teaching sciences



Proposition de corrigé

Concours: Concours Centrale-Supélec

Année: 2019

Filière: TSI

Épreuve : Sciences Industrielles pour l'Ingénieur

Ceci est une proposition de corrigé des concours de CPGE, réalisée bénévolement par des enseignants de Sciences Industrielles de l'Ingénieur et d'Informatique, membres de l'<u>UPSTI</u> (Union des Professeurs de Sciences et Techniques Industrielles), et publiée sur le site de l'association :

https://www.upsti.fr/espace-etudiants/annales-de-concours

A l'attention des étudiants

Ce document vous apportera des éléments de corrections pour le sujet traité, mais n'est ni un corrigé officiel du concours, ni un corrigé détaillé ou exhaustif de l'épreuve en question.

L'UPSTI ne répondra pas directement aux questions que peuvent soulever ces corrigés: nous vous invitons à vous rapprocher de vos enseignants si vous souhaitez des compléments d'information, et à vous adresser à eux pour nous faire remonter vos éventuelles remarques.

Licence et Copyright

Toute représentation ou reproduction (même partielle) de ce document faite sans l'accord de l'UPSTI est **interdite**. Seuls le téléchargement et la copie privée à usage personnel sont autorisés (protection au titre des <u>droits d'auteur</u>).

En cas de doute, n'hésitez pas à nous contacter à : <u>corrigesconcours@upsti.fr</u>.

Informez-vous!

Retrouvez plus d'information sur les <u>Sciences de l'Ingénieur</u>, l'<u>orientation</u>, les <u>Grandes Ecoles</u> ainsi que sur les <u>Olympiades de Sciences de l'Ingénieur</u> et sur les <u>Sciences de l'Ingénieur</u> au Féminin sur notre site : www.upsti.fr

L'équipe UPSTI

Correction de l'épreuve de projet CCP TSI 2019

I. Communication entre le boitier et l'objectif photographique

Question 1. Soit *q* la résolution du codeur absolu linéaire sur 4 bits et soit *c* la course totale de la lentille. On a :

$$q_{abs} = \frac{c}{2^4} = 375 \mu m$$

Comme $q > 100 \mu m$, la résolution est insuffisante pour une utilisation normale.

Question 2. On commence par calculer le rapport de réduction du train simple d'engrenages avec en entrée $\Delta\theta_{rc}$ la rotation de l'arbre du codeur incrémental et en sortie $\Delta\theta_l$ la rotation de l'arbre de la lentille :

$$\begin{split} \frac{\Delta\theta_l}{\Delta\theta_{rc}} &= (-1)^7 \frac{Z_3 \cdot Z_4 \cdot Z_5 \cdot Z_7 \cdot Z_9 \cdot Z_{11} \cdot Z_{12} \cdot Z_{14}}{Z_4 \cdot Z_5 \cdot Z_6 \cdot Z_8 \cdot Z_{10} \cdot Z_{12} \cdot Z_{13} \cdot Z_{15}} = r \\ r &= -\frac{Z_3 \cdot Z_7 \cdot Z_9 \cdot Z_{11} \cdot Z_{14}}{Z_6 \cdot Z_8 \cdot Z_{10} \cdot Z_{13} \cdot Z_{15}} = 0,005 \end{split}$$

Par définition du pas de la liaison hélicoïdale, on peut aussi écrire :

$$d_l = \left| \frac{p}{2\pi} \Delta \theta_l \right| = \frac{p}{2\pi} \cdot r \cdot \Delta \theta_{rc}$$

La résolution en utilisant le codeur incrémental est donnée lorsque l'arbre du codeur fait un angle de $2\pi/30$. Cela s'écrit :

$$q_{inc} = \frac{p}{2\pi} \cdot r \cdot \frac{2\pi}{30} = 5.2\mu m$$

Question 3. Soit $n \in \mathbb{N}$ le nombre de bits nécessaires pour coder l'information du codeur incrémental :

$$q_{inc} \ge \frac{c}{2^n}$$

$$2^n \ge \frac{c}{q_{inc}}$$

$$n \ge \frac{\ln\left(\frac{c}{q_{inc}}\right)}{\ln 2}$$

$$n > 10.23$$

On pourra prendre n = 11 ou plus classiquement n = 16.

