièces. Deux roulements à billes par exemple.

Q4)



$$\text{Course} = 1180 - 700 = 480 \text{ mm}$$

Q5)

D'après les données du texte on va faire l'hypothèse que le débit impose la vitesse de déplacement de la tige et donc que les masses et moments d'inertie sont négligeables (En réalité c'est plutôt un problème de dynamique avec une pression limitée à 20 bars dans la limite du débit maximal).

$$t_p = \frac{\lambda S_c}{Q} = \frac{0,5 \times 1200 \cdot 10^{-6}}{60 \cdot 10^{-3} / 60} = 0,6 \text{ s}$$

$$t_d = \frac{\lambda (S_c - S_t)}{Q} = \frac{0,5 \times (1200 - 500) \cdot 10^{-6}}{60 \cdot 10^{-3} / 60} = 0,35 \text{ s}$$

	Durée
Pliage	<b>0,6 s</b>
Dépliage	<b>0,35 s</b>

Les temps étant très faibles il est important de limiter le débit : dangereux, risque de détérioration si moment d'inertie important.

*Remarque : si on ne peut pas négliger les masses et moments d'inertie alors le temps de dépliage est plus long que le temps de pliage (voir schéma 3D et simulation dynamique ou modèle Scilab-xcos « Pliage-dépliage bras ». Temps de l'ordre de 4s mais vitesse élevée)*

Q6)

Le temps de pliage/dépliage de la rampe ne doit pas excéder  $t_{\min} = 10 \text{ s}$ . Si on néglige l'effet des masses :

$$Q_{\min} = \frac{\lambda S_c}{t_{\min}} = \frac{0,5 \times 1200 \cdot 10^{-6}}{10} = 6 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3 / \text{s} = 6 \cdot 10^{-2} \text{ L/s} = 3,6 \text{ L/min} \text{ pour pliage.}$$

La pompe délivre au maximum 1 L/s >  $Q_{\min}$  et permet donc de respecter le temps de pliage/dépliage. D'autres composants sont susceptibles d'être alimentés simultanément...

Q7)

Notations surabondantes et phrase sous figure 4 pas claire.  $u_{21} = \dot{\lambda}_{2b1b}$  et  $p_{21} = \dot{\theta}_{2b1b}$

La liaison est supposée énergiquement parfaite, donc la puissance des inter-efforts entre 1b et

2b est nulle :  $P_{1b \rightarrow 2b} = X_0 \cdot u_{21} + L_0 \cdot p_{21} = 0$  soit  $L_0 = -\frac{u_{21}}{p_{21}} X_0 = -\frac{P}{2\pi} \cdot X_0$

avec  $|p| = 2\text{mm/deg} = 720\text{mm/tr}$

Q8)

La notation pour le moment du torseur couple est incorrecte. On écrira  $\vec{M}_{O_3, \text{ext} \rightarrow 2b} = C_{\text{esc}} \vec{x}_{2b}$ .

• On isole 2b et on applique le théorème du moment statique en C en projection sur  $\vec{x}_{2b}$  :

$$\underbrace{\vec{M}_{C, 3b \rightarrow 2b} \cdot \vec{x}_{2b}}_{0(L, \text{parf})} + \underbrace{\vec{M}_{C, 1b \rightarrow 2b} \cdot \vec{x}_{2b}}_{L_0} + \underbrace{\vec{M}_{C, \text{ext} \rightarrow 2b} \cdot \vec{x}_{2b}}_{C_{\text{esc}}} + \underbrace{\vec{M}_{C, \text{res} \rightarrow 2b} \cdot \vec{x}_{2b}}_0 + \underbrace{\vec{M}_{C, \text{pes} \rightarrow 2b} \cdot \vec{x}_{2b}}_0 = 0$$

$$\text{avec } \vec{M}_{C, \text{res} \rightarrow 2b} \cdot \vec{x}_{2b} = \left( \underbrace{\vec{CD} \wedge -\vec{F}_r}_{\parallel z} \cdot \vec{x}_r \right) \cdot \vec{x}_{2b} = 0 \quad \text{soit } L_0 + C_{\text{esc}} = 0.$$

• On isole 2b et on applique le théorème de la résultante statique en projection sur  $\vec{x}_{2b}$  :

$$\underbrace{\vec{R}_{3b \rightarrow 2b} \cdot \vec{x}_{2b}}_{0(L, \text{parf})} + \underbrace{\vec{R}_{1b \rightarrow 2b} \cdot \vec{x}_{2b}}_{X_0} + \underbrace{\vec{R}_{\text{ext} \rightarrow 2b} \cdot \vec{x}_{2b}}_0 + \underbrace{\vec{R}_{\text{res} \rightarrow 2b} \cdot \vec{x}_{2b}}_{-F_r \cos \theta} + \underbrace{\vec{R}_{\text{pes} \rightarrow 2b} \cdot \vec{x}_{2b}}_{\text{négligé}} = 0 \quad \text{soit } X_0 - F_r \cdot \cos \theta = 0$$

$$\text{Finalement on trouve : } C_{\text{esc}} = \frac{P}{2\pi} \cdot F_r \cdot \cos \theta$$

