

Proposition de corrigé

Concours : Concours Commun INP

Année : 2019

Filière : TSI

Épreuve : Sciences Industrielles pour l'Ingénieur

Ceci est une proposition de corrigé des concours de CPGE, réalisée bénévolement par des enseignants de Sciences Industrielles de l'Ingénieur et d'Informatique, membres de l'[UPSTI](http://www.upsti.fr) (Union des Professeurs de Sciences et Techniques Industrielles), et publiée sur le site de l'association :

<https://www.upsti.fr/espace-etudiants/annales-de-concours>

A l'attention des étudiants

Ce document vous apportera des éléments de corrections pour le sujet traité, mais n'est ni un corrigé officiel du concours, ni un corrigé détaillé ou exhaustif de l'épreuve en question.

L'UPSTI ne répondra pas directement aux questions que peuvent soulever ces corrigés : nous vous invitons à vous rapprocher de vos enseignants si vous souhaitez des compléments d'information, et à vous adresser à eux pour nous faire remonter vos éventuelles remarques.

Licence et Copyright

Toute représentation ou reproduction (même partielle) de ce document faite sans l'accord de l'UPSTI est **interdite**. Seuls le téléchargement et la copie privée à usage personnel sont autorisés (protection au titre des [droits d'auteur](#)).

En cas de doute, n'hésitez pas à nous contacter à : corrigesconcours@upsti.fr.

Informez-vous !

Retrouvez plus d'information sur les [Sciences de l'Ingénieur](#), l'[orientation](#), les [Grandes Ecoles](#) ainsi que sur les [Olympiades de Sciences de l'Ingénieur](#) et sur les [Sciences de l'Ingénieur au Féminin](#) sur notre site : www.upsti.fr

L'équipe UPSTI

Partie I -Présentation générale

I.1 Cahier des charges

Q1. Parmi tous les diagrammes SysML, lequel aurait-on pu utiliser pour décrire les différentes contraintes posées par ce cahier des charges ?

On aurait pu utiliser un diagramme d'exigences pour décrire les différentes contraintes posées par ce cahier des charges.

I.2 Modélisation

Partie II -- Avant projet

II.1 Caractérisation cinématique et dynamique

Q2. Rappeler la condition cinématique de non-glissement en I pour le contact sol/roue. Déterminer la vitesse de rotation de la roue équivalente ω_r , en fonction de la vitesse de déplacement v_{Ax} du vélo. En déduire l'expression du torseur cinématique de la roue (23) par rapport au sol en I en fonction de ω_r . On note $\Omega_r(p)$ et $V_{Ax}(p)$ les transformées de Laplace respectivement de $\omega_r(t)$ et $v_{Ax}(t)$. Reproduire sur votre copie et compléter le schéma-blocs ci-dessous.

Condition cinématique de non-glissement en I entre le sol (0) et la roue (23) : $\overrightarrow{V_{I \in 23/0}} = \vec{0}$.

D'après la composition des vitesse : $\overrightarrow{V_{I \in 23/0}} = \overrightarrow{V_{I \in 23/1}} + \overrightarrow{V_{I \in 1/0}}$.

Or, $\overrightarrow{V_{I \in 23/1}} = \overrightarrow{V_{O_1 \in 23/1}} + \overrightarrow{IO_1} \wedge \overrightarrow{\Omega_{23/1}}$ avec $\overrightarrow{V_{O_1 \in 23/1}} = \vec{0}$ (centre de la liaison pivot entre 23 et 1)

et $\overrightarrow{V_{I \in 1/0}} = \overrightarrow{V_{A \in 1/0}} = v_{Ax} \cdot \vec{x}_1$ (mouvement de translation)

Soit $\vec{0} = \overrightarrow{IO_1} \wedge \overrightarrow{\Omega_{23/1}} + v_{Ax} \cdot \vec{x}_1 = R \cdot \vec{z}_1 \wedge \omega_r \cdot \vec{y}_1 + v_{Ax} \cdot \vec{x}_1 = -R \cdot \omega_r \cdot \vec{x}_1 + v_{Ax} \cdot \vec{x}_1$

Et après avoir projeté sur \vec{x}_1 : $v_{Ax} = R \cdot \omega_r$

$$\omega_r = \frac{v_{Ax}}{R}$$

En utilisant la composition des mouvements : $\overrightarrow{\Omega_{23/0}} = \overrightarrow{\Omega_{23/1}} + \overrightarrow{\Omega_{1/0}} = \omega_r \cdot \vec{y}_1 + \vec{0} = \omega_r \cdot \vec{y}_1$

Le torseur cinématique de la roue (23) par rapport au sol en I s'écrit donc : $\{ \mathcal{V}_{23/0} \} = \left\{ \begin{array}{l} \overrightarrow{\Omega_{23/0}} = \omega_r \cdot \vec{y}_1 \\ \overrightarrow{V_{I \in 23/0}} = \vec{0} \end{array} \right\}_I$.

L'équation temporelle $v_{Ax}(t) = R \cdot \omega_r(t)$ s'écrit dans le domaine de Laplace : $V_{Ax}(p) = R \cdot \Omega_r(p)$.



On en déduit le schéma-blocs suivant :

Q3. Écrire le théorème de la résultante dynamique appliqué au système Σ projeté sur les différents vecteurs de la base $(\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$, en fonction de $M_\Sigma, T, f_{Ax}, C_x, \frac{dv_{Ax}}{dt}$ et des dimensions de K-ryole, puis en fonction de ω_r , et de sa dérivée.

On isole l'ensemble $\Sigma=\{1,23\}$ et on effectue le bilan des actions mécaniques extérieures :

- Action du sol sur la roue droite : $\{ \mathcal{A}_{0 \rightarrow 2} \} = \left\{ \begin{array}{l} T_{02} \cdot \vec{x}_1 + N_{02} \cdot \vec{z}_1 \\ M_{02} \cdot \vec{y}_1 \end{array} \right\}_{I_d} = \left\{ \begin{array}{l} T \cdot \vec{x}_1 + N \cdot \vec{z}_1 \\ M_f \cdot \vec{y}_1 \end{array} \right\}_I$
- Action du sol sur la roue gauche : $\{ \mathcal{A}_{0 \rightarrow 3} \} = \left\{ \begin{array}{l} T_{03} \cdot \vec{x}_1 + N_{03} \cdot \vec{z}_1 \\ M_{03} \cdot \vec{y}_1 \end{array} \right\}_{I_g} = \left\{ \begin{array}{l} T \cdot \vec{x}_1 + N \cdot \vec{z}_1 \\ M_f \cdot \vec{y}_1 \end{array} \right\}_I$
- Action du vélo sur le châssis de K-ryole : $\{ \mathcal{A}_{4 \rightarrow 1} \} = \left\{ \begin{array}{l} f_{Ax} \cdot \vec{x}_1 + f_{Ay} \cdot \vec{y}_1 + f_{Az} \cdot \vec{z}_1 \\ \vec{0} \end{array} \right\}_A = \left\{ \begin{array}{l} f_{Ax} \cdot \vec{x}_1 + f_{Az} \cdot \vec{z}_1 \\ \vec{0} \end{array} \right\}_A$
- Action de l'air sur K-ryole : $\{ \mathcal{A}_{air \rightarrow 1} \} = \left\{ \begin{array}{l} -\frac{1}{2} C_x \cdot \rho_a \cdot S \cdot v_{Ax}^2 \cdot \vec{x}_1 \\ \vec{0} \end{array} \right\}_G$
- Action de la pesanteur sur K-ryole : $\{ \mathcal{A}_{pes \rightarrow 1} \} = \left\{ \begin{array}{l} -M_\Sigma \cdot g \cdot \vec{z}_0 \\ \vec{0} \end{array} \right\}_G$ avec g l'accélération de pesanteur

