

Proposition de corrigé

Concours : **ATS**

Année : **2018**

Filière : **ATS**

Épreuve : **Sciences Industrielles pour l'Ingénieur**

Ceci est une proposition de corrigé des concours de CPGE, réalisée bénévolement par des enseignants de Sciences Industrielles de l'Ingénieur et d'Informatique, membres de l'[UPSTI](http://www.upsti.fr) (Union des Professeurs de Sciences et Techniques Industrielles), et publiée sur le site de l'association :

<https://www.upsti.fr/espace-etudiants/annales-de-concours>

A l'attention des étudiants

Ce document vous apportera des éléments de corrections pour le sujet traité, mais n'est ni un corrigé officiel du concours, ni un corrigé détaillé ou exhaustif de l'épreuve en question.

L'UPSTI ne répondra pas directement aux questions que peuvent soulever ces corrigés : nous vous invitons à vous rapprocher de vos enseignants si vous souhaitez des compléments d'information, et à vous adresser à eux pour nous faire remonter vos éventuelles remarques.

Licence et Copyright

Toute représentation ou reproduction (même partielle) de ce document faite sans l'accord de l'UPSTI est **interdite**. Seuls le téléchargement et la copie privée à usage personnel sont autorisés (protection au titre des [droits d'auteur](#)).

En cas de doute, n'hésitez pas à nous contacter à : corrigesconcours@upsti.fr.

Informez-vous !

Retrouvez plus d'information sur les [Sciences de l'Ingénieur](#), l'[orientation](#), les [Grandes Ecoles](#) ainsi que sur les [Olympiades de Sciences de l'Ingénieur](#) et sur les [Sciences de l'Ingénieur au Féminin](#) sur notre site : www.upsti.fr