Rmq : On aurait pu isoler 2b + 3b et utiliser le théorème de l'énergie-puissance :

$$\underbrace{P_{1b \rightarrow 3b/1b}}_0 + \underbrace{P_{1b \rightarrow 2b/1b}}_0 + \underbrace{P_{\text{ext} \rightarrow 2b/0}}_{C_{\text{esc}} \cdot p_{21}} + P_{\text{res} \rightarrow 2b/0} = 0$$

$$P_{\text{res} \rightarrow 2b/0} = \vec{R}_{\text{res} \rightarrow 2b} \cdot \vec{V}_{D, 2b/0} = -\vec{F}_r \cdot \vec{x}_r \cdot u_{21} \cdot \vec{x}_{2b} = -F_r \cdot u_{21} \cdot \cos \theta$$

Q9)

Un effort en bout de bras ne donnera pas un couple. Supposons qu'il s'agit d'un glisseur de direction  $\vec{z}$ , d'intensité F et de moment  $C_{\text{esc}} \vec{x}_{2b}$  en  $O_3$ . En posant  $L = 2,5$  m la longueur du bras escamotable on a :  $C_{\text{esc}} = F \cdot L \cdot \sin \varphi$

N'ayant pas de donnée sur  $\varphi$  on estime par mesure sur la figure 6 :  $\sin \varphi \approx 0,94$ .

$$F = \frac{C_{\text{esc}}}{L \cdot \sin \varphi} \approx \frac{490}{2,5 \times 0,94} = 4 \times 49 \times 1,06 = 196 + 12 = 208\text{N}$$

Le CdCf indique que le bras doit s'escamoter pour un effort de  $200\text{N} \pm 10\%$

$F \approx 208\text{N} \in [180; 220]$  donc le cahier des charges est respecté.

Q10)

$$\vec{V}_{G_2,2b/0} = \vec{V}_{I,2/0} + \vec{G}_2 \mathbf{I} \wedge \vec{\Omega}_{2b/0} = - \left( (x_0 + x_{G_2}) \vec{x}_1 + y_{G_2} \vec{y}_1 + d_r \vec{z}_1 \right) \wedge \dot{\psi} \vec{y}_0 = d_r \dot{\psi} \vec{x}_1 - (x_0 + x_{G_2}) \dot{\psi} \vec{z}_1$$

$$\vec{V}_{G_2,2b/0} = d_r \dot{\psi} \vec{x}_1 - (x_0 + x_{G_2}) \dot{\psi} \vec{z}_1$$

$$\vec{a}_{G_2,2b/0} = \frac{d}{dt} \left[ \vec{V}_{G_2,2b/0} \right]_{/0} = - (x_0 + x_{G_2}) \ddot{\psi} \vec{x}_1 - d_r \ddot{\psi} \vec{z}_1$$

Q11)

$$\begin{aligned} \vec{\delta}_{O_3,2b/0} \cdot \vec{x}_{2b} &= \underbrace{\vec{\delta}_{G_2,2b/0} \cdot \vec{x}_{2b}}_{0(\text{masse ponctuelle})} + \left( \vec{O}_3 \vec{G}_2 \wedge m_2 \cdot \vec{a}_{G_2,2b/0} \right) \cdot \vec{x}_{2b} = \left( (x_{G_2} \vec{x}_1 + y_{G_2} \vec{y}_1) \wedge m_2 \cdot \vec{a}_{G_2,2b/0} \right) \cdot \vec{x}_{2b} \\ &= m_2 \left( x_{G_2} d_r \dot{\psi}^2 \vec{y}_1 + y_{G_2} (x_0 + x_{G_2}) \dot{\psi}^2 \vec{z}_1 - y_{G_2} d_r \dot{\psi}^2 \vec{x}_1 \right) \cdot \vec{x}_{2b} \end{aligned}$$

$$\vec{\delta}_{O_3,2b/0} \cdot \vec{x}_{2b} = m_2 (x_{G_2} \sin \varphi - y_{G_2} \cos \varphi) d_r \dot{\psi}^2$$

