

Proposition de corrigé

Concours : Concours Centrale-Supélec

Année : 2019

Filière : MP

Épreuve : Sciences Industrielles pour l'Ingénieur

Ceci est une proposition de corrigé des concours de CPGE, réalisée bénévolement par des enseignants de Sciences Industrielles de l'Ingénieur et d'Informatique, membres de l'[UPSTI](http://www.upsti.fr) (Union des Professeurs de Sciences et Techniques Industrielles), et publiée sur le site de l'association :

<https://www.upsti.fr/espace-etudiants/annales-de-concours>

A l'attention des étudiants

Ce document vous apportera des éléments de corrections pour le sujet traité, mais n'est ni un corrigé officiel du concours, ni un corrigé détaillé ou exhaustif de l'épreuve en question.

L'UPSTI ne répondra pas directement aux questions que peuvent soulever ces corrigés : nous vous invitons à vous rapprocher de vos enseignants si vous souhaitez des compléments d'information, et à vous adresser à eux pour nous faire remonter vos éventuelles remarques.

Licence et Copyright

Toute représentation ou reproduction (même partielle) de ce document faite sans l'accord de l'UPSTI est **interdite**. Seuls le téléchargement et la copie privée à usage personnel sont autorisés (protection au titre des [droits d'auteur](#)).

En cas de doute, n'hésitez pas à nous contacter à : corrigesconcours@upsti.fr.

Informez-vous !

Retrouvez plus d'information sur les [Sciences de l'Ingénieur](#), l'[orientation](#), les [Grandes Ecoles](#) ainsi que sur les [Olympiades de Sciences de l'Ingénieur](#) et sur les [Sciences de l'Ingénieur au Féminin](#) sur notre site : www.upsti.fr

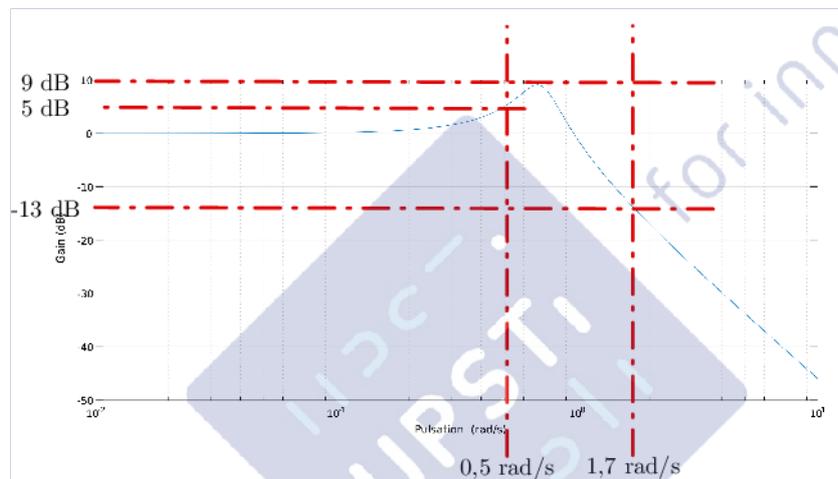
L'équipe UPSTI

CONCOURS CENTRALE-SUPÉLEC MP 2019

Q1 La définition du gain en décibel de la fonction de transfert $B(j\omega)$ est $G_{dB}(\omega) = 20 \log \left| \frac{Y_S(j\omega)}{Y_{vague}(j\omega)} \right|$.
L'exigence Id 1.1 impose une amplitude maximale du ROV de 1 m pour 5 m de houle soit :

$$G_{dB}(\omega) < 20 \log \frac{1}{5} \approx -14 \text{ dB} \quad \forall \omega \in [0,5; 1,7] \text{ rad/s.}$$

Q2 On observe un phénomène de résonance, le système amplifie la houle entre 0,5 et 1 rad/s et l'atténue à une valeur maximale de 13-14 dB pour 1,7 rad/s. Le système ne répond donc pas à l'exigence d'atténuation d'une houle de 5 m.



Q3 On effectue une fermeture géométrique sur la chaîne fermée de solides 0-1-2-3-0. On obtient :

$$\begin{aligned} \vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CA} &= \vec{0}, \\ x\vec{u} - r\vec{j} - l\vec{x}_0 &= \vec{0}. \end{aligned}$$

On projette la dernière équation dans le repère \mathcal{R}_0 et on obtient :

$$\begin{aligned} x \cos \psi + r \sin(\theta + \delta) - l &= 0, \\ x \sin \psi - r \cos(\theta + \delta) &= 0. \end{aligned}$$

On obtient :