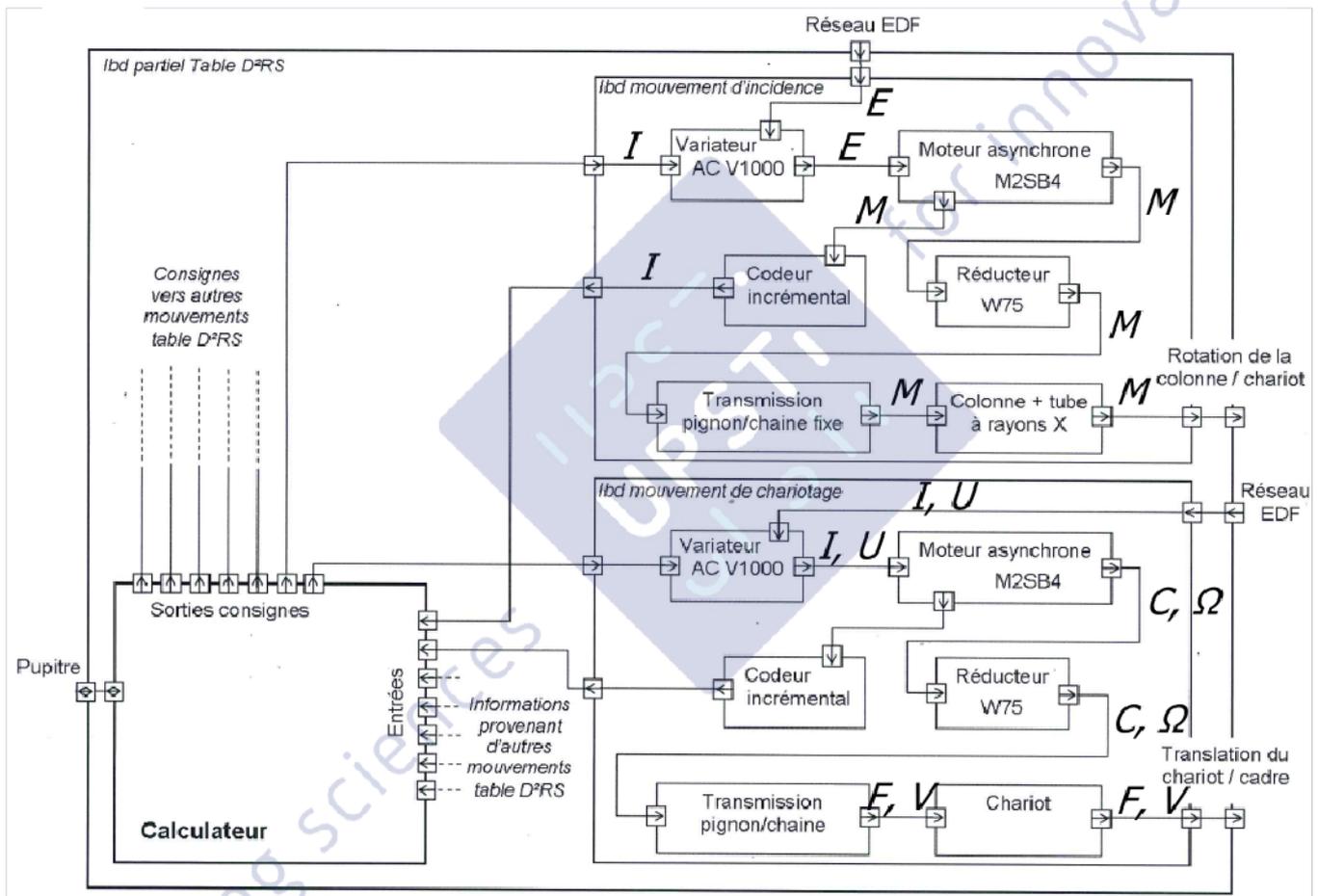
L'équipe UPSTI

Partie I - Architecture des mouvements d'incidence et de chariotage

Q1. et Q2.

Tous les flux entrants ou sortants du calculateur sont de type information. Le variateur module l'énergie électrique en fonction des informations provenant du calculateur. Enfin, le moteur asynchrone fournit une énergie mécanique qui est transmise jusqu'à l'effecteur.

La puissance correspondant aux flux de type électrique et information se calcule en fonction des variables I et U . L'énergie mécanique sortant du moteur asynchrone est une énergie mécanique de rotation, tout comme celle sortant du réducteur. Les variables présentes pour les flux sortant de ces éléments sont donc les variables C et Ω . La transmission permet de transformer le mouvement de rotation du pignon en un mouvement de translation de la chaîne. En sortie de transmission, les variables sont donc F et V . Le mouvement final est le mouvement de chariotage, donc de translation. Les variables en sortie de ce bloc sont donc également F et V .



Partie II - Vérification du dimensionnement de l'actionneur du mouvement d'incidence

Q3. Le mouvement du pignon 2 par rapport à la colonne 3 est un mouvement de rotation. La vitesse d'un point de la poulie est donc proportionnelle à son éloignement de l'axe de rotation. On a donc $V_{K'e2/3} = \frac{D_i}{2} \omega_{23}$. Entre la poulie

et le moteur se trouve le réducteur W75 d'indice de transmission $i = 40$. On a alors $V_{K'e2/3} = \frac{D_i \omega_m}{2 i}$.

Q4. Le mouvement de la colonne 3 par rapport au chariot 1 est une rotation d'axe (A, \vec{y}) . On a donc $V_{K'e3/1} = R_e \omega_{31}$.

Q5. Avec les hypothèses utilisées, on peut écrire $\vec{V}_{K \in S/1} = \vec{0}$. On a alors $\vec{V}_{K \in S/3} + \vec{V}_{K \in 3/1} = \vec{0}$ soit $V_{K \in S/3} = -V_{K \in 3/1}$. En utilisant la relation sur la chaîne, on obtient $V_{K \in S/3} = V_{K' \in 2/3}$. Ainsi, $V_{K \in 3/1} = -V_{K' \in 2/3}$.

Avec les résultats des deux questions précédentes, on obtient donc $R_e \omega_{31} = -\frac{D_i \omega_m}{2 i}$ soit $\omega_{31} = -\frac{D_i \omega_m}{2 R_e i}$.

Q6. On calcule l'énergie cinétique du rotor dans le repère galiléen :

$$E_{C_{rotor}} = \frac{1}{2} \left\{ \begin{matrix} (\omega_m + \omega_{31}) \vec{y} \\ R_B \omega_{31} \vec{u} \end{matrix} \right\}_B \left\{ \begin{matrix} m_{rotor} R_B \omega_{31} \vec{u} \\ J_m (\omega_m + \omega_{31}) \vec{y} \end{matrix} \right\}_B = \frac{1}{2} \left[J_m (\omega_m + \omega_{31})^2 + m_{rotor} R_B^2 \omega_{31}^2 \right] \text{ avec } R_B = \|\overline{AB}\|.$$

D'après la question 5, on a $\omega_{31} \ll \omega_m$ (rapport d'environ 240), on peut donc approximer $E_{C_{rotor}} = \frac{1}{2} J_m \omega_m^2$. La démarche est exactement la même pour le réducteur puisque l'inertie donnée est rapportée à l'arbre moteur et on obtient $E_{C_{réd}} = \frac{1}{2} J_{réd} \omega_m^2$.