K-ryole se déplace en translation : la résultante dynamique s'écrit :

$$\vec{\mathcal{R}}_{\Sigma/1} = M_{\Sigma} \cdot \frac{d\vec{V}_{G \in 1/0}}{dt} = M_{\Sigma} \cdot \frac{d\vec{V}_{A \in 1/0}}{dt} = M_{\Sigma} \cdot \frac{dv_{Ax}}{dt} \cdot \vec{x}_1$$

Le théorème de la résultante dynamique appliqué au système Σ s'écrit :

$$T \cdot \vec{x}_1 + N \cdot \vec{z}_1 + T \cdot \vec{x}_1 + N \cdot \vec{z}_1 + f_{Ax} \cdot \vec{x}_1 + f_{Az} \cdot \vec{z}_1 - \frac{1}{2} C_x \cdot \rho_a \cdot S \cdot v_{Ax}^2 \cdot \vec{x}_1 - M_{\Sigma} \cdot g \cdot \vec{z}_0 = M_{\Sigma} \cdot \frac{dv_{Ax}}{dt} \cdot \vec{x}_1$$

En projetant sur les différents vecteurs de la base $(\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$:

$$\begin{cases} 2 \cdot T + f_{Ax} - \frac{1}{2} C_x \cdot \rho_a \cdot S \cdot v_{Ax}^2 + M_{\Sigma} \cdot g \cdot \sin \alpha = M_{\Sigma} \cdot \frac{dv_{Ax}}{dt} \\ 0 = 0 \\ 2 \cdot N + f_{Az} - M_{\Sigma} \cdot g \cdot \cos \alpha = 0 \end{cases}$$

Soit, avec $v_{Ax} = R \cdot \omega_r$ et $\frac{dv_{Ax}}{dt} = R \cdot \frac{d\omega_r}{dt}$:

$$\begin{cases} 2 \cdot T + f_{Ax} - \frac{1}{2} C_x \cdot \rho_a \cdot S \cdot R^2 \cdot v_{Ax}^2 + M_{\Sigma} \cdot g \cdot \sin \alpha = M_{\Sigma} \cdot R \cdot \frac{d\omega_r}{dt} \\ 0 = 0 \\ 2 \cdot N + f_{Az} - M_{\Sigma} \cdot g \cdot \cos \alpha = 0 \end{cases}$$

Q4. L'application du théorème du moment dynamique en G à l'ensemble Σ permet d'écrire l'équation (1). Décrire précisément, sans détailler les calculs, comment est obtenue l'équation suivante :

$$2 \cdot N \cdot x_G - 2 \cdot T \cdot (R + z_G) - 2 \cdot k \cdot N - f_{Az} \cdot (x_A - x_G) + f_{Ax} \cdot (z_A - z_G) = 2 \cdot J \cdot \frac{d\omega_r}{dt}$$

Comme pour la question précédente, on isole l'ensemble $\Sigma=\{1,2,3\}$ et on effectue le bilan des actions mécaniques extérieures. Pour pouvoir appliquer le théorème du moment dynamique, il faut exprimer tous les torseurs au même point (en G) donc déplacer les torseurs du sol sur la roue droite, du sol sur la roue gauche et du vélo sur le châssis de K-ryole.

Il faut aussi calculer le moment dynamique de l'ensemble $\Sigma=\{1,2,3\}$ au même point G par rapport au sol galiléen 0. Ce moment dynamique est égal à la somme :

du moment dynamique du châssis : celui-ci est nul au point G car K-ryole se déplace en translation ;

du moment dynamique de chacune des roues : les masses des roues étant négligeables, le moment dynamique s'écrit pour chacune de ces roues en mouvement de rotation : $J \cdot \frac{d\omega_r}{dt}$

D'après le théorème du moment dynamique, la somme de tous les moments d'actions mécaniques exprimés au point G est égal au moment dynamique de l'ensemble $\Sigma=\{1,2,3\}$ au même point G par rapport au sol galiléen 0. On obtient une équation vectorielle qu'il faut projeter sur \vec{y}_1 pour obtenir l'équation donnée.

Q5. À partir de l'expression du torseur cinématique de la roue (23) par rapport au sol et du torseur de l'action transmissible du sol sur la roue (23), déterminer la puissance extérieure du sol sur la roue.

Le torseur cinématique de la roue (23) par rapport au sol s'écrit : $\{\mathcal{V}_{23/0}\} = \left\{ \begin{matrix} \vec{\Omega}_{23/0} = \omega_r \cdot \vec{y}_1 \\ \vec{V}_{I \in 23/0} = \vec{0} \end{matrix} \right\}_I$.

Le torseur de l'action transmissible du sol sur la roue (23) s'écrit :

$$\{\mathcal{A}_{0 \rightarrow 23}\} = \{\mathcal{A}_{0 \rightarrow 2}\} + \{\mathcal{A}_{0 \rightarrow 3}\} = \left\{ \begin{matrix} 2 \cdot T \cdot \vec{x}_1 + 2 \cdot N \cdot \vec{z}_1 \\ 2 \cdot M_f \cdot \vec{y}_1 \end{matrix} \right\}_I$$

La puissance extérieure du sol sur la roue s'obtient en faisant le comoment de ces 2 torseurs :

$$P_{0 \rightarrow 23/0} = \{\mathcal{A}_{0 \rightarrow 23}\} \otimes \{\mathcal{V}_{23/0}\} = \left\{ \begin{matrix} 2 \cdot T \cdot \vec{x}_1 + 2 \cdot N \cdot \vec{z}_1 \\ 2 \cdot M_f \cdot \vec{y}_1 \end{matrix} \right\}_I \otimes \left\{ \begin{matrix} \omega_r \cdot \vec{y}_1 \\ \vec{0} \end{matrix} \right\}_I = 2 \cdot M_f \cdot \omega_r$$

Remarque : d'après le sujet, $M_{02} \cdot \vec{y}_1 = M_f \cdot \vec{y}_1$ et $M_{03} \cdot \vec{y}_1 = M_f \cdot \vec{y}_1$ s'opposent respectivement aux vitesses $\vec{\Omega}_{2/0} = \omega_r \cdot \vec{y}_1$ et $\vec{\Omega}_{3/0} = \omega_r \cdot \vec{y}_1$ donc $M_f \cdot \omega_r$ est de signe négatif : $P_{0 \rightarrow 23/0} < 0$.

Q6. Déterminer les puissances extérieures à Σ dans son mouvement par rapport au sol. Préciser les différents torseurs qui interviennent dans les calculs sans les développer.