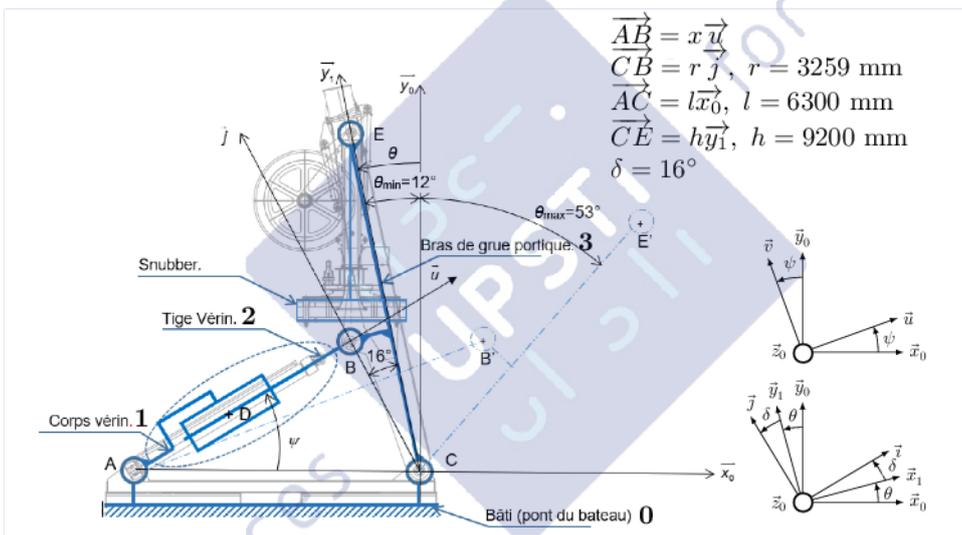
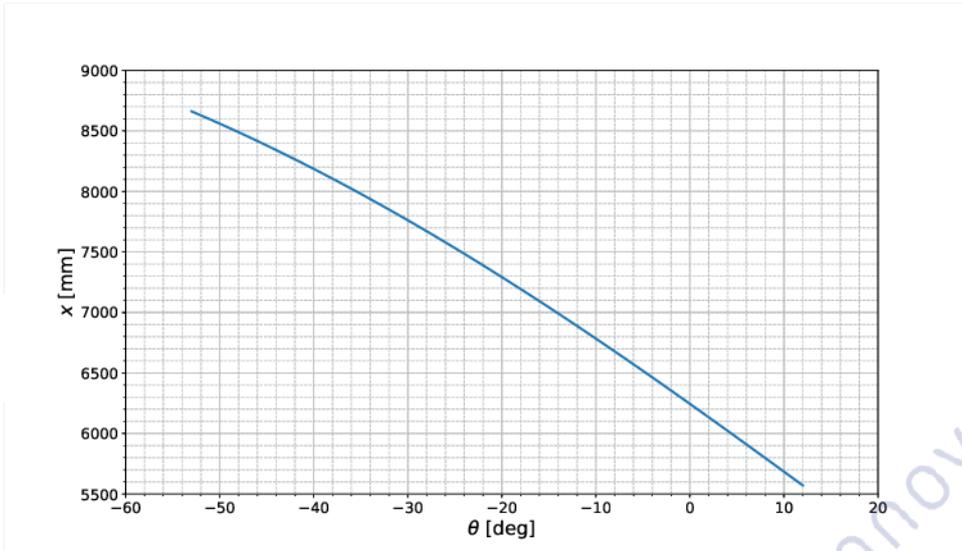
$$x = \sqrt{(r \sin(\theta + \delta) - l)^2 + r^2 \cos^2(\theta + \delta)} = \sqrt{r^2 + l^2 - 2lr \sin(\theta + \delta)}.$$

Q4 Remarque : erreur dans l'énoncé, les signes des angles sont inversés. Selon les figures, le portique se déplace entre -53° et $+12^\circ$.

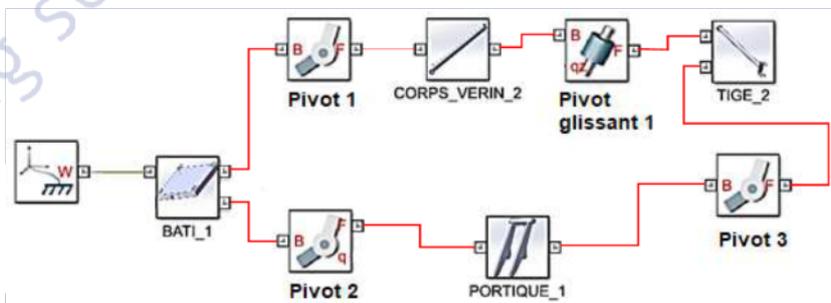
La course du vérin est $c = x_{max} - x_{min} = x(\theta = -52^\circ) - x(\theta = +12^\circ)$ donc :

$$c \approx 3091 \text{ mm.}$$

Ci-dessous le tracé issu de la fermeture géométrique sur la plage $[-53^\circ; +12^\circ]$ et la Figure 6 modifiée (angles et données géométriques, $d = h$).



Q5 Les ensembles non modélisés sont la poulie de grue, le câble ombilical, le snubber et le ROV (leur poids sera appliqué au portique pour tenir compte de leur effet).



Q6 Graphiquement, on lit : $c \approx 8655 - 5600 = 3065 \text{ mm}$, ce qui correspond, aux erreurs de lecture près, à la course calculée par fermeture géométrique.

Q7 Le système de solides est une chaîne fermée. On cherche l'effort de la tige du vérin 2 sur la bras 3.