On calcule ensuite l'énergie cinétique de la poulie 2 dans le repère galiléen :

$$E_{C_2} = \frac{1}{2} \left\{ \begin{matrix} (\omega_{23} + \omega_{31}) \vec{y} \\ R_B \omega_{31} \vec{u} \end{matrix} \right\}_B \left\{ \begin{matrix} m_i R_B \omega_{31} \vec{u} \\ J_i (\omega_{23} + \omega_{31}) \vec{y} \end{matrix} \right\}_B = \frac{1}{2} \left[J_i (\omega_{23} + \omega_{31})^2 + m_i R_B^2 \omega_{31}^2 \right].$$

D'après la question 5, on a $\omega_{31} < \omega_{23}$ (rapport d'environ 6), on peut donc négliger ω_{31}^2 devant ω_{23}^2 mais pas ω_{31} devant ω_{23} . On a alors $E_{C_2} = \frac{1}{2} J_i (\omega_{23}^2 + 2\omega_{23} \omega_{31})$ soit $E_{C_2} = \frac{1}{2} J_i \frac{\omega_m^2}{i^2} \left(1 - \frac{D_i}{R_e} \right)$.

Pour la colonne et le motoréducteur, comme A est un point fixe, on a $E_{C_3} = \frac{1}{2} J_c \omega_{31}^2$. Ainsi,

$$E_{C_3} = \frac{1}{2} J_c \left(\frac{D_i}{2 R_e i} \right)^2 \omega_m^2.$$

Q7. En utilisant le moment d'inertie J_t , on a $E_{C_{tube}} = \frac{1}{2} J_t \omega_{31}^2$. Or, comme le tube est considéré comme une masse ponctuelle, $E_{C_{tube}} = \frac{1}{2} M_t V_{G_t \in tube/1}^2 = \frac{1}{2} M_t R_t^2 \omega_{31}^2$. Ainsi, on a $J_t = M_t R_t^2$.

On a donc $E_{C_{tube}} = \frac{1}{2} M_t R_t^2 \left(\frac{D_i}{2 R_e i} \right)^2 \omega_m^2$.

Q8. L'énergie cinétique de l'ensemble $\{E\}$ est alors :

$$E_{C_{totale}} = \frac{1}{2} \left(J_m + J_{réd} + \frac{J_i}{i^2} + \left(J_c \left(1 - \frac{D_i}{R_e} \right) + M_t R_t^2 \right) \left(\frac{D_i}{2 R_e i} \right)^2 \right) \omega_m^2 = \frac{1}{2} J_{éq} \omega_m^2$$

avec $J_{éq} = J_m + J_{réd} + \frac{J_i}{i^2} + \left(J_c \left(1 - \frac{D_i}{R_e} \right) + M_t R_t^2 \right) \left(\frac{D_i}{2 R_e i} \right)^2$.

Q9. L'annexe 2 propose la matrice d'inertie au centre de gravité et au point A . J_c étant l'inertie rapportée au niveau de l'axe (A, \vec{y}) , on choisit la matrice au point A . En comparant les figures de l'annexe 1 et 2, on voit que le vecteur \vec{y} de l'annexe 1 correspond au vecteur \vec{z} de l'annexe 2. On a donc $J_c = I_{zz} = 63406549676,16 \text{ g.mm}^2$ d'après l'annexe soit $J_c = 63,4 \text{ kg.m}^2$.

Ainsi, $J_{éq} = 25.10^{-4} + 5,6.10^{-4} + \frac{2,2.10^{-4}}{40^2} + \left(63,4 \times \frac{2}{3} + 70 \times (1700.10^{-3})^2 \right) \left(\frac{61,36.10^{-3}}{2 \times 335.10^{-3} \times 40} \right)^2$.

Soit $J_{éq} = 43,4.10^{-4} \text{ kg.m}^2$. Le résultat est cohérent avec la valeur fournie par le sujet.

Q10. Les liaisons sont a priori considérées parfaites donc la seule puissance à prendre en compte pour les puissances intérieures est la puissance du moteur, $\mathcal{P}_{int} = C_m \omega_m$ et la seule puissance à prendre en compte pour les puissances extérieures est la pesanteur.