On isole l'ensemble $\Sigma=\{1,2,3\}$ et on effectue le bilan des puissances extérieures :

- Action du sol sur la roue (23) : $P_{0 \rightarrow 23/0} = \{\mathcal{A}_{0 \rightarrow 23}\} \otimes \{\mathcal{V}_{23/0}\}$
- Action du vélo sur le châssis de K-ryole : $P_{4 \rightarrow 1/0} = \{\mathcal{A}_{4 \rightarrow 1}\} \otimes \{\mathcal{V}_{1/0}\} = \left\{ \begin{matrix} f_{Ax} \cdot \vec{x}_1 + f_{Az} \cdot \vec{z}_1 \\ \vec{0} \end{matrix} \right\}_A \otimes \left\{ \begin{matrix} \vec{0} \\ v_{Ax} \cdot \vec{x}_1 \end{matrix} \right\}$
- Action de l'air sur K-ryole : $P_{air \rightarrow 1/0} = \{\mathcal{A}_{air \rightarrow 1}\} \otimes \{\mathcal{V}_{1/0}\} = \left\{ \begin{matrix} -\frac{1}{2} C_x \cdot \rho_a \cdot S \cdot v_{Ax}^2 \cdot \vec{x}_1 \\ \vec{0} \end{matrix} \right\}_G \otimes \left\{ \begin{matrix} \vec{0} \\ v_{Ax} \cdot \vec{x}_1 \end{matrix} \right\}$
- Action de la pesanteur sur K-ryole : $P_{pes \rightarrow 1/0} = \{\mathcal{A}_{pes \rightarrow 1}\} \otimes \{\mathcal{V}_{1/0}\} = \left\{ \begin{matrix} -M_\Sigma \cdot g \cdot \vec{z}_0 \\ \vec{0} \end{matrix} \right\}_G \otimes \left\{ \begin{matrix} \vec{0} \\ v_{Ax} \cdot \vec{x}_1 \end{matrix} \right\}$

Q7. Déterminer les puissances intérieures à Σ .

Pour les puissances intérieures à l'ensemble $\Sigma=\{1,2,3\}$, on a :

- La liaison pivot 2/0 supposée parfaite => puissance nulle ;
- La liaison pivot 3/0 supposée parfaite => puissance nulle ;
- La puissance des moteurs : $P_{moteurs} = \{\mathcal{A}_{mot \rightarrow 2}\} \otimes \{\mathcal{V}_{2/1}\} + \{\mathcal{A}_{mot \rightarrow 3}\} \otimes \{\mathcal{V}_{3/1}\}$

On a donc
$$P_{int} = \left\{ \begin{matrix} \vec{0} \\ c_m \cdot \vec{y}_1 \end{matrix} \right\} \otimes \left\{ \begin{matrix} \omega_r \cdot \vec{y}_1 \\ \vec{0} \end{matrix} \right\} + \left\{ \begin{matrix} \vec{0} \\ c_m \cdot \vec{y}_1 \end{matrix} \right\} \otimes \left\{ \begin{matrix} \omega_r \cdot \vec{y}_1 \\ \vec{0} \end{matrix} \right\} = 2 \cdot c_m \cdot \omega_r$$

Q8. Déterminer l'énergie cinétique de l'ensemble Σ dans son mouvement par rapport au sol.

Soit $E_{C\Sigma/0}$ l'énergie cinétique de l'ensemble Σ dans son mouvement par rapport au sol : $E_{C\Sigma/0} = E_{C1/0} + E_{C23/0}$:

K-ryole se déplace en translation : $E_{C1/0} = \frac{1}{2} \cdot M_\Sigma \cdot v_{Ax}^2$

Les roues tournent autour d'un axe qui n'est pas fixe, mais comme on néglige leur masse, on se ramène à l'expression de l'énergie cinétique autour d'un axe fixe : $E_{C23/0} = \frac{1}{2} \cdot J_r \cdot \omega_r^2 + \frac{1}{2} \cdot J_r \cdot \omega_r^2 = J_r \cdot \omega_r^2$

On obtient donc pour l'énergie cinétique totale :
$$E_{C\Sigma/0} = \frac{1}{2} \cdot M_\Sigma \cdot v_{Ax}^2 + J_r \cdot \omega_r^2$$

Q9. Énoncer le théorème qui permet d'obtenir l'équation (2).

Le théorème de l'énergie puissance permet d'obtenir l'équation (2) : la dérivée de l'énergie cinétique de l'ensemble Σ dans son mouvement par rapport au sol supposé galiléen est égale à la somme des puissances extérieures et intérieures qui s'appliquent sur ce système.

$$\frac{dE_{C\Sigma/0}}{dt} = P_{0 \rightarrow 23/0} + P_{4 \rightarrow 1/0} + P_{air \rightarrow 1/0} + P_{pes \rightarrow 1/0} + P_{int}$$

Partie III -- Régulation de l'effort de traction

III.1 Modélisation du capteur d'effort

Q10. Déterminer l'action $f_K(t)$ du ressort sur K-ryole en K en fonction de k_c , $x_A(t)$ et $x_K(t)$.

Pour un ressort, l'effort développé est proportionnel à l'allongement relatif :

$$f_K(t) = -k_c \cdot (l - l_0) = -k_c \cdot (x_A(t) + l_0 - x_K(t) - l_0) = -k_c \cdot (x_A(t) - x_K(t))$$

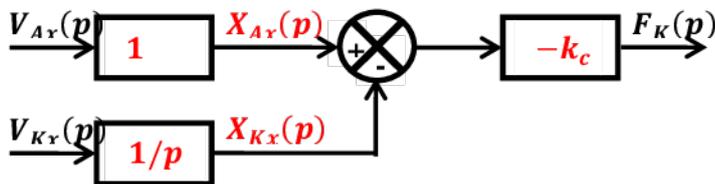
Q11. Rappeler la relation entre $v_{Ax}(t)$ et $x_A(t)$, puis entre $v_{Kx}(t)$ et $x_K(t)$.

La vitesse est la dérivée de la position :
$$v_{Ax}(t) = \frac{dx_A(t)}{dt} \quad \text{et} \quad v_{Kx}(t) = \frac{dx_K(t)}{dt}$$

Q12. Le schéma-blocs ci-dessous donne l'effort développé par le ressort sur K-ryole en fonction des vitesses. En se plaçant dans les conditions de Heaviside, reproduire ce schéma-blocs et le compléter.

En passant les équations précédentes dans le domaine de Laplace (dans les conditions de Heaviside) :

$$V_{Ax}(p) = p \cdot X_{Ax}(p) \qquad V_{Kx}(p) = p \cdot X_{Kx}(p) \qquad F_K(p) = -k_c \cdot (X_{Ax}(p) - X_{Kx}(p))$$



III.2 Modélisation de l'asservissement de vitesse

Q13. Écrire la transformée de Laplace de l'équation (7). Déterminer $\Omega_r(p)$ en fonction de $C_m(p)$, $F_K(p)$, $F_r(p)$ et des coefficients a_i .

En passant les équations précédentes dans le domaine de Laplace (dans les conditions de Heaviside) :

$$a_1 \cdot p \cdot \Omega_r(p) + a_2 \cdot \Omega_r(p) = a_3 \cdot C_m(p) + a_4 \cdot F_K(p) + F_r(p)$$

On en déduit :

$$\Omega_r(p) = \frac{a_3}{a_2 + a_1 \cdot p} \cdot C_m(p) + \frac{a_4}{a_2 + a_1 \cdot p} \cdot F_K(p) + \frac{1}{a_2 + a_1 \cdot p} \cdot F_r(p)$$

Q14. Déterminer les différents coefficients j_1 et j_2 du schéma-blocs et les coefficients j_3 , j_4 et j_5 de $H_m(p)$ en fonction de a_1 , a_2 , a_3 et a_4 .