1. On isole {1;2} (le vérin), qui est soumis à deux glisseurs (deux liaisons rotule en 3d en A et en B). L'effort de 3 sur 2 est donc colinéaires à \vec{AB} donc à \vec{u} . Ainsi :

$$\{\mathcal{T}_{3 \rightarrow 2}\} = \left\{ \begin{matrix} F_{32} \vec{u} \\ \vec{0} \end{matrix} \right\}_B.$$

2. On isole **3** soumis à :

— l'action mécanique transmissible par la liaison rotule entre **2** et **3** $\{\mathcal{T}_{2 \rightarrow 3}\} = -\{\mathcal{T}_{3 \rightarrow 2}\} = \left\{ \begin{matrix} F_{23} \vec{u} \\ \vec{0} \end{matrix} \right\}_B$,

— l'action mécanique transmissible par la liaison rotule entre **0** et **3** $\{\mathcal{T}_{0 \rightarrow 3}\} = \left\{ \begin{matrix} X_{03} \vec{x}_0 + Y_{03} \vec{y}_0 + Z_{03} \vec{z}_0 \\ L_{03} \vec{x}_0 + M_{03} \vec{y}_0 \end{matrix} \right\}_C$,

— l'action du ROV sur **3** $\{\mathcal{T}_{ROV \rightarrow 3}\} = \left\{ \begin{matrix} -Mg \vec{y}_0 \\ \vec{0} \end{matrix} \right\}_E$,

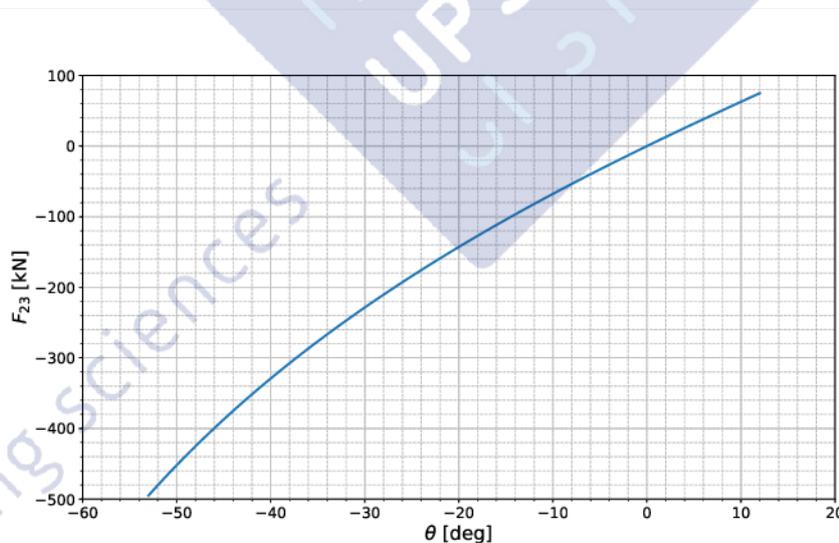
On applique le TMS en *C* pour ne pas faire apparaître les inconnues de liaison entre **0** et **3**.

$$\begin{aligned} \vec{CB} \wedge F_{23} \vec{u} + \vec{CE} \wedge -Mg \vec{y}_0 &= \vec{0}, \\ r \vec{j} \wedge F_{23} \vec{u} + h \vec{y}_1 \wedge -Mg \vec{y}_0 &= \vec{0}, \\ -r F_{23} \cos(\delta + \theta - \psi) \vec{z}_0 + h Mg \sin \theta \vec{z}_0 &= \vec{0}. \end{aligned}$$

On trouve :

$$F_{23} = \frac{hMg \sin \theta}{r \cos(\delta + \theta - \psi)}.$$

Ci-dessous le tracé de l'effort F_{23} en fonction de l'angle θ avec les signes corrigés (qui est un peu différente de la Figure 8 du sujet).



Q8 Pour un effort « en poussant » (soit dans le sens de la sortie de la tige), la pression d'huile nécessaire est :

$$p = \frac{|F_{23}|}{S_{sortie}} = \frac{|F_{23}|}{\pi D^2/4}.$$

De même pour un effort « de retenue » (soit dans le sens de la rentrée de la tige) :

$$p = \frac{|F_{23}|}{S_{sortie}} = \frac{|F_{23}|}{\pi(D^2 - d^2)/4}.$$

Selon la Figure 8 du sujet, l'effort (en valeur absolue) est maximal pour $\theta = 53^\circ$ ($\theta = -53^\circ$), soit en rentrée de tige avec $|F_{23max}| \approx 425$ kN, soit $p_{max} = 180$ bar.

Q9 La pression maximale est atteinte dans le premier cas étudié ($\theta = -53^\circ$) et elle est inférieure à la pression maximale que peut délivrer le circuit hydraulique (attention, les effets dynamiques sont négligés ici). D'autre part, la course nécessaire (3100 mm) est inférieure à la course maximale du vérin (3800 mm). Donc le choix du vérin est validé suivant deux critères, géométrique et statique.

Q10 On isole l'ensemble Σ . On dresse un bilan des AM extérieures :

- action de pesanteur \rightarrow ROV ($-Mg\vec{y}_0$);
- action mécanique due à la différence de pression sur les 2 surfaces actives du vérin ($A(P_{E0} - P_{atm})\vec{y}_0$);
- tension dans le câble ou action du treuil sur le câble (effort horizontal);
- action mécanique transmissible par la liaison entre le piston et le corps (effort horizontal).