La pesanteur est négligée sur les éléments de $\{E\}$, exceptés le tube et le sous-ensemble 3.

On a alors, en posant α_{31} l'angle entre la direction \vec{z} et l'axe principal de la colonne :

$$\mathcal{P}_{pesanteur \rightarrow 3/1} = -M_c g R_c \omega_{31} \cos \alpha_{31} \text{ et } \mathcal{P}_{pesanteur \rightarrow tube/1} = -M_t g R_t \omega_{31} \cos \alpha_{31}.$$

Ainsi, on a
$$\mathcal{P}_{ext} = -(M_c R_c + M_t R_t) g \frac{D_i}{2R_e i} \omega_m \cos \alpha_{31}.$$

Q11. Le théorème de l'énergie cinétique nous donne : $J_{eq} \dot{\omega}_m \omega_m = -(M_c R_c + M_t R_t) g \frac{D_i}{2R_e i} \omega_m \cos \alpha_{31} + C_m \omega_m.$

On a donc
$$C_m = J_{eq} \dot{\omega}_m + (M_c R_c + M_t R_t) g \frac{D_i}{2R_e i} \cos \alpha_{31}.$$

Comme le but de ce calcul est de vérifier les capacités du motoréducteur, on se place dans le cas le plus défavorable : $\cos \alpha_{31} = 1.$

En supposant une accélération constante, on a :

$$C_m = 45.10^{-4} \frac{1400 \times \frac{\pi}{30}}{0,1} + (98 \times 0,7 + 70 \times 1,7) \times 9,81 \times \frac{61,36.10^{-3}}{2 \times 0,335 \times 40} \text{ soit } C_m = 10,8 \text{ Nm}.$$

Q12. D'après la figure 6, la référence du motoréducteur est M2SB4. L'annexe 3 nous donne pour ce moteur le couple nominal (7,5 Nm) et le rapport entre le couple d'accélération moyen et le couple nominal (2,5). Pour que le motoréducteur convienne, il faut donc que le couple trouvé à la question précédente soit inférieur à $2,5 \times 7,5 = 18,75 \text{ Nm}$ ce qui est bien le cas. On peut donc conclure que le motoréducteur choisi convient pour entraîner la colonne dans son mouvement d'incidence sur le critère du couple d'accélération.

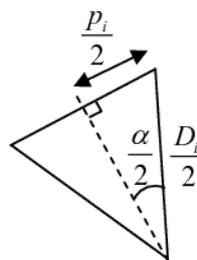
Partie III - Mise en évidence de l'origine des oscillations de la chaîne de transmission du mouvement de chariotage

Q13. Si on a Z_i dents, le pignon est séparé en Z_i secteurs angulaires, on a donc $Z_i \alpha = 2\pi$. Ainsi, $\alpha = \frac{2\pi}{Z_i}.$

D'après la figure ci-contre, on a :

$$\sin \frac{\alpha}{2} = \frac{p_i / 2}{D_i / 2} = \frac{p_i}{D_i}.$$

Ainsi,
$$D_i = \frac{p_i}{\sin \frac{\alpha}{2}}.$$



Q14. On a $V_{F_0} = \frac{D_i}{2} \frac{\pi}{30} N_{21}$. Avec la relation définie dans la question précédente, on a $V_{F_0} = \frac{p_i}{2 \sin \frac{\alpha}{2}} \frac{\pi}{30} N_{21}.$

Q15. Pour obtenir l'accélération \vec{a}_{F_0} , on dérive la vitesse \vec{V}_{F_0} par rapport au temps. Comme N_{21} est supposé

constant, on a
$$\vec{a}_{F_0} = \frac{p_i}{2 \sin \frac{\alpha}{2}} \frac{\pi}{30} N_{21} \frac{d\vec{t}}{dt} \Big|_{(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})}, \text{ ce qui donne } \vec{a}_{F_0} = -\frac{p_i}{2 \sin \frac{\alpha}{2}} \left(\frac{\pi}{30} \right)^2 N_{21}^2 \vec{n}.$$