- On isole 2b et on applique le théorème du moment dynamique en  $O_3$  en projection

sur  $\vec{x}_{2b}$  :

$$\underbrace{\vec{M}_{O_3,3b \rightarrow 2b} \cdot \vec{x}_{2b}}_{0(L.\text{parf})} + \underbrace{\vec{M}_{O_3,1b \rightarrow 2b} \cdot \vec{x}_{2b}}_{L_0} + \underbrace{\vec{M}_{O_3,\text{res} \rightarrow 2b} \cdot \vec{x}_{2b}}_{\parallel \vec{z}_1} + \underbrace{\vec{M}_{O_3,\text{pes} \rightarrow 2b} \cdot \vec{x}_{2b}}_{\parallel \vec{z}_1} = \vec{\delta}_{O_3,2b/0} \cdot \vec{x}_{2b}$$

Soit :  $L_0 = m_2 (x_{G_2} \sin \varphi - y_{G_2} \cos \varphi) d_r \dot{\psi}^2$

Q12)

La plage de précontrainte pour que le bras s'escamote sous une force de 200N  $\pm 10\%$  est :  
 $F_0 \in [3900 \text{ N} ; 4800 \text{ N}]$

Rampes	33	28	24	20
Effort de précontrainte minimum (N)	5200	4700	4000	3500
Validation de l'exigence 1.8.1	non	oui	oui	non

### Conclusion sur l'adaptation du ressort :

Il faut choisir un ressort en fonction de l'effort de précontrainte minimum qui dépend du type de rampe (valeurs allant de 3500 N et 5200 N). Il faudra aussi modifier le pas du système d'escamotage pour les rampes 33 et 20 pour que l'effort de précontrainte puisse être dans la plage de  $F_0$ .

### Hypothèses qui peuvent être remises en causes :

Les modèles ont été établis en faisant l'hypothèse d'une liaison entre 1b et 2b parfaite malgré le contact direct et donc les frottements  $\left( L_0 = -\frac{p}{2\pi} \cdot X_0 \right)$  et on a négligé le poids pour trouver la relation  $(X_0 - F_r \cdot \cos \theta = 0)$ .

Ce sont les deux hypothèses qui doivent être remises en cause en premier lieu.

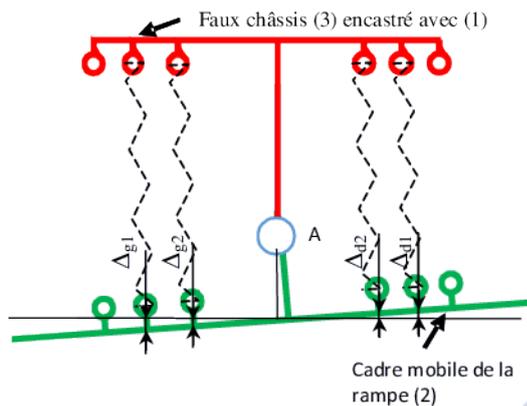
Les calculs ont été faits avec  $\ddot{\psi} = 0$  mais pas l'essai.

Le fait de considérer 2b comme une masse ponctuelle ne va pas changer beaucoup les choses si la vitesse de rotation est constante car la matrice d'inertie de 2b doit pouvoir être considérée diagonale dans  $(G_2, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ .

L'hypothèse que les bras restent alignés est justifiée.

Rmq : le protocole de l'essai n'est pas donné et on ne sait donc pas comment est imposée la vitesse de rotation... (Rayon  $R_b$ )

Q13)



Le moment en A du ressort de torsion équivalent est égal à la somme des moments en A des ressorts linéaires :

$$\begin{aligned} \vec{M}_{A, \text{res } i \rightarrow 2} \cdot \vec{z} &= \left( \vec{A} \vec{I}_1 \wedge (F_0 - k_i \cdot \Delta L_i) \vec{y}_1 \right) \cdot \vec{z} \\ &\approx \left( L_i \vec{x}_1 \wedge (F_0 - k_i \cdot L_i \cdot \theta_{21}) \vec{y}_1 \right) \cdot \vec{z} \\ &= L_i F_0 - k_i \cdot L_i^2 \cdot \theta_{21} \\ \sum \vec{M}_{A, \text{res } i \rightarrow 2} \cdot \vec{z} &= -2k_i \cdot (L_1^2 + L_2^2) \cdot \theta_{21} = -k_r \cdot \theta_{21} \end{aligned}$$

Finalemment :  $k_r = 2k_i \cdot (L_1^2 + L_2^2)$

Q14)

Avec des conditions initiales nulles on a directement :

$$(I_{G2} \cdot p^2 + k_v \cdot p + k_r) \cdot \theta_{20}(p) = (k_v \cdot p + k_r) \cdot \theta_{10}(p)$$

$$\text{Soit : } Fr(p) = \frac{\theta_{20}(p)}{\theta_{10}(p)} = \frac{k_r + k_v \cdot p}{k_r + k_v \cdot p + I_{G2} \cdot p^2} = \frac{1 + \frac{k_v}{k_r} \cdot p}{1 + \frac{k_v}{k_r} \cdot p + \frac{I_{G2}}{k_r} \cdot p^2}$$

On peut donc poser  $2 \frac{\xi}{\omega_0} = \frac{k_v}{k_r}$  et  $\frac{1}{\omega_0^2} = \frac{I_{G2}}{k_r}$

C'est une fonction de transfert d'ordre 2,  $\omega_0 = \sqrt{\frac{k_r}{I_{G2}}}$ ,  $\xi = \frac{k_v}{2 \cdot \sqrt{k_r \cdot I_{G2}}}$  et  $K = 1$ .