On applique le TRS en projection suivant \vec{y}_0 . On obtient :

$$\boxed{-Mg + A(P_{E0} - P_{atm}) = 0.}$$

Q11 Si on néglige P_{atm} devant la pression P_{E0} , on obtient :

$$\boxed{S = \frac{Mg}{P_{E0}} = \frac{Mg}{P_{G0}} \approx 14249 \text{ mm}^2.}$$

Q12 On isole l'ensemble Σ . On dresse un bilan des AM extérieures :

- action de pesanteur \rightarrow ROV ($-Mg\vec{y}_0$);
- action mécanique due à la différence de pression sur les 2 surfaces actives du vérin ($A(p_E(t) - P_{atm})\vec{y}_0$);
- tension dans le câble (effort horizontal);
- tension dans le câble ou action du treuil sur le câble (effort horizontal);
- action mécanique transmissible par la liaison entre le piston et le corps (effort horizontal);
- force d'amortissement linéaire dans le vérin $-c(\dot{y}_{ROV}(t) - \dot{y}_h(t))\vec{y}_0$.

Le frottement visqueux dans le vérin a tendance à ralentir le mouvement de la tige du vérin et il est proportionnel à la vitesse de translation de la tige du vérin par rapport au bateau (mouvement de translation, cette vitesse peut être écrite en tout point) : $\vec{V}_{M,tige/bateau} = \vec{V}_{M,tige/0} - \vec{V}_{M,bateau/0} = (\dot{y}_{ROV}(t) - \dot{y}_h(t))\vec{y}_0$.

De plus, l'accélération du système isolé est $\Gamma_{M,\Sigma/0} = \ddot{y}_{ROV}(t)$.

On applique le principe fondamentale de la dynamique au système Σ en projection suivant \vec{y}_0 . On obtient :

$$-Mg + S(P_{E0} + \Delta p_E(t) - P_{atm}) - c(\dot{y}_{ROV}(t) - \dot{y}_h(t)) = M\ddot{y}_{ROV}(t).$$

En utilisant la condition d'équilibre $-Mg + S(P_{E0} - P_{atm}) = 0$, on obtient :

$$\boxed{S\Delta p_E(t) = M\ddot{y}_{ROV}(t) + c(\dot{y}_{ROV}(t) - \dot{y}_h(t)),}$$

avec $\gamma = S$, $\alpha = M$ et $\beta = c$.

Q13 On écrit les équations (1) et (2) dans le domaine de Laplace en tenant compte de l'hypothèse de fluide incompressible :

$$Sp(Y_h(p) - Y_{ROV}(p)) + C_{qR}(\Delta P_G(p) - \Delta P_E(p)) = 0, \quad (1)$$

$$\frac{rP_{G0}C_{qR}}{V_{G0}}(\Delta P_E(p) - \Delta P_G(p)) = p\Delta P_G(t). \quad (2)$$

L'équation (2) donne :

$$\begin{aligned}\Delta P_G(t) \left(p + \frac{rP_{G0}C_{qR}}{V_{G0}} \right) &= \frac{rP_{G0}C_{qR}}{V_{G0}} \Delta P_E(p), \\ \Delta P_G(t) &= \frac{rP_{G0}C_{qR}}{pV_{G0} + rP_{G0}C_{qR}} \Delta P_E(p).\end{aligned}$$

En remplaçant dans (1), on obtient :

$$Sp(Y_h(p) - Y_{ROV}(p)) + C_{qR} \left(\frac{rP_{G0}C_{qR}}{pV_{G0} + rP_{G0}C_{qR}} \Delta P_E(p) - \Delta P_E(p) \right) = 0,$$

$$Sp(Y_h(p) - Y_{ROV}(p)) = C_{qR} \left(1 - \frac{rP_{G0}C_{qR}}{pV_{G0} + rP_{G0}C_{qR}} \right) \Delta P_E(p),$$

$$\Delta P_E(p) = \frac{Sp}{C_{qR}} \frac{pV_{G0} + rP_{G0}C_{qR}}{pV_{G0}} (Y_h(p) - Y_{ROV}(p)),$$

$$\Delta P_E(p) = \frac{S}{C_{qR}} \frac{rP_{G0}C_{qR}}{V_{G0}} \left(\frac{V_{G0}}{rP_{G0}C_{qR}} p + 1 \right) (Y_h(p) - Y_{ROV}(p)).$$

Enfin, on obtient :

$$\Delta P_E(p) = \frac{SrP_{G0}}{V_{G0}} \left(\frac{V_{G0}}{rP_{G0}C_{qR}} p + 1 \right) (Y_h(p) - Y_{ROV}(p)).$$

Par identification :

$$K_1 = \frac{SrP_{G0}}{V_{G0}} \text{ et } \tau = \frac{V_{G0}}{rP_{G0}C_{qR}}.$$

Q14 La transformée de Laplace de (3) est :

$$\alpha p^2 Y_{ROV}(p) + \beta p (Y_{ROV}(p) - Y_h(p)) = \gamma \Delta P_E(p).$$