D'après la figure de changement de base présente dans l'annexe 4, on a $\vec{n} = \cos \beta \vec{z} + \sin \beta \vec{x}.$

$$\text{Ainsi, } a_{z_{r0}} = -\frac{P_i}{2\sin\frac{\alpha}{2}}\left(\frac{\pi}{30}\right)^2 N_{21}^2 \cos\beta \quad \text{et} \quad a_{x_{r0}} = -\frac{P_i}{2\sin\frac{\alpha}{2}}\left(\frac{\pi}{30}\right)^2 N_{21}^2 \sin\beta.$$

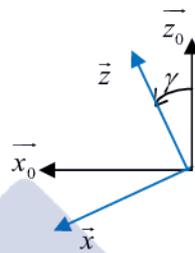
Q16. Les accélérations sur les axes \vec{z} et \vec{x} varient sinusoidalement en fonction de l'angle β donc le mouvement sera saccadé. Les perturbations sont périodiques et entraînent donc des oscillations sur la chaîne de transmission.

Remarque : les maillons de la chaîne sont soumis à des accélérations et des décélérations quand il aborde ou quitte le pignon. On observe, de plus, sur la figure 34 de l'annexe 4 le mouvement de montée et de descente de la chaîne. Ce fonctionnement "irrégulier" sera d'autant plus faible que le nombre de dents sera important.

Q17. On isole le chariot qui comprend également le tube et la colonne qui sont dans la même classe d'équivalence dans cette partie.

On notera \vec{z}_0 le vecteur unitaire vertical ascendant (correspondant au vecteur \vec{z} de la figure 7). On se réfère à la figure 10 pour la définition du repère $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$.

On a la figure de changement de base ci-contre.



Bilan des Actions Mécaniques Extérieures :

- action de la pesanteur sur la colonne et le tube à rayons X :

$$\{\mathcal{T}_{\text{pesanteur} \rightarrow \text{colonne+tube}}\} = \left\{ \begin{matrix} -M_{ct} g \vec{z}_0 \\ \vec{0} \end{matrix} \right\}_{G_{ct}} = \left\{ \begin{matrix} M_{ct} g \sin\gamma & 0 \\ 0 & 0 \\ -M_{ct} g \cos\gamma & 0 \end{matrix} \right\}_{G_{ct}, (\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})}$$

- action de la pesanteur sur le chariot :

$$\{\mathcal{T}_{\text{pesanteur} \rightarrow \text{chariot}}\} = \left\{ \begin{matrix} -M_{ch} g \vec{z}_0 \\ \vec{0} \end{matrix} \right\}_{G_{ch}} = \left\{ \begin{matrix} M_{ch} g \sin\gamma & 0 \\ 0 & 0 \\ -M_{ch} g \cos\gamma & 0 \end{matrix} \right\}_{G_{ch}, (\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})}$$

- action de la chaîne sur le chariot :

$$\{\mathcal{T}_{4 \rightarrow 1}\} = \left\{ \begin{matrix} T & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{matrix} \right\}_{I, (\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})}$$

- action du cadre sur le chariot :

$$\{\mathcal{T}_{0 \rightarrow 1}^{M_1}\} = \left\{ \begin{matrix} X_{M_1} & 0 \\ 0 & 0 \\ Z_{M_1} & 0 \end{matrix} \right\}_{M_1, (\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})} \quad \text{et} \quad \{\mathcal{T}_{0 \rightarrow 1}^{M_2}\} = \left\{ \begin{matrix} X_{M_2} & 0 \\ 0 & 0 \\ Z_{M_2} & 0 \end{matrix} \right\}_{M_2, (\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})}$$

Q18. La figure 10 nous suggère l'utilisation d'un modèle de Coulomb. Le chariot est en mouvement par rapport au cadre, on est donc sur le cône de frottement. Dans notre cas, la composante tangentielle est la composante sur \vec{x} et la composante normale est la composante sur \vec{z} . On a donc $f = \left| \frac{X_{M_1}}{Z_{M_1}} \right|$ et de même $f = \left| \frac{X_{M_2}}{Z_{M_2}} \right|$.

La composante tangentielle s'oppose au mouvement qui est selon $+\vec{x}$. Les deux composantes tangentielles sont donc sur $-\vec{x}$. En M_1 , la composante normale est portée par $-\vec{z}$. On a donc $X_{M_1} = fZ_{M_1}$. En M_2 , la composante normale est portée par $+\vec{z}$. On a donc $X_{M_2} = -fZ_{M_2}$.

Q19. On cherche à déterminer T . Aucune équation du PFD ne fait intervenir T sans les inconnues Z_{M_1} et Z_{M_2} .