Q15)

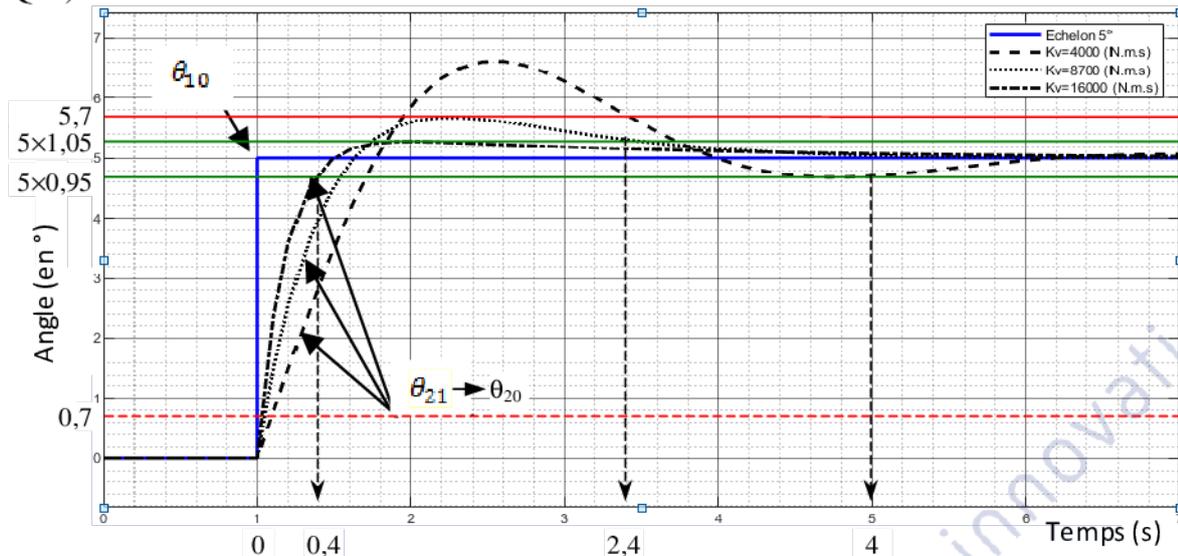
Il n'y a pas de notion de temps de réponse dans l'id 1.4.3.2 de l'annexe 3.

On suppose que l'effet du numérateur de  $F_r(p)$  est négligeable ce qui est loin d'être évident (la résonance persiste pour des valeurs de  $\xi$  non habituelles).

Un système d'ordre 2 ne sera pas résonnant si  $\xi \geq \frac{\sqrt{2}}{2}$  et son temps de réponse sera minimal si  $\xi = 0,69$ . Il faut donc :

$$\xi \geq \frac{\sqrt{2}}{2}, \quad k_r = I_{G2} \cdot \omega_0^2 \quad \text{et} \quad k_v = 2\xi \omega_0 I_{G2} = \sqrt{2} \omega_0 \cdot I_{G2}$$

Q16)



L'angle  $\theta_{20} = \theta_{21} + \theta_{10}$  ne peut pas passer brutalement de 0 à 5°. On suppose donc une erreur de sujet et il faut lire  $\theta_{20}$  à la place de  $\theta_{21}$ .

Par ailleurs, l'entrée en échelon n'est pas adaptée pour vérifier l'exigence 1.4.3.1. dont l'énoncé n'indique pas sous quelles conditions les critères doivent être respectés.

Le bras suit forcément le tracteur et va s'incliner de  $5^\circ > 0,7^\circ \rightarrow$  **ne respecte pas 1.4.3.1.**

Si on ne tient pas compte de l'effet transitoire initial et que l'on suppose que le sol s'est incliné rapidement de  $5^\circ$ , et que l'on suppose que le critère de retour au repos (stabilisation) est le temps de réponse à 5% alors :

$k_v$ (N.m.s)	$\xi$ (id 1.4.3.2) pour info	$t_{R5\%}$	Dépassement $D_1$	Validation 1.4.3.1 $t_{R5\%} < 3s$ et $D_1 < 0,7^\circ$
4000	$0,46 < 0,7$	4 s	$1,6^\circ$	non
8700	$1 > 0,7$	2,4 s	$0,7^\circ$	limite
16000	$1,62 > 0,7$	0,4 s	$0,2^\circ$	oui