En utilisant (4), on obtient :

$$\begin{aligned}\alpha p^2 Y_{ROV}(p) + \beta p (Y_{ROV}(p) - Y_h(p)) &= \gamma K_1 (\tau_1 p + 1) (Y_h(p) - Y_{ROV}(p)), \\ (\alpha p^2 + \beta p + \gamma K_1 (\tau_1 p + 1)) Y_{ROV}(p) &= (\gamma K_1 (\tau_1 p + 1) + \beta p) Y_h(p).\end{aligned}$$

On obtient :

$$\begin{aligned}H(p) &= \frac{\gamma K_1 (\tau_1 p + 1) + \beta p}{\alpha p^2 + \beta p + \gamma K_1 (\tau_1 p + 1)}, \\ H(p) &= \frac{\gamma K_1 + (\gamma K_1 \tau_1 + \beta) p}{\alpha p^2 + (\beta + \gamma K_1 \tau_1) p + K_1 \gamma}.\end{aligned}$$

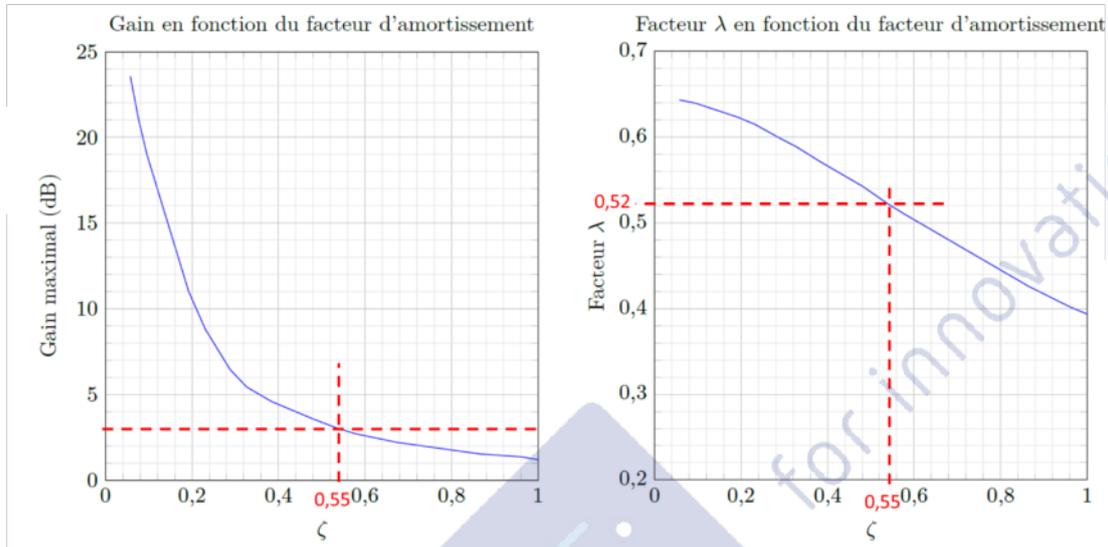
Donc :

$$H(p) = \frac{1 + \frac{\gamma K_1 \tau_1 + \beta}{K_1 \gamma} p}{1 + \frac{\beta + \gamma K_1 \tau_1}{K_1 \gamma} p + \frac{\alpha}{K_1 \gamma} p^2}.$$

Par identification, on obtient :

$$\tau = \tau_1 + \frac{\beta}{\gamma K_1} ; \omega_n = \sqrt{\frac{\gamma K_1}{\alpha}} ; \zeta = \frac{1}{2} \frac{\beta + \gamma K_1 \tau_1}{\sqrt{\alpha \gamma K_1}}$$

Q15

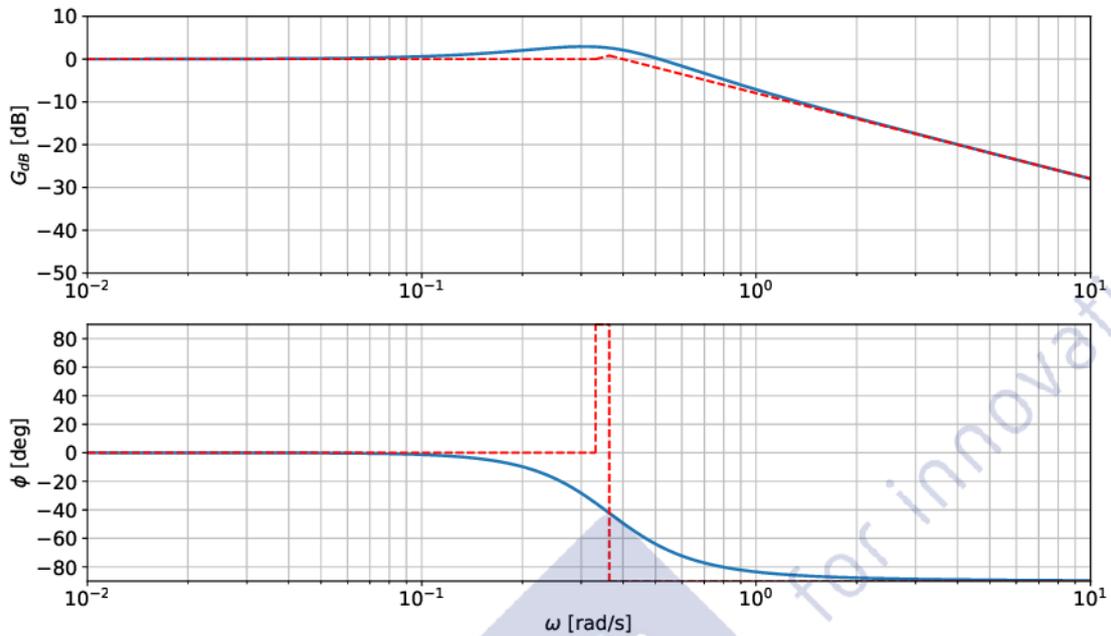


Par lecture graphique : $\zeta = 0,55$ et $\lambda(\zeta) = 0,52$, soit $\omega_n = \lambda(\xi) \cdot \omega_c = 0,364$ rad/s, et :