D'après le schéma-blocs :

$$\begin{aligned} \Omega_r(p) &= H_m(p) \cdot [C_m(p) + j_2 \cdot F_r(p) + j_2 \cdot j_1 \cdot F_K(p)] = \frac{j_5}{j_4 + j_3 \cdot p} \cdot [C_m(p) + j_2 \cdot F_r(p) + j_2 \cdot j_1 \cdot F_K(p)] \\ &= \frac{j_5}{j_4 + j_3 \cdot p} \cdot C_m(p) + j_1 \cdot j_2 \cdot \frac{j_5}{j_4 + j_3 \cdot p} \cdot F_K(p) + j_2 \cdot \frac{j_5}{j_4 + j_3 \cdot p} \cdot F_r(p) \end{aligned}$$

En identifiant avec l'équation de la question précédente :

$$\begin{cases} j_5 = a_3 \\ j_4 = a_2 \\ j_3 = a_1 \\ j_1 \cdot j_2 \cdot j_5 = a_4 \\ j_2 \cdot j_5 = 1 \end{cases}, \text{ soit } \begin{cases} j_5 = a_3 \\ j_4 = a_2 \\ j_3 = a_1 \\ j_2 = 1/j_5 = 1/a_3 \\ j_1 = a_4 \end{cases}$$

Q15. Montrer que $\Omega_r(p)$ peut s'écrire $\Omega_r(p) = G_1(p) \cdot \varepsilon(p) + G_2(p) \cdot F_K(p)$. Déterminer $G_1(p)$ et $G_2(p)$ en fonction de $H_e(p)$, $H_m(p)$, $C(p)$ et des paramètres K_T , K_u , j_1 , j_2 .

A partir du schéma-blocs de la figure 7, en prenant $F_r(p) = 0$ et $V_a(p) = 0$:

$$\begin{aligned} \Omega_r(p) &= H_m(p) \cdot [K_T \cdot H_e(p) \cdot [C(p) \cdot \varepsilon(p) - K_u \cdot \Omega_r(p)] + j_2 \cdot j_1 \cdot F_K(p)] \\ &= H_m(p) \cdot [K_T \cdot H_e(p) \cdot C(p) \cdot \varepsilon(p) - K_T \cdot H_e(p) \cdot K_u \cdot \Omega_r(p) + j_2 \cdot j_1 \cdot F_K(p)] \\ &= H_m(p) \cdot K_T \cdot H_e(p) \cdot C(p) \cdot \varepsilon(p) - H_m(p) \cdot K_T \cdot H_e(p) \cdot K_u \cdot \Omega_r(p) + H_m(p) \cdot j_2 \cdot j_1 \cdot F_K(p) \end{aligned}$$

Soit : $\Omega_r(p) \cdot [1 + H_m(p) \cdot K_T \cdot H_e(p) \cdot K_u] = H_m(p) \cdot K_T \cdot H_e(p) \cdot C(p) \cdot \varepsilon(p) + H_m(p) \cdot j_2 \cdot j_1 \cdot F_K(p)$

$$\Omega_r(p) = \frac{H_m(p) \cdot K_T \cdot H_e(p) \cdot C(p)}{1 + H_m(p) \cdot K_T \cdot H_e(p) \cdot K_u} \cdot \varepsilon(p) + \frac{H_m(p) \cdot j_2 \cdot j_1}{1 + H_m(p) \cdot K_T \cdot H_e(p) \cdot K_u} \cdot F_K(p)$$

On obtient bien $\Omega_r(p) = G_1(p) \cdot \varepsilon(p) + G_2(p) \cdot F_K(p)$ avec par identification :

$$G_1(p) = \frac{H_m(p) \cdot K_T \cdot H_e(p) \cdot C(p)}{1 + H_m(p) \cdot K_T \cdot H_e(p) \cdot K_u}$$

$$G_2(p) = \frac{H_m(p) \cdot j_2 \cdot j_1}{1 + H_m(p) \cdot K_T \cdot H_e(p) \cdot K_u}$$

Q16. Déterminer $F_K(p)$ en fonction de $\Omega_r(p)$, puis la fonction de transfert $BO(p) = \frac{F_K(p)}{\varepsilon(p)}$ en fonction de $G_1(p)$ et $G_2(p)$ sans expliciter les deux fonctions $G_1(p)$ et $G_2(p)$. En déduire $G_A(p) = \frac{F_K(p)}{F_c(p)}$.

Toujours d'après le schéma-blocs de la figure 7, en prenant $F_r(p) = 0$ et $V_a(p) = 0$:

$$F_K(p) = \frac{k_c \cdot R}{p} \cdot \Omega_r(p)$$

Comme $\Omega_r(p) = G_1(p) \cdot \varepsilon(p) + G_2(p) \cdot F_K(p)$:

$$F_K(p) = \frac{k_c \cdot R}{p} \cdot [G_1(p) \cdot \varepsilon(p) + G_2(p) \cdot F_K(p)] = \frac{k_c \cdot R \cdot G_1(p)}{p} \cdot \varepsilon(p) + \frac{k_c \cdot R \cdot G_2(p)}{p} \cdot F_K(p)$$

soit : $p \cdot F_K(p) - k_c \cdot R \cdot G_2(p) \cdot F_K(p) = k_c \cdot R \cdot G_1(p) \cdot \varepsilon(p)$

On en déduit la fonction de transfert $BO(p)$:

$$BO(p) = \frac{F_K(p)}{\varepsilon(p)} = \frac{k_c \cdot R \cdot G_1(p)}{p - k_c \cdot R \cdot G_2(p)}$$

On peut exprimer $F_K(p) = BO(p) \cdot \varepsilon(p) = BO(p) \cdot [F_c(p) - F_K(p)] = BO(p) \cdot F_c(p) - BO(p) \cdot F_K(p)$

Et en déduire $G_A(p)$:

$$G_A(p) = \frac{F_K(p)}{F_c(p)} = \frac{BO(p)}{1 + BO(p)} = \frac{\frac{k_c \cdot R \cdot G_1(p)}{p - k_c \cdot R \cdot G_2(p)}}{1 + \frac{k_c \cdot R \cdot G_1(p)}{p - k_c \cdot R \cdot G_2(p)}} = \frac{k_c \cdot R \cdot G_1(p)}{p - k_c \cdot R \cdot G_2(p) + k_c \cdot R \cdot G_1(p)}$$

III.3 Correction proportionnelle : $C(p) = K_p$

Q17. Exprimer $G_A(p)$ en fonction de K_p . Mettre $G_A(p)$ sous forme canonique. Préciser K_{BF} le gain statique de la fonction de transfert, ξ le coefficient d'amortissement et ω_0 la pulsation propre en fonction de K_p de la fonction de transfert du second ordre.

Par identification entre les expressions de $F_K(p)$ données page 12/28, et avec $C(p) = K_p$:

$$G_A(p) = \frac{113 \cdot K_p}{8,12 \times 10^5 \cdot p^2 + 2,38 \times 10^5 \cdot p + 113 \cdot K_p - 7,48}$$

Sous forme canonique :

$$G_A(p) = \frac{113 \cdot K_p}{113 \cdot K_p - 7,48} \cdot \frac{1}{1 + \frac{2,38 \times 10^5}{113 \cdot K_p - 7,48} \cdot p + \frac{8,12 \times 10^5}{113 \cdot K_p - 7,48} \cdot p^2}$$

On identifie cette fonction de transfert à celle d'un système du second ordre :

$$G_A(p) = \frac{K_{BF}}{1 + \frac{2 \cdot \xi}{\omega_0} \cdot p + \frac{1}{\omega_0^2} \cdot p^2}$$

Avec :

$$\left\{ \begin{aligned} K_{BF} &= \frac{113 \cdot K_p}{113 \cdot K_p - 7,48} \\ \omega_0 &= \sqrt{\frac{113 \cdot K_p - 7,48}{8,12 \times 10^5}} \\ \xi &= \frac{\omega_0}{2} \cdot \frac{2,38 \times 10^5}{113 \cdot K_p - 7,48} = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{113 \cdot K_p - 7,48}{8,12 \times 10^5}} \cdot \frac{2,38 \times 10^5}{113 \cdot K_p - 7,48} = \frac{1,19 \times 10^5}{\sqrt{8,12 \times 10^5 \cdot (113 \cdot K_p - 7,48)}} \end{aligned} \right.$$

Q18. Préciser le domaine de réglage de K_p garantissant la stabilité du système.