On doit donc utiliser les trois équations du PFD dans le plan (M_1, \vec{z}, \vec{x}) .

Calcul des torseurs dynamiques de l'ensemble {chariot, colonne + tube} :

$\{\mathcal{D}_{1/0}\} = \left\{ \begin{matrix} M_{ch} a_{10} \vec{x} \\ \vec{0} \end{matrix} \right\}_{G_{ch}}$ et $\{\mathcal{D}_{colonne/0}\} = \left\{ \begin{matrix} M_{ct} a_{10} \vec{x} \\ \vec{0} \end{matrix} \right\}_{G_{ct}}$ puisque le chariot et la colonne + tube sont considérés comme des masses ponctuelles.

PFD en résultante sur \vec{x} : $(M_{ch} + M_{ct})a_{10} = (M_{ch} + M_{ct})g \sin \gamma + T + f(Z_{M_1} - Z_{M_2})$

PFD en résultante sur \vec{z} : $0 = -(M_{ch} + M_{ct})g \cos \gamma + Z_{M_1} + Z_{M_2}$

Comme le sujet nous suggère d'assimiler le point I au point M_1 , deux des cinq torseurs sont déjà écrits au même point. On déplace donc les trois autres torseurs au point M_1 pour pouvoir appliquer le PFD en moment et on calcule le torseur dynamique au point M_1 .

$\overline{\mathcal{D}}_{M_1,1/0} = \overline{\mathcal{D}}_{G_{ch},1/0} + \overline{M_1 G_{ch}} \wedge M_{ch} a_{10} \vec{x} = \vec{0}$ on a donc $\{\mathcal{D}_{1/0}\} = \left\{ \begin{matrix} M_{ch} a_{10} \vec{x} \\ \vec{0} \end{matrix} \right\}_{M_1}$.

$\overline{\mathcal{D}}_{M_1,colonne/0} = \overline{\mathcal{D}}_{G_{ct},colonne/0} + \overline{M_1 G_{ct}} \wedge M_{ct} a_{10} \vec{x} = h M_{ct} a_{10} \vec{y}$ on a donc $\{\mathcal{D}_{colonne/0}\} = \left\{ \begin{matrix} M_{ct} a_{10} \vec{x} \\ h M_{ct} a_{10} \vec{y} \end{matrix} \right\}_{M_1}$.

$\overline{\mathcal{M}}_{M_1,pesanteur \rightarrow colonne+tube} = \overline{\mathcal{M}}_{G_{ct},pesanteur \rightarrow colonne+tube} + \overline{M_1 G_{ct}} \wedge (-M_{ct} g \vec{z}_0) = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2}L \\ 0 \\ h \end{pmatrix}_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})} \wedge \begin{pmatrix} M_{ct} g \sin \gamma \\ 0 \\ -M_{ct} g \cos \gamma \end{pmatrix}_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})}$ donc

$\overline{\mathcal{M}}_{M_1,pesanteur \rightarrow colonne+tube} = M_{ct} g \left(h \sin \gamma - \frac{1}{2} L \cos \gamma \right) \vec{y}$

$\overline{\mathcal{M}}_{M_1,pesanteur \rightarrow chariot} = \overline{\mathcal{M}}_{G_{ct},pesanteur \rightarrow chariot} + \overline{M_1 G_{ch}} \wedge (-M_{ch} g \vec{z}_0) = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2}L \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})} \wedge \begin{pmatrix} M_{ch} g \sin \gamma \\ 0 \\ -M_{ch} g \cos \gamma \end{pmatrix}_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})}$ donc

$\overline{\mathcal{M}}_{M_1,pesanteur \rightarrow chariot} = -\frac{1}{2} L M_{ch} g \cos \gamma \vec{y}$

$\overline{\mathcal{M}}_{M_1,0 \rightarrow I(M_2)} = \overline{\mathcal{M}}_{M_2,0 \rightarrow I(M_2)} + \overline{M_1 M_2} \wedge \begin{pmatrix} X_{M_2} \\ 0 \\ Z_{M_2} \end{pmatrix}_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})} = \begin{pmatrix} -L \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})} \wedge \begin{pmatrix} X_{M_2} \\ 0 \\ Z_{M_2} \end{pmatrix}_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})} = L Z_{M_2} \vec{y}$

On applique le PFD en moment en M_1 sur \vec{y} : $h M_{ct} a_{10} = M_{ct} g \left(h \sin \gamma - \frac{1}{2} L \cos \gamma \right) - \frac{1}{2} L M_{ch} g \cos \gamma + L Z_{M_2}$