$$V_{G0} = \frac{rA}{M} \left(\frac{1}{\omega_n} \right)^2 (Mg + P_{atm}A) = 1,56 \text{ m}^3.$$

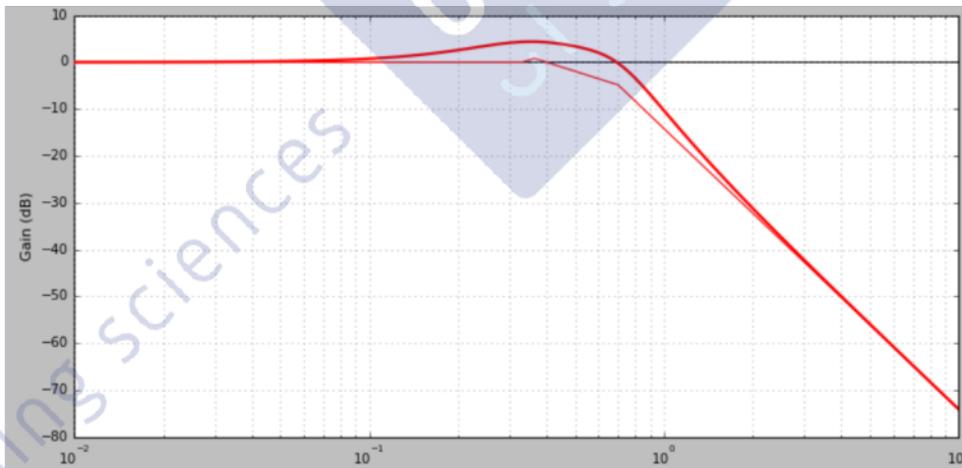
Q16 Diagrammes de Bode de $H(p)$. On identifie 2 pulsations caractéristiques : $\omega_1 = 1/\tau \approx 0,33$ rad/s et $\omega_n = 0,364$ rad/s. On verra apparaître un phénomène de résonance à la pulsation $\omega_r = \omega_0 \sqrt{1 - 2\zeta^2}$ car $\zeta = 0,55 < \sqrt{2}/2$. La résonance sera toutefois faible.

ω	BF $\omega \ll \omega_1$	MF $\omega_1 \ll \omega \ll \omega_n$	HF $\omega_n \ll \omega$
$H(j\omega)$	1	$\tau j\omega$	$\frac{\tau \omega_n^2}{j\omega}$
G_{dB}	0	$20 \log \tau + 20 \log \omega$	$20 \log(\tau \omega_n^2) - 20 \log \omega$
ϕ	0	90°	-90°

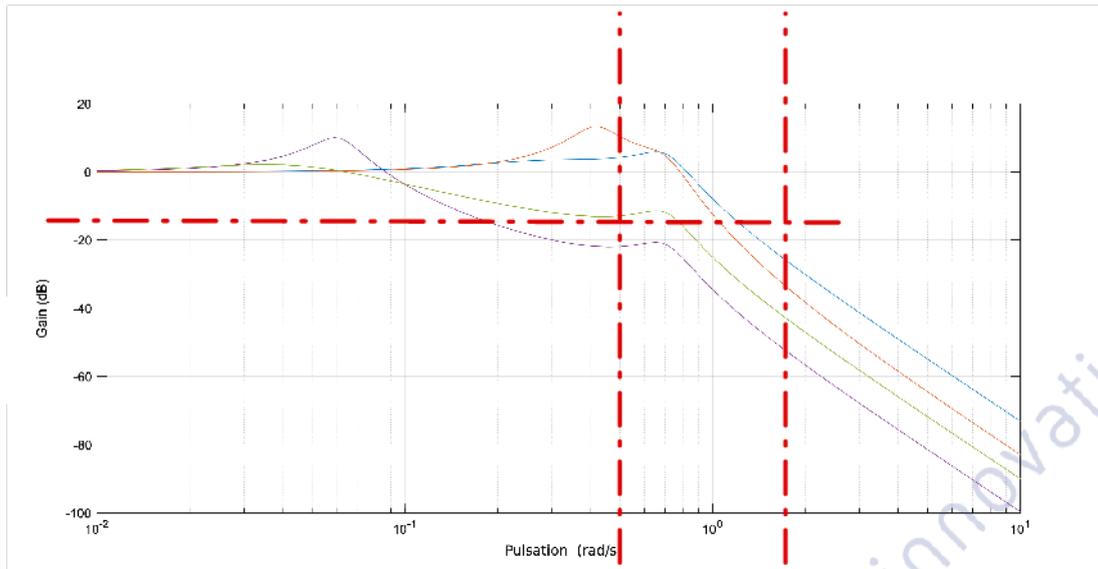


La valeur du gain maxi est de +3 dB (due au premier ordre au numérateur, l'influence du dénominateur est négligeable car la résonance est faible).