Pour que tous les coefficients du polynôme du dénominateur soient de même signe, il faut $113 \cdot K_p - 7,48 > 0$
Soit $K_p > 7,48/113$ ce qui correspond à $K_p > 0,0662$.

Q19. Déterminer K_p permettant d'obtenir la réponse temporelle la plus rapide sans dépassement.

On suppose que l'on a une entrée de type échelon. Pour obtenir la réponse temporelle la plus rapide sans dépassement, il faut $\xi = 1$, soit $1,19 \times 10^5 = \sqrt{8,12 \times 10^5 \cdot (113 \cdot K_p - 7,48)}$

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow (1,19 \times 10^5)^2 &= 8,12 \times 10^5 \cdot (113 \cdot K_p - 7,48) \\ \Leftrightarrow 1,19^2 \times 10^5 &= 8,12 \cdot 113 \cdot K_p - 8,12 \cdot 7,48 \\ \Leftrightarrow K_p &= \frac{1,19^2 \times 10^5 + 8,12 \cdot 7,48}{8,12 \cdot 113} = 154,4 \end{aligned}$$

Cette valeur de K_p est un maximum, et est compatible avec la stabilité du système.

Q20. À partir du théorème de la valeur finale, déterminer $f_K(t)$ l'effort appliqué sur K-ryole en régime permanent dans le pire des cas.

La fonction de Heaviside a pour transformée de Laplace $1/p$, donc $F_r(p) = f_{r0}/p$ et $V_a(p) = v_{max}/p$. Avec $F_c(p) = 0$ et en appliquant le théorème de la valeur finale :

$$\begin{aligned} \lim_{t \rightarrow \infty} f_K(t) &= \lim_{p \rightarrow 0} [p \cdot F_K(p)] = \lim_{p \rightarrow 0} [p \cdot F_K(p)] = \lim_{p \rightarrow 0} [p \cdot G_F(p) \cdot F_r(p) - p \cdot G_V(p) \cdot V_a(p)] \\ &= \lim_{p \rightarrow 0} \left[p \cdot G_F(p) \cdot \frac{f_{r0}}{p} - p \cdot G_V(p) \cdot \frac{v_{max}}{p} \right] = G_F(0) \cdot f_{r0} - G_V(0) \cdot v_{max} \\ \lim_{t \rightarrow \infty} f_K(t) &= \frac{7,48}{113 \cdot K_p - 7,48} \cdot f_{r0} - \frac{19 \cdot 28,5}{113 \cdot K_p - 7,48} \cdot v_{max} \end{aligned}$$

Avec $K_p = 150$, on obtient :

$$\lim_{t \rightarrow \infty} f_K(t) \approx 4,415 \times 10^{-4} \cdot f_{r0} - 3,196 \times 10^{-2} \cdot v_{max}$$

Pour $f_{r0} = -390 \text{ N}$ et $v_{max} = 7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$: $\lim_{t \rightarrow \infty} f_K(t) = -0,396 \text{ N}$

Pour $f_{r0} = +450 \text{ N}$ et $v_{max} = 7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$: $\lim_{t \rightarrow \infty} f_K(t) = -0,025 \text{ N}$

Dans le pire des cas, soit pour $f_{r0} = -390 \text{ N}$ et $v_{max} = 7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, on a donc

$$\lim_{t \rightarrow \infty} f_K(t) = -0,396 \text{ N}$$

Q21. Quelles exigences du cahier des charges sont validées par le calcul précédent ?

Pour cette valeur de K_p , on a bien $|f_K(t)| < 10 \text{ N}$ puisque $0,396 < 10$: l'exigence d'assistance électrique est donc validée. De plus, cette valeur de K_p est supérieure à $0,0662$ (le système est donc stable) et proche tout en restant inférieure à $154,4$ (la réponse temporelle est quasiment la plus rapide que l'on puisse obtenir sans dépassement).

Q22. Que pensez-vous, en 3 lignes, de la pertinence de ce projet ?

Cette modélisation apporte des résultats qui valident la faisabilité de ce projet. Cependant, de nombreuses hypothèses ont été prises : il faudra donc affiner le modèle, puis réaliser des essais sur un prototype réel pour valider ces hypothèses et confirmer sa faisabilité.

Ce projet est en outre en pleine adéquation avec le développement durable.

Partie IV -- Caractérisation et conception de la chaîne d'information

IV.1 Capteur d'effort

Q23. Montrer, à partir de la figure 11, que la différence de potentiel U_{PT} entre les points P et T en fonction des résistances et de V_{cc} s'écrit : $U_{PT} = V_{cc} \cdot \left(\frac{R_1}{R_1 + R_2} - \frac{R_4}{R_4 + R_3} \right)$

En appliquant la loi des mailles, on peut écrire : $U_{PT} = U_{PS} + U_{ST} = U_{PS} - U_{TS}$.

En appliquant la méthode du pont diviseur dans la branche QS passant par P :

$$U_{PS} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot V_{cc}$$

Et en appliquant la même méthode dans la branche QS passant par T :

$$U_{TS} = \frac{R_4}{R_4 + R_3} \cdot V_{cc}$$

Finalement :

$$U_{PT} = U_{PS} - U_{TS} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot V_{cc} - \frac{R_4}{R_4 + R_3} \cdot V_{cc} = V_{cc} \cdot \left(\frac{R_1}{R_1 + R_2} - \frac{R_4}{R_4 + R_3} \right)$$

Q24. Rappeler la relation entre la déformation relative en traction et la contrainte.

La relation entre la déformation relative en traction ε_L^T et la contrainte σ_N est la loi de Hooke : $\sigma_N = E \cdot \varepsilon_L^T$.

Q25. En déduire ε_L^T , la déformation en fonction de l'action de traction/compression f_{Ax} , des dimensions de la barre de traction (figure 10a) et du module d'Young. En déduire l'expression de la déformation transversale ε_T^T .

En traction/compression, la contrainte σ_N vaut : $\sigma_N = \frac{f_{Ax}}{S}$

où S est la section : $S = h \cdot l - (h - 2 \cdot e) \cdot (l - 2 \cdot e) = 2 \cdot e \cdot (h + l) - 4 \cdot e^2 \approx 2 \cdot e \cdot (h + l)$

Donc :
$$\varepsilon_L^T = \frac{\sigma_N}{E} = \frac{f_{Ax}}{S \cdot E} = \frac{f_{Ax}}{E \cdot [2 \cdot e \cdot (h + l) - 4 \cdot e^2]} \approx \frac{f_{Ax}}{2 \cdot E \cdot e \cdot (h + l)}$$

On en déduit :
$$\varepsilon_T^T = -\nu \cdot \varepsilon_L^T \approx -\nu \cdot \frac{f_{Ax}}{2 \cdot E \cdot e \cdot (h + l)}$$

Q26. Déterminer, pour chacune des deux dispositions de la figure 12, l'expression de U_{PT} en fonction de V_{cc} , K_j , ε_L^T et ε_T^T , puis en fonction de V_{cc} , K_j , ε_L^T et ν .