Question 4. La trame se décode sans problème majeur :

Octet 1								Octet 2							
0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0

Question 5. L'information transmise vaut : $a = (11001000)_2 = 2^7 + 2^6 + 2^3 = 200$

La résolution valant q_{inc} , le déplacement demandé vaut :

$$d = 200 \cdot q_{inc} = 1mm$$

Question 6. La transmission nécessite 3 octets (1 pour la commande et 2 pour le codage de la valeur). Or le document réponse montre en temps de transmission de $280\mu s$ pour 2 octets. On a donc :

$$t_{com} = \frac{3}{2}250 = 375\mu s$$

 $t_{com} < 0.5s$ donc l'exigence ld1.1 est validée.

II. Validation de la structure permettant d'assurer le mouvement de l'optique

Question 7. On a déjà eu besoin de calculer le rapport de réduction r à la question2 et :

$$k = \frac{r\phi_1}{\phi_2} = -\frac{Z_3 \cdot Z_7 \cdot Z_9 \cdot Z_{11} \cdot Z_{14}}{Z_6 \cdot Z_8 \cdot Z_{10} \cdot Z_{13} \cdot Z_{15}} \cdot \frac{\phi_1}{\phi_2} = -0.00188$$

Question 8. On calcule l'énergie cinétique de l'ensemble des pièces mobiles :

$$E_{c,\Sigma/0} = E_{c,lent/0} + E_{c,rotor/0}$$

• $E_{c,rotor/0} = \frac{1}{2} I_m \omega_m^2$ car le rotor est en rotation autour d'un axe fixe à la vitesse ω_m

•
$$E_{c,lent/0} = \frac{1}{2} \begin{Bmatrix} \omega_l \vec{z}_0 \\ V_l \vec{z}_0 \end{Bmatrix} \bigotimes \begin{Bmatrix} M V_l \vec{z}_0 \\ \vec{\sigma}_{B,l/0} \end{Bmatrix}$$

Or

$$\vec{\sigma}_{B,l/0} = \begin{pmatrix} A & -F & -E \\ -F & B & -D \\ -E & -D & I \end{pmatrix}_{(\vec{x}_l, \vec{y}_l, \vec{z}_0)} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \omega_l \end{pmatrix}$$

$$\vec{\sigma}_{B,1/0} = -E\omega_l \vec{x}_l - D\omega_l \vec{y}_l + I\omega_l \vec{z}_0$$

Finalement:

$$E_{c,lent/0} = \frac{1}{2}(I\omega_l^2 + MV_l^2)$$

D'où en tenant compte que $\omega_l=k\omega_m$ et $V_l=rac{p}{2\pi}\omega_l=rac{kp}{2\pi}\omega_m$:

$$E_{c,\Sigma/0} = \frac{1}{2} \left(\underbrace{I_m + k^2 I + \frac{Mp^2}{4\pi^2} k^2}_{J} \right) \omega_m^2$$

Question 9. Le théorème de l'énergie cinétique appliqué à l'ensemble des pièces mobiles donne :

$$\frac{dE_{c,\Sigma/0}}{dt} = P_{int} + P_{cr} + P_m + P_f$$

- $P_{int} = 0$ car les liaisons sont parfaites
- P_{Cr} est la puissance générée par les frottements secs ramenés sur l'arbre de la poulie motrice :

$$P_{Cr} = \begin{cases} \vec{0} \\ -C_0 \vec{z}_0 \end{cases} \otimes \begin{cases} \omega_m \vec{z}_0 \\ \vec{0} \end{cases} = -C_0 \omega_m$$

• P_f est la puissance générée par les frottements fluides ramenés sur l'arbre de la poulie motrice

$$P_f = \begin{cases} \vec{0} \\ -f \omega_m \vec{z}_0 \end{cases} \otimes \begin{cases} \omega_m \vec{z}_0 \\ \vec{0} \end{cases} = -f \omega_m^2$$

P_m est la puissance moteur

$$P_m = \begin{cases} \vec{0} \\ C_m \vec{z}_0 \end{cases} \otimes \begin{cases} \omega_m \vec{z}_0 \\ \vec{0} \end{cases} = C_m \omega_m$$

Finalement, il reste :

$$J\omega_m \frac{d\omega_m}{dt} = C_m \omega_m - C_0 \omega_m - f \omega_m^2$$

Après simplification par ω_m , on retrouve bien l'expression demandée :

$$C_m - C_0 = J \frac{d\omega_m}{dt} + f\omega_m$$

Question 10.