$\xi = \frac{k_v}{2.k_r} \omega_0$ . Application numérique faite avec  $k_r = 7000$  N.m (et pas N.m/° qui donne des résultats aberrants)

Q17)

$$\vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CA} = \vec{0}$$

$$-d_1 \vec{x}_1 + h_1 \vec{y}_1 + \lambda_{45} \vec{x}_4 - a_3 \vec{x}_3 - b_3 \vec{y}_3 = \vec{0}$$

D'où en projection dans la base 1 :

$$\begin{cases} -d_1 + \lambda_{45} \cos \theta_{41} - a_3 \cos \theta_{31} + b_3 \sin \theta_{31} = 0 \\ h_1 + \lambda_{45} \sin \theta_{41} - a_3 \sin \theta_{31} - b_3 \cos \theta_{31} = 0 \end{cases}$$

$$\text{Soit : } \lambda_{45} = \sqrt{(d_1 + a_3 \cos \theta_{31} - b_3 \sin \theta_{31})^2 + (h_1 - a_3 \sin \theta_{31} - b_3 \cos \theta_{31})^2}$$

Le résultat est demandé dans le domaine de Laplace. Il faut donc linéariser l'équation précédente autour de  $\theta_{31} = 0$  :

$$\Delta \lambda_{45} = \frac{\partial \lambda_{45}}{\partial \theta_{31}} (\theta_{31} = 0) \Delta \theta_{31} = \frac{-b_3 \cdot (d_1 + a_3) - a_3 (h_1 - b_3)}{\sqrt{(d_1 + a_3)^2 + (h_1 - b_3)^2}} \Delta \theta_{31} = \frac{-b_3 \cdot d_1 - a_3 h_1}{\sqrt{(d_1 + a_3)^2 + (h_1 - b_3)^2}} \Delta \theta_{31}$$

$$\text{Finalement : } \Delta\lambda_{45}(p) = \frac{-b_3 \cdot d_1 - a_3 h_1}{\sqrt{(d_1 + a_3)^2 + (h_1 - b_3)^2}} \cdot \theta_{31}(p)$$

Rmq :  $\lambda_{45}$  ne peut pas être nul quand  $\theta_{31}$  est nul contrairement à ce qui est indiqué sur la figure 13 d'où le  $\Delta\lambda_{45}$  qui subsiste. Il n'y aurait pas eu de problème au niveau des vitesses. Il y a aussi un problème de signe : il est normal que  $\theta_{31}$  diminue quand  $\Delta\lambda_{45}$  augmente. On doit aussi avoir  $\Delta\lambda_{45} = d$  de la question Q21.

Q18)

$$\frac{\lambda_{45}(p)}{\theta_{31}(p)} = \frac{0,05}{0,1} = 0,5m$$

Q19)

A partir du schéma bloc on a :  $P(p) = H_2(p) \cdot (H_1(p)Q(p) - \lambda_{45}(p))$

L'équation donnant le débit s'exprime dans le domaine de Laplace de la façon suivante :

$$Q(p) = S \cdot p \cdot \lambda_{45}(p) + \frac{V_0}{2B} p \cdot P(p)$$

$$\text{Soit } P(p) = \frac{2B}{V_0 \cdot p} Q(p) - \frac{2BS}{V_0} \lambda_{45}(p) = \frac{2BS}{V_0} \left( \frac{1}{S \cdot p} Q(p) - \lambda_{45}(p) \right)$$

$$\text{Par identification on a : } H_1(p) = \frac{1}{S \cdot p} \text{ et } H_2(p) = \frac{2BS}{V_0}$$

Q20)

Pour trouver (1), on isole 3 et on applique le théorème du moment dynamique en A en

projection sur  $\vec{z}_1$  :

$$\vec{M}_{A,1 \rightarrow 3} \cdot \vec{z}_1 + \vec{M}_{A,5 \rightarrow 3} \cdot \vec{z}_1 + \underbrace{\vec{M}_{A,pes \rightarrow 3} \cdot \vec{z}_1}_{\text{négligeable}} + \vec{M}_{A,res \rightarrow 3} \cdot \vec{z}_1 + \vec{M}_{A,am \rightarrow 3} \cdot \vec{z}_1 = \vec{\delta}_{A,3/0} \cdot \vec{z}_1$$

Pour trouver (2), on isole 2 et on applique le théorème du moment dynamique en A en

projection sur  $\vec{z}_1$  :

$$\vec{M}_{A,1 \rightarrow 2} \cdot \vec{z}_1 + \underbrace{\vec{M}_{A,pes \rightarrow 2} \cdot \vec{z}_1}_0 + \vec{M}_{A,res \rightarrow 2} \cdot \vec{z}_1 + \vec{M}_{A,am \rightarrow 2} \cdot \vec{z}_1 = \vec{\delta}_{A,2/0} \cdot \vec{z}_1$$