Q17 On a la relation $G(p) = B(p)G(p)$.



Q18 Le réglage de PHC 4 est celui qui respecte le mieux l'exigence Id1.1.



Q19 Erreur d'énoncé

$$I_{tamb} = \frac{L}{2} \rho \pi (R_{max}^4 - R_{min}^4) \text{ avec } M_{tamb} = \rho \pi (R_{max}^2 - R_{min}^2).$$

$$\text{Soit : } I_{tamb} = \frac{L}{2} \rho \pi (R_{max}^2 - R_{min}^2)(R_{max}^2 + R_{min}^2).$$

$$\text{Donc } \boxed{I_{tamb} = \frac{1}{2} M_{tamb} (R_{max}^2 + R_{min}^2)}.$$

On calcule l'énergie cinétique de l'ensemble E :

$$\begin{aligned} T_{E/\mathcal{R}_0} &= T_{ROV/\mathcal{R}_0} + T_{poulie/\mathcal{R}_0} + T_{tambour/\mathcal{R}_0}, \\ T_{E/\mathcal{R}_0} &= \frac{1}{2} M_{ROV} \vec{V}_{ROV/\mathcal{R}_0}^2 + \frac{1}{2} J_{poulie} \dot{\alpha}_T^2 + \frac{1}{2} I_{tamb} \dot{\alpha}_T^2, \end{aligned}$$

avec $\vec{V}_{ROV/\mathcal{R}_0} = R_{max} k \dot{\theta}_m$ et $\dot{\alpha}_T = k \dot{\theta}_m$. On obtient :

$$T_{E/\mathcal{R}_0} = \frac{k^2}{2} (M_{ROV} R_{max}^2 + J_{poulie} + I_{tamb}) \dot{\theta}_m^2.$$

Ainsi :

$$\boxed{I_{eq} = M_{ROV} k^2 R_{max}^2 + (J_{poulie} + I_{tamb}) k^2}.$$

Q20 On isole l'ensemble E et on applique le TEC :

$$\frac{dT_{E/\mathcal{R}_0}}{dt} = \sum \mathcal{P}_{ext \rightarrow E} + \sum \mathcal{P}_{int}.$$

On dresse le bilan des puissances des efforts extérieurs agissant sur E dans son mouvement par rapport au repère galiléen \mathcal{R}_0 :

- $\mathcal{P}_{pes \rightarrow ROV/\mathcal{R}_0} = -MgR_{max}k\dot{\theta}_m$;
- $\mathcal{P}_{pes \rightarrow poulie/\mathcal{R}_0} = 0$ car le poids passe par l'axe de rotation ;
- $\mathcal{P}_{pes \rightarrow tambour/\mathcal{R}_0} = 0$ car le poids passe par l'axe de rotation ;
- $\mathcal{P}_{pes \rightarrow cable/\mathcal{R}_0} = 0$ car la masse du câble est négligeable ;
- $\mathcal{P}_{mot \rightarrow E/\mathcal{R}_0} = C_m \dot{\theta}_m$.

La puissance des inter-efforts est nulle $\mathcal{P}_{int} = 0$ car les liaisons sont parfaites.
 Ainsi $I_{eq}\dot{\theta}_m\ddot{\theta}_m = C_m\dot{\theta}_m - M_{ROV}gR_{max}k\theta_m$ et :

$$C_m = I_{eq}\ddot{\theta}_m + M_{ROV}gR_{max}k.$$

Q21 On écrit les équations données dans le domaine de Laplace :

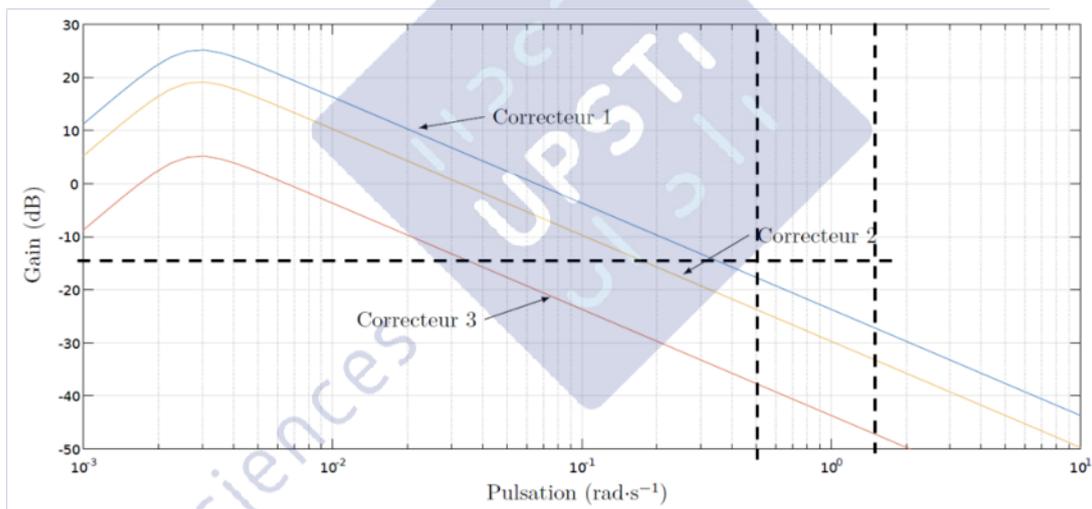
$$\begin{aligned} I_{eq}p^2\theta_m(p) &= C_m(p) - M_{ROV}gkR_{max}, \\ Q_p(p) - Q_m(p) &= \frac{V}{\beta}pP_m(t), \\ C_m(p) &= cP_m(p), \\ Q_m(p) &= cp\theta_m(p). \end{aligned}$$