• Cas de la chaîne 0-1-2 :

$$\{\mathcal{V}_{20}\} = \{\mathcal{V}_{21}\} + \{\mathcal{V}_{10}\}$$

$$\{\mathcal{V}_{20}\} = \left\{ \begin{matrix} \omega_{20}\vec{z}_0 \\ \vec{0} \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} \omega_{20}\vec{z}_0 \\ \vec{0} \end{matrix} \right\}; \\ \{\mathcal{V}_{21}\} = \left\{ \begin{matrix} \vec{0} \\ V_1\vec{z}_0 \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} \vec{0} \\ V_1\vec{z}_0 \end{matrix} \right\}; \\ \{\mathcal{V}_{10}\} = \left\{ \begin{matrix} \omega_{10}\vec{z}_0 \\ \vec{0} \end{matrix} \right\}$$

On obtient les 6 équations scalaires :

uations scalaires :
$$\begin{cases} 0 = 0 & (1) \\ 0 = 0 & (2) \\ \omega_{20} - \omega_{10} = 0 & (3) \\ 0 = 0 & (4) \\ 0 = 0 & (5) \\ V_1 = 0 & (6) \end{cases}$$

Cas de la chaîne 0-2-3 :

$$\{\mathcal{V}_{30}\} = \{\mathcal{V}_{32}\} + \{\mathcal{V}_{20}\}$$

$$\begin{aligned} \text{Or} \ \{\mathcal{V}_{30}\} &= \ \begin{cases} \omega_{30} \vec{z}_0 \\ p \omega_{30} \vec{z}_0 \end{cases} = \ \begin{cases} \omega_{30} \vec{z}_0 \\ p \omega_{30} \vec{z}_0 - a \omega_{30} \vec{y}_0 \end{cases} \\ \{\mathcal{V}_{32}\} &= \ \begin{cases} \omega_x \vec{x}_0 + \omega_y \vec{y}_0 + \omega_z \vec{z}_0 \\ V_x \vec{x} + V_z \vec{z}_0 \end{cases} \text{ et } \{\mathcal{V}_{20}\} = \ \begin{cases} \omega_{20} \vec{z}_0 \\ \vec{0} \end{cases} = \ \begin{cases} \omega_{20} \vec{z}_0 \\ -c \omega_{20} \vec{y}_0 \end{cases} \end{aligned}$$

On obtient les 6 équations scalaires :

$$\begin{cases} \omega_{x} = 0 & (7) \\ \omega_{y} = 0 & (8) \\ \omega_{30} - \omega_{z} - \omega_{20} = 0 & (9) \\ V_{x} = 0 & (10) \\ -a\omega_{30} + c\omega_{20} = 0 & (11) \end{cases}$$

Question 11. On réécrit le système des 12 équations à 9 inconnues dans l'ordre sous forme matricielle :

Question 12. Ce système matriciel présente 8 lignes indépendantes avec 4 lignes de zéros ; le rang de la matrice est donc rg(A) = 12 - 4 = 8

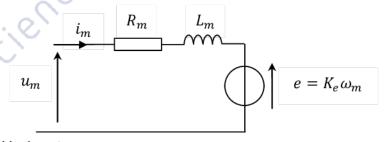
La mobilité du système est donnée par : $m=I_c-rg(A)$ avec I_c le nombre d'inconnues cinématiques. Ici on a $I_c=9$, d'où m=1.

Question 13. Le degrés d'hyperstatisme est donné par définition avec :

$$h = 6\gamma - I_c + m = 12 - 9 + 1 = 4$$

Question 14. Il faut rajouter des mobilités en rotation sur \vec{x} et sur \vec{y} pour « enlever » les lignes de zéros. On remplace donc les pivots d'axe (C, \vec{z}_0) et (E, \vec{z}_0) par respectivement des rotules de centre C et E.

Question 15. Le schéma équivalent de l'induit (rotor) du MCC est :



Les équations s'écrivent :

$$u_m = e + R_m i_m + L_m \frac{di_m}{dt}$$
$$e = K_e \omega_m$$
$$C_m = K_T i_m$$

A cela s'ajoute le principe fondamental de la dynamique de la question 9 :

$$J\frac{d\omega_m}{dt} = C_m - C_0 - f\omega_m$$

Question 16. On a réalisé un essai à rotor bloqué donc $\omega_m = 0$ et e = 0. Il reste :

$$u_m = R_m i_m + L_m \frac{di_m}{dt}$$

Avec $u_m = u_{m0} = 1.6V = cst$. La courbe de $i_m(t)$ représente donc la réponse d'un système du premier ordre où $K = 1/R_m$ et $\tau = L_m/R_m$.