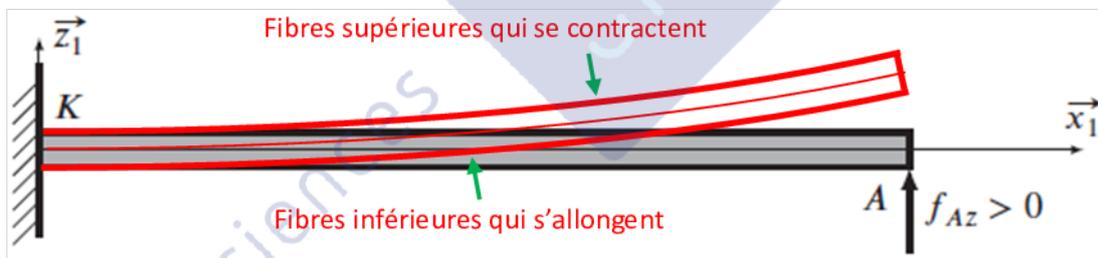
D'après l'équation (8) :
$$U_{PT} = V_{cc} \cdot \left(\frac{R_1}{R_1 + R_2} - \frac{R_4}{R_4 + R_3} \right) = \frac{V_{cc}}{4} \cdot \left(\frac{\Delta R_1}{R} + \frac{\Delta R_2}{R} - \frac{\Delta R_3}{R} - \frac{\Delta R_4}{R} \right)$$

Disposition 1 :
$$U_{PT\text{ disposition1}} = \frac{V_{cc} \cdot K_j}{4} \cdot (\varepsilon_L^T + \varepsilon_L^T - \varepsilon_T^T - \varepsilon_T^T) = \frac{V_{cc} \cdot K_j}{2} \cdot (\varepsilon_L^T - \varepsilon_T^T) = \frac{V_{cc} \cdot K_j}{2} \cdot \varepsilon_L^T \cdot (1 + \nu)$$

Disposition 2 :
$$U_{PT\text{ disposition2}} = \frac{V_{cc} \cdot K_j}{4} \cdot (\varepsilon_L^T + \varepsilon_T^T - \varepsilon_L^T - \varepsilon_T^T) = 0$$

Q27. Quelle est la nature de la sollicitation dans ce cas ? Tracer l'allure de la poutre déformée, préciser sur le schéma les fibres « qui s'allongent » et celles « qui se contractent ».

Le second état de charge correspond à de la flexion simple.
L'allure de la déformée est représentée en rouge.



Q28. Déterminer, pour chacune des deux dispositions de la figure 12, l'expression de U_{PT} en fonction de K_j , ε_L^S , ε_T^S et ε_T^I , puis en fonction de K_j , ε_L^S et ν .

Disposition 1 :
$$U_{PT\text{ disposition1}} = \frac{V_{cc} \cdot K_j}{4} \cdot (\varepsilon_L^S + \varepsilon_L^I - \varepsilon_T^I - \varepsilon_T^S) = 0 \quad \text{Car } \varepsilon_L^S = -\varepsilon_L^I \text{ et } \varepsilon_T^I = -\varepsilon_T^S$$

Disposition 2 :
$$U_{PT\text{ disposition2}} = \frac{V_{cc} \cdot K_j}{4} \cdot (\varepsilon_L^S + \varepsilon_T^I - \varepsilon_L^I - \varepsilon_T^S) = \frac{V_{cc} \cdot K_j}{4} \cdot (\varepsilon_L^S - \varepsilon_T^S + \varepsilon_L^S - \varepsilon_T^S)$$

$$U_{PT\text{ disposition2}} = \frac{V_{cc} \cdot K_j}{2} \cdot (\varepsilon_L^S - \varepsilon_T^S) = \frac{V_{cc} \cdot K_j}{2} \cdot (\varepsilon_L^S + \nu \cdot \varepsilon_L^S) = \frac{V_{cc} \cdot K_j}{2} \cdot \varepsilon_L^S \cdot (1 + \nu)$$

Q29. À partir de l'analyse ci-dessus, préciser quel montage doit être utilisé afin de mesurer uniquement l'effet de la traction.

Pour ne mesurer que l'effet de traction, il faut retenir la disposition 1.

IV.2 Amplification

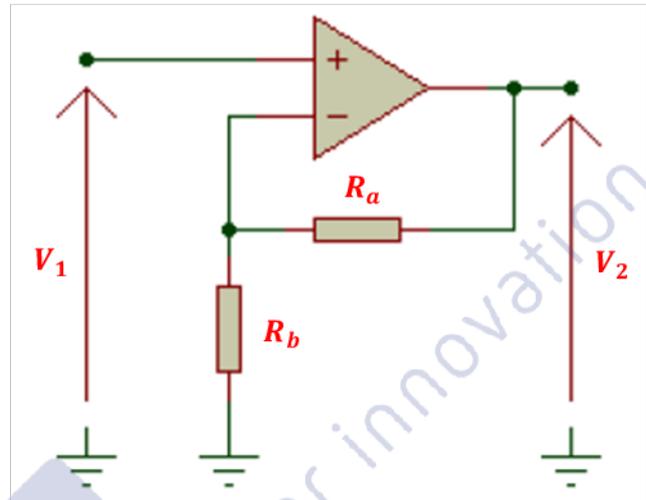
Q30. À partir du schéma de la figure 15, analyser la partie amplificatrice et la modéliser en utilisant les deux résistances R_a et R_b indiquées sur le schéma. Exprimer ensuite le rapport $\frac{V_2}{V_1}$ (avec $V_1 = U_{PT}$).

On reconnaît un montage amplificateur non inverseur.
 On suppose l'ALI idéal : $i^+ = 0$ et $i^- = 0$.
 Comme on a un rétroaction sur l'entrée -, l'ALI fonctionne en régime linéaire : $V^+ = V^-$.
 On obtient, par la méthode du pont diviseur :

$$V_1 = V^+ = V^- = \frac{R_b}{R_a + R_b} \cdot V_2$$

D'où :

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{R_a + R_b}{R_b} = 1 + \frac{R_a}{R_b}$$



Q31. En déduire la valeur du gain de l'amplificateur, puis la valeur du potentiomètre de réglage.

On sait que $V_1 = U_{PT} = 1,4 \cdot 10^{-7} \cdot V_{cc} \cdot F$ avec $V_{cc} = 5 - (-5) = 10 \text{ V}$.

Le gain G de l'amplificateur vaut : $G = 1 + \frac{R_a}{R_b} = \frac{V_2}{V_1} = \frac{V_2}{1,4 \cdot 10^{-7} \cdot V_{cc} \cdot F}$

Avec $V_2 = 10,24 \text{ V}$ pour un effort maximal F de 1250 N , on trouve en faisant l'application numérique :

$$G = 1 + \frac{R_a}{R_b} = \frac{V_2}{V_1} = \frac{10,24}{1,4 \cdot 10^{-7} \cdot 10 \cdot 1250} = 5851$$

On en déduit : $\frac{R_a}{R_b} = 5851 - 1 = 5850$ soit $R_b = \frac{R_a}{5850} = 5,15 \Omega$

Or d'après le montage de la figure 15 : $\frac{1}{R_b} = \frac{1}{G_{TRIM}} + \frac{1}{49,9}$

D'où :

$$G_{TRIM} = \frac{1}{\frac{1}{R_b} - \frac{1}{49,9}} = 5,73 \Omega$$

IV.3 Filtrage analogique

Q32. Énoncer le critère de Nyquist-Shannon en écrivant une relation entre f_e et f_m .