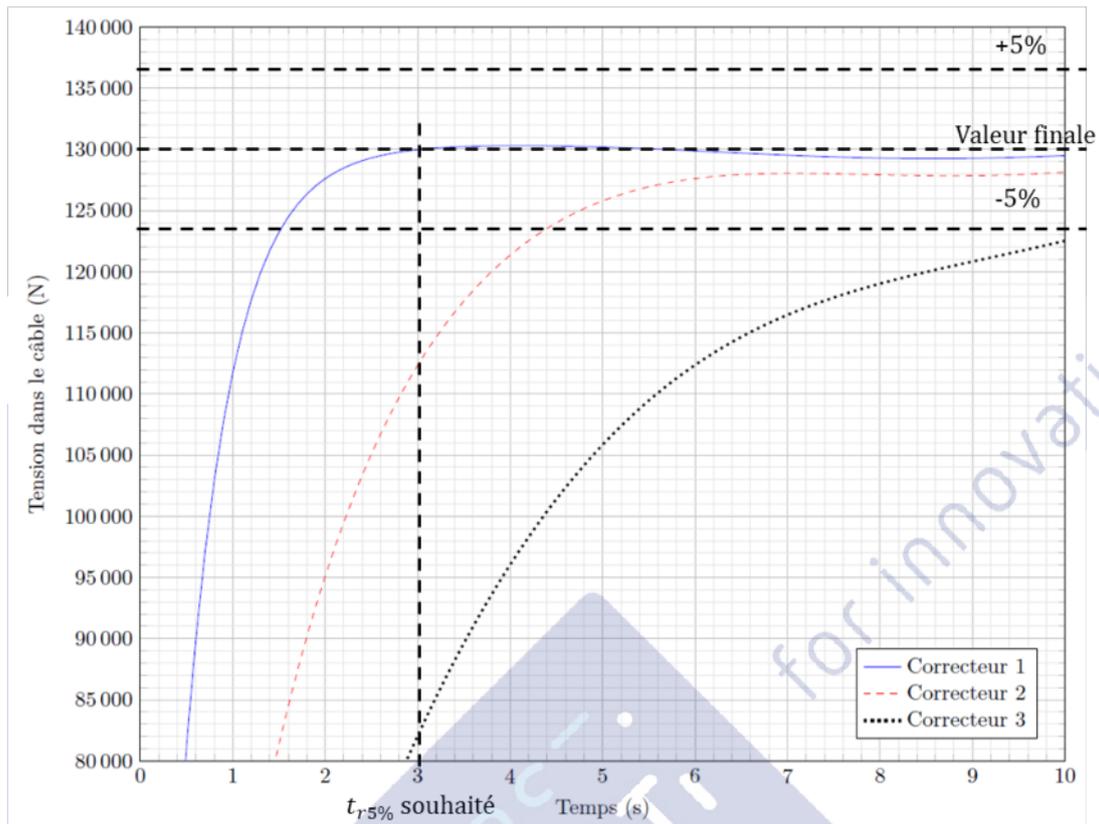
On obtient :

$$H_1(p) = \frac{\beta}{Vp} \quad H_2(p) = c \quad H_3(p) = \frac{1}{J_{eq}p^2} \quad ; \quad H_4(p) = cp.$$

De plus $K_{adapt} = K_c$.

Q22





Par analyse du diagramme de Bode on voit que les trois correcteurs permettent d'atténuer de 14 dB dans la bande 0,5 rad/s à 1,7 rad/s. L'exigence Id 1.2 impose un $t_{r,5\%}$ de 3 s que seul le correcteur 1 permet d'obtenir. On choisit donc le correcteur 1.

Q23 On applique le principe fondamental de la dynamique au ROV en projection suivant \vec{y}_0 , on obtient :

$$M\ddot{y}(t) = -Mg + T(t) = T_0 \sin(\omega t).$$

Q24 On intègre deux fois l'équation précédente et on obtient (avec constantes d'intégrations nulles) :

$$y(t) = -\frac{T_0}{M\omega^2} \sin(\omega t).$$

Soit $y_{max} = T_0/(M\omega^2) = 5500/13000 \times (T_p/(2\pi))^2 \approx 0,97 < 1$ m . Le cahier des charges est respecté pour cet essai.

Q25 Pour la pulsation $\omega = 2\pi/T_p = 0,66$ rad/s, l'atténuation de 14 dB est vérifié. Il faudrait faire d'autres essais à des fréquences comprises entre 0,5 et 1,7 rad/s pour vérifier le CdC.