Q21)

A partir du schéma bloc on a :  $\theta_{31}(p) = H_5(p) \cdot F(p) - H_4(p) \cdot \theta_{21}(p)$

$$(1) \text{ donne } I_{G3} \cdot p^2 \cdot \theta_{31}(p) = d \cdot F(p) - k_r (\theta_{31}(p) - \theta_{21}(p)) - k_v \cdot p (\theta_{31}(p) - \theta_{21}(p))$$

$$(2) \text{ donne } I_{G2} \cdot p^2 \cdot \theta_{21}(p) = k_r (\theta_{31}(p) - \theta_{21}(p)) + k_v \cdot p (\theta_{31}(p) - \theta_{21}(p))$$

$$(1) + (2) \text{ donne } I_{G3} \cdot p^2 \cdot \theta_{31}(p) = d \cdot F(p) - I_{G2} \cdot p^2 \cdot \theta_{21}(p) \quad (3)$$

$$(2) \text{ seule donne } (k_r + k_v \cdot p) \cdot \theta_{31}(p) = (k_r + k_v \cdot p + I_{G2} \cdot p^2) \cdot \theta_{21}(p) \quad (4)$$

$\forall n$  entier relatif : (3)+n.(4) donne les solutions répondant à la question.

On gardera la solution la plus simple :  $\theta_{31}(p) = \frac{d}{I_{G3}} \cdot \frac{1}{p^2} \cdot F(p) - \frac{I_{G2}}{I_{G3}} \cdot \theta_{21}(p)$

$$H_4(p) = \frac{I_{G2}}{I_{G3}}$$

$$H_5(p) = \frac{d}{I_{G3}} \cdot \frac{1}{p^2}$$

(Forme canonique demandée !)

Si les équations de dynamique sont écrites avec le repère  $R_0$  galiléen cela est plus simple (seule la solution donnée est possible).

Q22)

Pour  $\omega < 1$  :  $\|H_3(j\omega)\| = \frac{K}{\omega^2}$  soit  $K = \omega_{0dB}^2 = (2 \cdot 10^{-2})^2 = 4 \cdot 10^{-4} \text{ N}^{-1} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$  (le diagramme n'est pas en dB en ordonné car  $\frac{K}{\omega^2}$  n'est pas sans unité)

$K = 4 \cdot 10^{-4} \text{ N}^{-1} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$	$T_0 = \frac{1}{0,8} = 1,2\text{s}$	$T_1 = \frac{1}{2 \cdot 10^4} = 5 \cdot 10^{-5}\text{s}$	$T_2 = 1,2\text{s}$	Ordre 4
--	-------------------------------------	--	---------------------	---------

Q23)

On remarque que  $T_0 = T_2$  soit :

$$F_r(p) = \frac{K(1 + T_0 \cdot p)}{p^2(1 + T_1 \cdot p)(1 + T_2 \cdot p)} = \frac{K}{p^2(1 + T_1 \cdot p)} = \frac{K'}{p^2(1 + T' \cdot p)}$$

avec  $K' = K$  et  $T' = T_1$ .

Q24)