La valeur finale donne :

$$\lim_{t\to\infty}i_m(t)=Ku_{m0}=75mA$$

D'où:

$$R_m = \frac{u_{m0}}{0.075} = 21.3\Omega$$

En identifiant la constante de temps par la propriété $i_m(\tau)=0.63\cdot\lim_{t\to\infty}i_m(t)$, on trouve $\tau=\frac{L_m}{R_m}=100\mu s$. Finalement :

$$L_m = R_m \tau = 2mH$$

Question 17. On a 30 impulsions par tour donc le temps entre 2 impulsions vaut :

$$\Delta t = \frac{2\pi}{30 \cdot \omega_{rc}}$$

Or $\omega_{rc} = \omega_m \cdot \phi_1/\phi_2$

Il reste:

$$\Delta t = \frac{2\pi}{30 \cdot \omega_m} \cdot \frac{\phi_2}{\phi_1}$$

Question 18. Filtre passe bas du premier ordre de gain unitaire et de pulsation de coupure $\omega_0 = 200 \ rad/s$.

La vitesse en régime établi est de $1000 \ rad/s$, ce qui induit que la pulsation des « pics » dus aux impulsions du codeur incrémental est :

$$\omega_{pics} = \frac{2\pi}{\Delta t} = \frac{30\omega_m \phi_1}{\phi_2} = 10795 \ rad/s$$

On est donc éloigné de presque 2 décades par rapport à la pulsation de coupure et la partie du signal à cette fréquence sera atténuée de -34,6dB; le filtre sera donc efficace.

Question 19. En revenant à l'équation temporelle, à partir de la définition de la fonction de transfert :

$$\frac{1}{\omega_0} \cdot \frac{d\omega_{mf}(t)}{dt} + \omega_{mf}(t) = H_0 \omega_m(t)$$

On discrétise le temps par une suite de temps $(t_i)_{i=1...n}$. On approxime $\omega_{mf}(t_i) \approx \omega_{mf}[i]$

L'approximation d'Euler donne :

$$\frac{\omega_{mf}[i+1] - \omega_{mf}[i]}{t_{i+1} - t_i} + \omega_0 \omega_{mf}[i] = H_0 \omega_0 \omega_m[i]$$

Soit l'équation de récurrence :

$$\omega_{mf}[i+1] = \omega_{mf}[i] (1 - \omega_0(t_{i+1} - t_i)) + H_0(t_{i+1} - t_i)\omega_0\omega_m[i]$$

Le code Python devient :

```
1 import matplotlib.pyplot as plt
2 Omega_m =[0, ..., 1010] # liste des valeurs de la vitesse de rotation mesurée
3 \text{ Temps} = [0, ..., 0.83]
4 HO=1.0 # amplification statique du filtre
5 w0=200 # pulsation de coupure du filtre
6 Omega m f = [Omega m[0]] # liste des valeurs de la vitesse de rotation filtrée
7 # dt est l'intervalle de temps entre deux valeurs successives dans la liste Temp
8 for i in range( | len(Temps)-1
                                                       ):
      dt = Temps[i+1]-Temps[i]
      omegam_f = Omega_m_f[i]*(1-dt*w0)+H0*w0*dt*Omega_m[i]
      Omega_m_f.append(omegam_f)
13 plt.figure(1)
14 plt.plot(Temps, Omega m, 'r')
15 plt.plot(Temps, Omega_m_f)
16 plt.xlabel("temps en s")
17 plt.ylabel("vitesse de rotation de la MCC wm rad.s-1")
18 plt.legend(['Mesure non filtrée', 'Mesure filtrée'])
19 plt.show()
```

Question 20. On approxime la courbe issue des essais par une droite dont la pente vaut $1/K_E$. On a donc :

$$K_E = \frac{E_2 - E_1}{\omega_{m_2} - \omega_{m_1}} = \frac{2.5 - 1}{1600 - 700} = 1.7 \text{ mV/(rad/s)}$$