D'après le le critère de Nyquist-Shannon : $f_e \geq 2 \cdot f_m$

Q33. Quel type de filtre faut-il placer pour assurer la fonction désirée ? Quel est l'ordre minimal de ce filtre ?

A partir du gabarit donné figure 16, on identifie un filtre passe bas, avec une fréquence de coupure égale à 100 Hz ($G(100 \text{ Hz}) = -3 \text{ dB}$). Par contre pour la fréquence égale à 1000 Hz , le gain doit être inférieur à -30 dB .

On en déduit que pour une décade (de 100 à 1000 Hz) le gain chute de 27 dB (de -3 à -30 dB).

En outre on sait que la variation de gain d'un filtre passe-bas est égale à $-20 \cdot n \text{ dB}$ dans la bande arrêtée avec n , ordre du filtre.

Donc il faut au minimum un filtre passe bas d'ordre 2 (-40 dB/decade).

Q34. Exprimer les admittances \underline{Y}_1 à \underline{Y}_5 en fonction de R_1, R_3, R_4, C_2, C_5 et $j \cdot \omega$.

On reconnait une structure de Rauch dont la fonction de transfert est donnée. Il suffit de remplacer les admittances par $j \cdot C \cdot \omega$ pour un condensateur C , et $1/R$ pour une résistance R .

$$\underline{Y}_1 = \frac{1}{R_1}$$

$$\underline{Y}_2 = j \cdot C_2 \cdot \omega$$

$$\underline{Y}_3 = \frac{1}{R_3}$$

$$\underline{Y}_4 = \frac{1}{R_4}$$

$$\underline{Y}_5 = j \cdot C_5 \cdot \omega$$

On obtient, en posant $R = R_1 = R_2 = R_3 = R_4$:

$$\frac{\underline{V}_S}{\underline{V}_e} = \frac{-\underline{Y}_1 \cdot \underline{Y}_3}{\underline{Y}_3 \cdot \underline{Y}_4 + \underline{Y}_5 (\underline{Y}_1 + \underline{Y}_2 + \underline{Y}_3 + \underline{Y}_4)} = \frac{-\frac{1}{R^2}}{\frac{1}{R^2} + j \cdot C_5 \cdot \omega \left(\frac{1}{R} + j \cdot C_2 \cdot \omega + \frac{1}{R} + \frac{1}{R} \right)}$$

$$\frac{\underline{V}_S}{\underline{V}_e} = \frac{-1}{1 + 3 \cdot j \cdot R \cdot C_5 \cdot \omega - R^2 \cdot C_5 \cdot C_2 \cdot \omega^2}$$

Q35. Préciser alors les expressions des paramètres G, m et ω_c en fonction des composants du montage.

Par identification, on a $G = -1,$

$$\omega_c = \frac{1}{R \cdot \sqrt{C_5 \cdot C_2}}$$

et

$$m = \frac{3}{2} \sqrt{\frac{C_5}{C_2}}$$

Q36. On fixe $R = 1 \text{ k}\Omega, m = 0,707$ et $f_c = 100 \text{ Hz}$. Déterminer alors les valeurs de C_2 et C_5 .

On a : $f_c = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot R \cdot \sqrt{C_5 \cdot C_2}} = 100 \text{ Hz}$ et $m = \frac{3}{2} \sqrt{\frac{C_5}{C_2}} = 0,707$

On en déduit : $C_2 = 3,4 \mu\text{F}$ et $C_5 = 0,75 \mu\text{F}$.

IV.4 Conversion Analogique / Numérique

Q37. Préciser le quantum de ce convertisseur. Exprimer alors la relation idéalisée entre la valeur $SD0$ en base (10) et la tension V_3 .

Le quantum est défini par : $q = \frac{\Delta V}{2^n} = \frac{10,24 - (-10,24)}{2^{18}} = 78,1 \mu\text{V}$

A la lecture de la figure 19 : $SD0 = \frac{V_3}{q}$

Q38. Utiliser les résultats précédents pour calculer la valeur de V_3 ainsi que l'effort correspondant lorsqu'on relève en sortie du convertisseur : $SD0_{(2)} = 00 \ 1100 \ 0000 \ 0000 \ 0000_{(2)}$.

Il faut convertir $SD0$ en décimal : $SD0_{(10)} = 2^{15} + 2^{14} = 49152$.

Donc $V_3 = SD0_{(10)} \cdot q = 3,84 \text{ V}$ et ainsi : $F = \frac{1250}{10,24} \cdot V_3 = 468,8 \text{ N}$

Q39. Consulter la documentation du convertisseur, préciser la valeur de décalage autour de Zéro (bipolar Zero scale error). Calculer les tensions V_3 et V_1 correspondantes, en déduire l'erreur de décalage en Newton. Cette valeur est-elle satisfaisante ? Quelle serait l'incidence d'une valeur non négligeable sur le comportement de K-ryole ?

A partir de la documentation technique, l'erreur est de $\pm 15 \text{ LSB}$ (bipolar Zero scale error) soit $\pm 15 \cdot q$.

Donc $V_3 = \pm 15 \cdot q = \pm 1,17 \text{ mV}$, et ainsi : $F = \frac{1250}{10,24} \cdot V_3 = \pm 0,143 \text{ N}$

Cette valeur est négligeable donc satisfaisante.

Une valeur non négligeable induit un mauvais comportement de la K-ryole qui doit réguler l'effort autour de zéro. La K-ryole pourrait pousser le vélo alors que le cycliste ne veut pas avancer.

Partie V -- Étude de la chaîne d'énergie

V.1 Dimensionnement et justification du choix des batteries

Q40. Estimer la masse et le volume de l'ensemble des batteries pour les trois technologies envisagées.

L'énergie est fournie par 3 batteries 12 V – 22 Ah, soit $3 \times 12 \times 22 = 792 \text{ W} \cdot \text{h}$.

	masse (kg)	volume (l)
Plomb	19,8	7,92
Ni-Mh	8,8	2,93
Li-ion	4,4	2,26

Q41. La société a opté pour trois batteries plomb gélifié sans entretien. Justifier ce choix compte tenu des spécificités du système étudié.

Le volume et la masse ne sont pas des critères pertinents en raison du projet. Par contre, pour une diffusion en nombre, le cout faible des batterie au plomb est intéressant

Q42. Déduire du relevé la vitesse moyenne, l'énergie consommée ainsi que la puissance moyenne d'un moteur sur tout le parcours et l'énergie fournie par la batterie en supposant que chaque convertisseur a un rendement constant égal à 90 %. En supposant que l'énergie disponible est égale à 80 % de l'énergie stockée, en déduire le nombre de parcours type que peut effectuer K-ryole, puis l'autonomie en kilomètres.