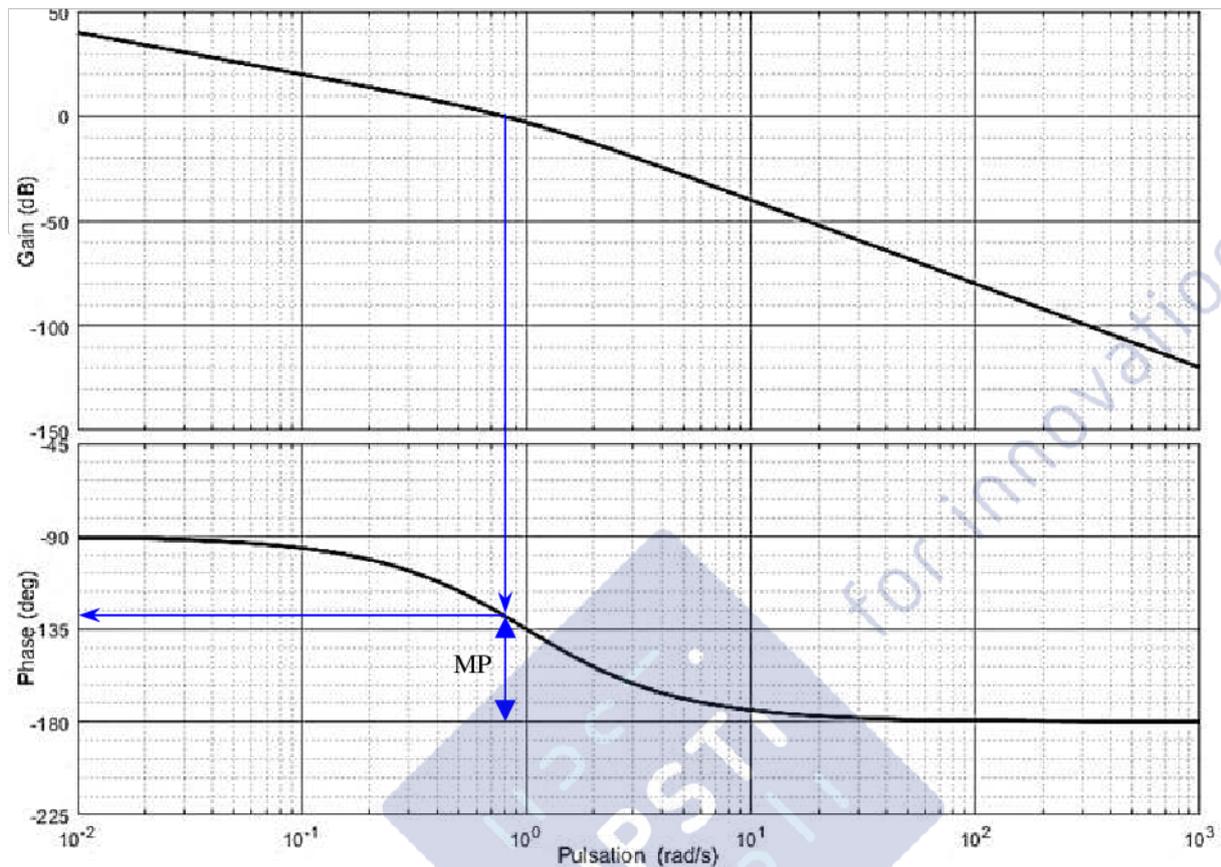
$$F_{\text{DYN}}(p) = K_{sd} \cdot H_1 \cdot \frac{H_2 \cdot S \cdot d \cdot H_3}{1 + H_2 \cdot H_5 \cdot H_6 \cdot S} \cdot \frac{1}{1 - H_4 \cdot H_6 \cdot \frac{H_2 \cdot S \cdot d \cdot H_3}{1 + H_2 \cdot H_5 \cdot H_6 \cdot S}} = \frac{K_{sd} \cdot H_1 \cdot H_2 \cdot S \cdot d \cdot H_3}{1 + H_2 \cdot H_5 \cdot H_6 \cdot S - H_4 \cdot H_6 \cdot H_2 \cdot S \cdot d \cdot H_3}$$

$$= \frac{H_2 \cdot S \cdot d \cdot H_3 \cdot H_1 \cdot K_{sd}}{1 + H_2 \cdot S \cdot H_6 \cdot (H_5 - H_4 \cdot d \cdot H_3)}$$

$$A = H_2(p) \cdot S$$

$$\text{et } B = d \cdot H_3(p)$$

Q25)



Marge de phase FTBO non corrigée =  $52^\circ$

$\omega_{0dB} = 0,8 \text{ rad/s}$

Conclusion :

Le système est stable mais la MP  $< 80^\circ$  donc le cahier des charges n'est pas respecté.

Q26)

C'est un correcteur à avance de phase.

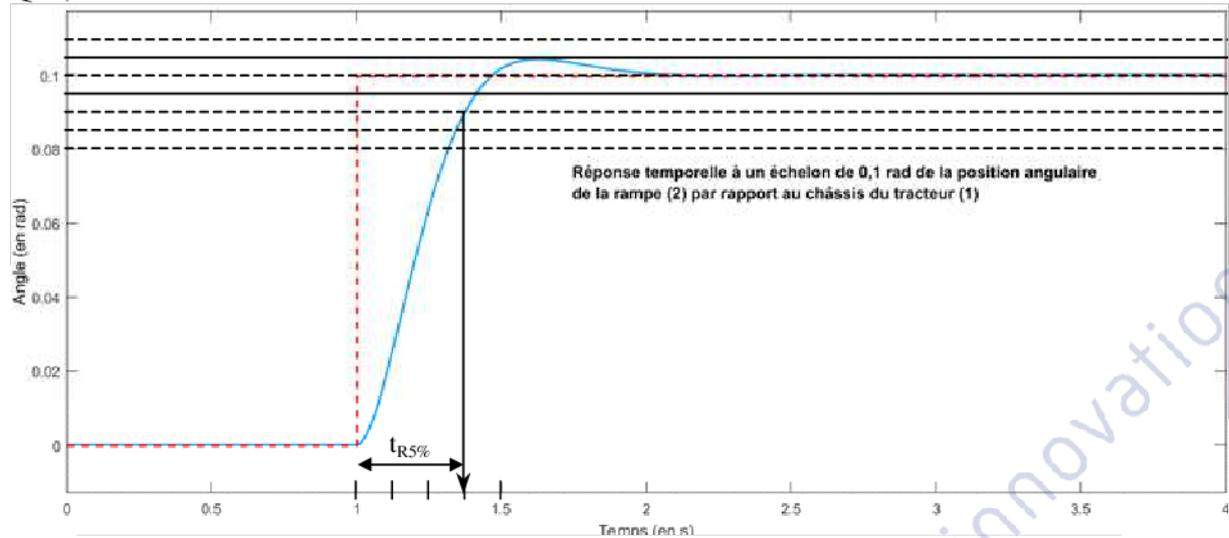
Si on choisit  $\omega_{0dB} = \frac{1}{\sqrt{a} \cdot T}$  alors  $\omega_{0dB}$  sera inchangée. Modifiée sinon.