Toute la puissance électrique transmise au rotor est convertie en puissance mécanique :

$$P_{em} = e.i_m = C_{em}\omega_m$$

$$K_e\omega_m i_m = K_T i_m \omega_m$$

$$K_e = K_T$$

Question 21. On reprend l'équation du principe fondamental de la dynamique :

$$J\frac{d\omega_m}{dt} = C_m - C_0 - f\omega_m$$

En régime établi, cela se simplifie :

$$C_{m,\infty} - C_0 - f\omega_{m,\infty} = 0$$

Or pendant le régime établi, l'intensité est constante et la loi des mailles devient :

$$u_{m,\infty} = R_m i_{m,\infty} + K_E \omega_{m,\infty}$$

Finalement:

$$\begin{split} K_T i_{m,\infty} - C_0 - f \omega_{m,\infty} &= 0 \\ K_T \cdot \frac{u_{m,\infty} - K_E \omega_{m,\infty}}{R_m} - C_0 - f \omega_{m,\infty} &= 0 \\ \omega_{m,\infty} \left(\frac{K_T K_E}{R_m} + f \right) &= \frac{K_T}{R_m} u_{m,\infty} - C_0 \\ \omega_{m,\infty} &= \frac{K_T}{K_T K_E + f R_m} u_{m,\infty} - \frac{R_m}{K_T K_E + f R_m} C_0 \end{split}$$

Question 22. DR

Question 23. On a : $u_m=$ 1,3 V en $\omega_m=$ 0 rad/s donc l'équation en q21 devient :

$$0 = 1.3K_T - R_m C_0$$

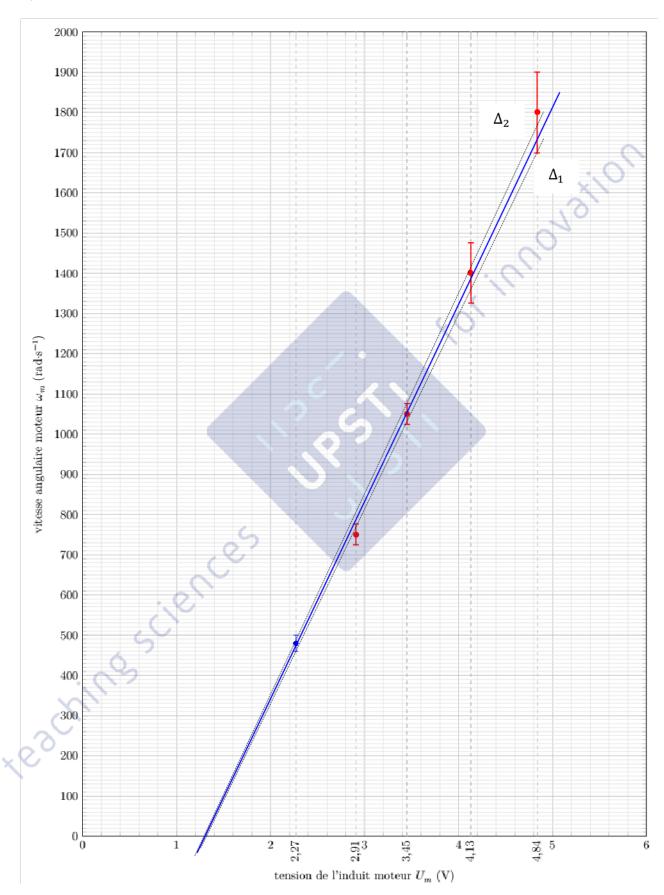
$$C_0 = \frac{1.3K_T}{R_m} = 0.116 \text{ mN.m}$$

La pente de la droite tracée en question précédent vaut :

$$\frac{K_T}{fR_m + K_T^2} = \frac{1730 - 0}{4,84 - 1,3} = 488$$

$$f = \frac{K_T - 488K_T^2}{488R_m} = 1,33 \cdot 10^{-8} \ N. \ m/(rad/s)$$

Question 24. DR



Question 25. Très difficile de répondre à cette question. En effet, graphiquement, une seule droite passe par l'ensemble des intervalles de tolérance.