La vitesse moyenne se calcule directement à partir de la distance parcourue, 250 m, et le temps nécessaire 60 s.

$$V_{moy} = \frac{250}{60} = 4,17 \text{ m/s}$$

A partir de la figure 20, il suffit d'intégrer pour obtenir l'énergie consommée E_{cons} pendant tout le parcours type par un moteur:

$$E_{cons} = \int_0^{t_7} P_a dt = \int_0^{t_1} P_a dt + \int_{t_1}^{t_2} P_a dt + \int_{t_2}^{t_3} P_a dt + \int_{t_3}^{t_4} P_a dt + \int_{t_4}^{t_5} P_a dt + \int_{t_5}^{t_6} P_a dt + \int_{t_6}^{t_7} P_a dt$$

$$E_{cons} = 400 \times 8 + 240 \times 22 - 200 \times 6 + 200 \times 4 + 150 \times 12 - 120 \times 4 = 9400 \text{ J}$$

La puissance moyenne vaut donc :

$$P_{moy} = \frac{E}{t_7} = \frac{9400}{60} = 156,7 \text{ W}$$

Comme le rendement du convertisseur est égale à 90 %, l'énergie fournie par la batterie aux deux moteurs est :

$$E_{bat} = 2 \cdot \frac{E}{0,90} = 20889 \text{ J}$$

Enfin l'énergie stockée dans la batterie est de $792 \text{ W} \cdot \text{h}$ soit l'énergie disponible :

$$E_{disp} = 0,80 \times 792 = 0,80 \times 792 \times 3600 \text{ J}$$

Le nombre de trajet est donc :

$$Nb = \frac{80\% \cdot 792 \cdot 3600}{E_{bat}} = 109 \text{ trajets}$$

et donc une autonomie de $A = 109 \times 0,25 = 27,2 \text{ km}$.

Cette valeur est bien en accord avec le cahier des charges (25 km en cycle postal).

V.2 Commande du moteur

Q43. Préciser quel peut être le rôle de la résistance R_{SHUNT} .

Cette résistance a une très petite valeur (quelques Ohm). Elle permet de fournir une tension image du courant dans le moteur (capteur de courant).

Q44. Quels sont les événements à prendre en compte pour obtenir le signal $m(t)$ de la figure 22 ? Montrer que la fréquence de celui-ci est $f_m = 138 \cdot N_f$ où N_f désigne la fréquence de rotation de la roue en tours/s. Quelle information, utile à la boucle de vitesse, peut-on obtenir à partir de $m(t)$? Quel est l'intérêt de considérer celui-ci plutôt que l'un des signaux capteurs (HA, HB, HC) ?

Il faut prendre en compte les fronts montants et descendants des signaux issus des trois capteurs à effet hall (HA, HB, HC).

N_f désigne la fréquence du moteur brushless en tr/s. Or $N_f = F/p$ avec F , fréquence des signaux appliqués et p le nombre de paires de pôles (relation donnée par le champ tournant du moteur synchrone).

Or $T_m = T/6$ (figure 22) soit $f_m = 6 \cdot F = 6 \cdot p \cdot N_f$

Application numérique : pour $p = 23$ paires de pôles $f_m = 138 \cdot N_f$

Ce signal f_m est donc une image de la fréquence de rotation du moteur. Cette valeur est plus importante pour une même mesure donc on obtient plus de précision (1/138 tr/s).

Q45. Exprimer la tension V_A en fonction de E_A , I_A , R_s , L_s et ω ($\omega = 2\pi \cdot f$ avec f la fréquence des grandeurs électriques). Sachant qu'aux fréquences de pilotage utilisées la réactance $L_s \cdot \omega$ est faible devant la résistance R_s , que peut-on dire dans ce cas du facteur de puissance que l'on assimilera à $\cos \phi_1$?

$$V_A = E_A - (R_s + j \cdot L_s \cdot \omega) \cdot I_A = E_A - R_s \cdot I_A$$

En négligeant $L_s \cdot \omega$, tous les signaux sont en phase donc le facteur de puissance $\cos \phi_1 = 1$.

Q46. Utiliser la figure 23 pour exprimer la puissance électromagnétique moyenne (P_{em}) développée par une phase, puis par l'ensemble des trois phases. La grandeur K_{Vm} étant définie par le rapport avec ω vitesse de rotation en rad/s, exprimer ensuite la valeur du couple électromagnétique (C_{em}) résultant des 3 phases en fonction de K_{Vm} et I_m . Justifier alors l'appellation du moteur : DC Brushless.

$$P_{em} = \frac{1}{T} \int_0^T e_a(t) \cdot i_a(t) dt = \frac{1}{T} (E_m \cdot I_m \cdot \frac{T}{3} \cdot 2) = \frac{2 \cdot E_m \cdot I_m}{3}$$

Donc pour les trois phases, $P_{3em} = 2 \cdot E_m \cdot I_m$.

En outre $P_{3em} = C_{em} \cdot \omega$ donc : $C_{em} = \frac{2 \cdot E_m \cdot I_m}{\omega} = 2 \cdot K_{Vm} \cdot I_m$

On reconnaît l'équation du couple d'un moteur à courant continu en fonction de du courant induit (d'où le nom de ce moteur, DC pour continu, et brushless pour sans balai (car nécessaire dans le cas d'une machine à courant continu)).

V.3 Mesures réelles sur le système

Q47. Quel est le couplage des impédances ? Quelle est la condition sur celles-ci pour que le point N' soit au même potentiel que le point Neutre de la machine synchrone ?

Le couplage de ces trois impédances est le couplage étoile. Afin d'avoir le point N' au même potentiel que le neutre du réseau il faut que les trois impédances (Z_1 , Z_2 et Z_3) soient identiques. On dit alors que le montage est équilibré.

Q48. Estimer le déphasage ψ entre le fondamental de $v_A(t)$ et le fondamental de $i_A(t)$. Cette valeur est-elle conforme à ce que l'on pouvait attendre ? Estimer la fréquence du signal, en déduire la fréquence de rotation du moteur, puis la vitesse de K-ryole. Estimer la valeur de I_m , en déduire le couple électromagnétique, le couple utile, puis la puissance mécanique développée par un moteur. Comparer cette valeur avec les valeurs de puissance absorbées relevées lors d'un parcours type (figure 20).

Il est difficile de déterminer avec précision le décalage entre $v_A(t)$ et $i_A(t)$. Par contre il est très faible. Par lecture du chronogramme, on peut lire 0,3 ms pour une période de 12 ms.

Ce qui donne un déphasage $\psi = \frac{360 \times 0,3}{12} = 9^\circ$

Cette valeur est faible donc proche de zéro (valeur retenue).

La fréquence du signal est $F = 83,33$ Hz d'où la fréquence de rotation du moteur $N_f = \frac{F}{p} = \frac{83,33}{23} = 3,62$ tr/s

Et donc la vitesse de K-ryole : $V = 2 \cdot \pi \cdot R \cdot N_f = 2 \cdot \pi \cdot 0,3 \cdot 3,62 = 6,82$ m/s = 24,5 km/h

On relève $I_m = 8$ A sur la figure 26 et avec l'aide de la figure 23.

A l'aide des données du moteur en annexe page 26/28 : $C_{em} = 2 \cdot K_{Vm} \cdot I_m = 2 \cdot 0,773 \cdot 8 = 12,4$ N · m

Or $C_p = 0,77$ N · m donc le couple utile $C_u = C_{em} - C_p = 12,4 - 0,77 = 11,63$ N · m

Et enfin la puissance mécanique développée par un moteur : $P = C_u \cdot \Omega = 11,63 \cdot 3,62 \cdot 2 \cdot \pi = 264,5$ W

Cette valeur est proche de des valeurs données figure 20, surtout celles en régime stationnaire (entre t_2 et t_1).