Q27)

Il faut apporter  $\phi_m = 80 - MP = 28^\circ \approx 30^\circ$

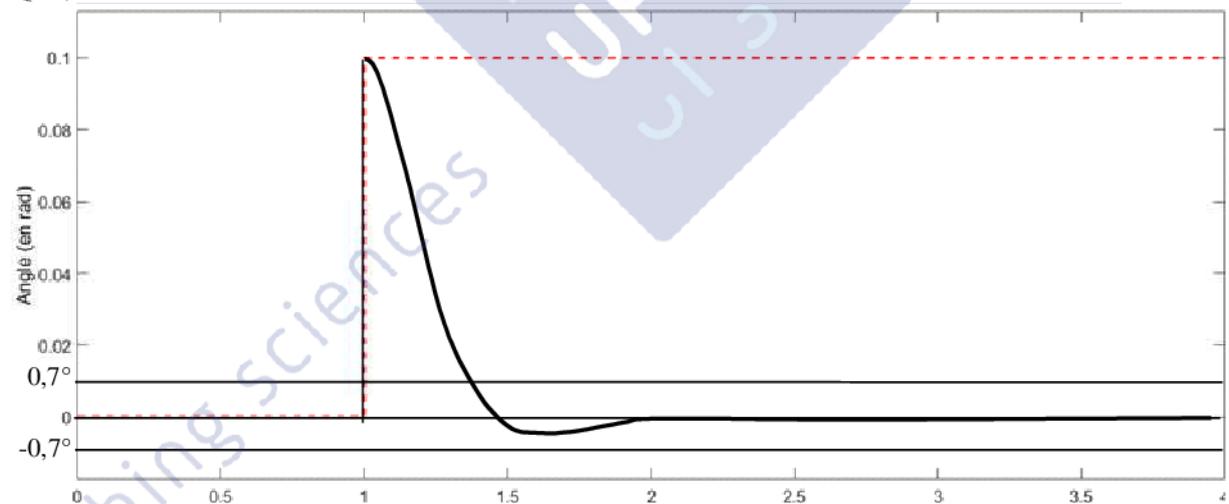
Donc  $a = \frac{-\sin(\phi_m) - 1}{\sin(\phi_m) - 1} = \frac{1,5}{0,5} = 3$  et  $T = \frac{1}{\sqrt{a} \cdot \omega_{0dB}} = \frac{1}{\sqrt{3} \times 0,8} \approx \frac{1,2}{1,7} \approx \frac{6 \times 1,2}{10} = 0,72s$

Q28)



Exigence	Critère et niveau	Valeur obtenue	Respect
Id 1.6.1	$t_{R5\%} < 2s$	$t_{R5\%} = 0,37 s$	oui
Id 1.6.2	aucun écart et position constante après échelon	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Erreur statique nulle</li> <li>• Position constante après 1s.</li> </ul>	oui
Id 1.6.3	Système stable et marge de phase de $80^\circ$	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Stable.</li> <li>• <math>MP = 80^\circ</math> Q27</li> </ul>	oui

Q29)



Il est physiquement impossible d'imposer un échelon de position à un solide. De plus, les équations de dynamique de la question 20 sont écrites en supposant  $R_1$  galiléen (voir aussi remarque en fin de réponse pour Q21)

On peut malgré tout tracer la réponse demandée en supposant une consigne nulle et comme  $F_{DYN}(p)$  est de classe 1 l'erreur statique sera nulle (intégration avant la perturbation).

Exigence	Critère et niveau	Valeur obtenue	Respect
Id 1.4.31	Déport angulaire maxi de $0,7^\circ$	$\approx 6^\circ$ (mais modèle discutable) $< 0,7^\circ$ à partir de 0,4 s	non vérifiable
	temps de stabilisation $< 3s$ (on suppose $t_{R5\%} < 3s$ )	$t_{R5\%} = 0,37 s$	oui