Mais de façon un peu artificielle, on peut encadrer la courbe précédente par deux droites définies en pointillées sur le DR de la question 24. Avec la même démarche que pour la question 23, on trouve :

-
$$C_{0.1} = 0.116 \text{ mN.m}$$
; $f_1 = 1.54 \cdot 10^{-8} \text{ N.m/(rad/s)}$

-
$$C_{0,2} = 0.123 \text{ mN.m}$$
; $f_2 = 9.89 \cdot 10^{-9} \text{ N.m/(rad/s)}$

On pourrait donc encadrer les deux valeurs par :

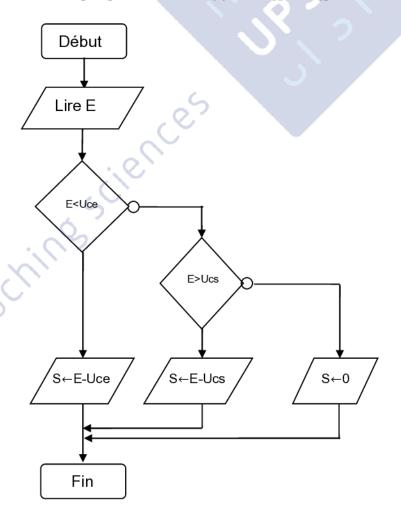
$$0.116 \cdot 10^{-3} \le C_0 \le 0.123 \cdot 10^{-3}$$

 $9.89 \cdot 10^{-9} \le f \le 1.54 \cdot 10^{-8}$

Avec cet encadrement, la tolérance sur le second point de mesure n'est pas respectée.

III. Choix de réglage du correcteur

Question 26. Algorigramme, on suppose $U_{CE} < U_{CS}$:



Question 27. On déplace le comparateur à gauche par rapport aux deux blocs $\frac{1}{R}$ et K_T . On a donc : $U_{cE} = C_0 R/K_T$ donc :

$$K_0 = \frac{R}{K_T}$$

Pour calculer U_{ce} , on prend la valeur de C_0 trouvée à la question 23 :

$$U_{ce} = K_0 C_0 = \frac{21,3 \cdot 0,116 \cdot 10^{-3}}{0,0019} = 1,3V$$

Question 28. On suit la démarche de l'énoncé :

- Par lecture graphique : $\omega_{mp} = 30 rad/s$
- Par lecture graphique : $G_{mv} = -7dB$
- $K_P = 10^{\frac{G_{mp}}{20}} = 0.35$
- $K_I = \frac{K_P \omega_{mp}}{10} = 1,05 \text{ s}^{-1}$

Question 29. Augmenter K_p augmente ϵ_c au démarrage d'après l'expression temporelle d' ϵ_c donc augmente la tension d'alimentation du moteur de qui permet de démarrer plus rapidement.

Pour augmenter la rapidité, il faut augmenter la bande passante à -3dB pour que le système soit plus nerveux. Mais K_P ne peut pas prendre une valeur trop importante car la réponse temporelle va devenir moins stable, et présenter des oscillations néfastes pour la rapidité du système.

Question 30. Conclusion : /

- Critères du cahier des charges :
 - Marge de phase : 50° > 45° donc critère respecté.
 - Erreur statique : la courbe de la réponse indicielle semble avoir une asymptote à 2 mm en $t \to \infty$ malgré l'indication de 1,994 mm ; l'erreur statique serait donc nulle et le critère respecté.
 - o Rapidité : $t_{r5\%} = 0.13 \ s < 0.6 \ s$ donc critère respecté.
 - o Aucun dépassement : critère respecté.
- Hypothèses :
 - Le modèle cinématique ne prend pas en compte les éventuels jeux dans la transmission, l'éventuel glissement de la courroie et son élasticité.
 - Les masses et inerties de certains solides sont négligées pour le calcul de l'inertie équivalente.

- On fait l'hypothèse que le moteur est alimenté en courant continu alors qu'il est vraisemblablement alimenté par un hacheur.
- On considère un modèle couple de frottement sec constant.
- Ecarts: les courbes de réponses indicielles simulée et réelle sont très proches, il est difficile de statuer sur les écarts. Les jeux dans la transmission pourraient expliquer le retard sur la réponse indicielle mesurée. Cependant, les autres causes d'écarts pourraient être:
 - L'estimation de K_e, C₀ et f est faite à partir de grandeurs entachées d'erreurs de mesure et de la chaîne d'acquisition notamment le filtrage numérique qui peut induire un retard et une erreur due à la discrétisation.
 - La stabilité du système n'est vérifiée que sur le modèle linéarisé.
 - Le correcteur utilisé réellement est vraisemblablement un correcteur numérique.
 - o Il existe des modèles de frottement plus complexes que celui choisi.
- Grandeurs identifiées par mesure :
 - o R_m , L_m avec l'essai en rotor bloqué.
 - K_e avec l'essai à vide.
- C₀ et f avec l'essai en régime établi sous différentes tensions.