Pour résumer, on obtient le système :

$$\begin{cases} (M_{ch} + M_{ct})a_{10} = (M_{ch} + M_{ct})g \sin \gamma + T + f(Z_{M_1} - Z_{M_2}) \\ 0 = -(M_{ch} + M_{ct})g \cos \gamma + Z_{M_1} + Z_{M_2} \\ h M_{ct} a_{10} = M_{ct} g \left(h \sin \gamma - \frac{1}{2} L \cos \gamma \right) - \frac{1}{2} L M_{ch} g \cos \gamma + L Z_{M_2} \end{cases}$$

Soit

$$\begin{cases} Z_{M_2} = -M_{ct} g \left(\frac{h}{L} \sin \gamma - \frac{1}{2} \cos \gamma \right) + \frac{1}{2} M_{ch} g \cos \gamma + h M_{ct} a_{10} \\ Z_{M_1} = \frac{1}{2} (M_{ch} + M_{ct}) g \cos \gamma + M_{ct} g \frac{h}{L} \sin \gamma - h M_{ct} a_{10} \\ T = (M_{ch} + M_{ct})(a_{10} - g \sin \gamma) + 2 f M_{ct} \left(-g \frac{h}{L} \sin \gamma + h a_{10} \right) \end{cases}$$

On a donc
$$T = (M_{ch} + M_{ct})(a_{10} - g \sin \gamma) + 2fM_{ct} \left(-g \frac{h}{L} \sin \gamma + ha_{10} \right).$$

Remarque : on retrouve bien la forme de la courbe tracée figure 11 en prenant en compte le fait que γ est négatif.

Q20. La tension maximale ne doit pas dépasser la résistance à la rupture en prenant en compte le coefficient de sécurité. La tension maximale ne doit donc pas dépasser $\frac{R_r}{s} = \frac{31800}{8} = 3975 \text{ N}$. Sur la figure 7, on relève une tension maximale de 3815 N. Ce critère est donc bien respecté.

La tension maximale de la chaîne ne doit pas non plus imposer un effort sur l'arbre de sortie du motoréducteur supérieur à $R_N = 4980 \text{ N}$. L'effort axial sur l'axe concerné est égal à $2T = 7630 \text{ N}$ ce qui est supérieur à la limite R_N . Cette exigence n'est donc pas respectée.

Q21. Sur la figure 11, pour un angle de 40° dans la configuration "tube sorti + accélération maximale", on relève $T_0 = 2690 \text{ N}$.

Q22. La relation fréquence/pulsation nous donne $f_{pm} = \frac{\omega_{pm}}{2\pi}$. Comme on a Z_p dents sur le pignon moteur, on a

$$f_{ex} = Z_p \frac{\omega_{pm}}{2\pi} \text{ soit } f_{ex} = Z_p \frac{V_{10}}{2\pi \frac{D_i}{2}}. \text{ Ainsi, on obtient } f_{ex} = Z_p \frac{V_{10}}{\pi D_i}.$$
 L'application numérique, avec $D_p = D_i$, nous

donne $f_{ex} = 11,8 \text{ Hz}$.

Q23. La fréquence d'excitation obtenue à la question précédente est très proche de la fréquence propre de la chaîne donnée pour T_0 ce qui explique la plus forte amplitude des oscillations pour l'angle proche de 40° .

Pour limiter le phénomène de vibration, on peut tout d'abord proposer un changement du pignon moteur pour un pignon ayant plus de dents. Cela permettrait de changer f_{ex} pour que cette fréquence ne corresponde à aucune des fréquences propres de la chaîne dans les configurations utilisées.

On peut également proposer un changement de diamètre de pignon pour obtenir le même résultat.

Partie IV - Stabilité du mouvement de chariotage à faible vitesse

Q24. La machine alimentée sous tension et fréquence nominales possède une vitesse de 1400 tr/min . On en déduit que la vitesse de synchronisme est de $N_s = 1500 \text{ tr/min}$ (pour une paire de pôle et une fréquence de 50 Hz , la vitesse de synchronisme est de 3000 tr/min). Le nombre de paire de pôle du moteur est 2.

Le glissement nominal est donné par : $g_n = \frac{N_s - N_n}{N_s}$.

A.N. $g_n = \frac{1500 - 1400}{1500} \Leftrightarrow g_n = 6,7\%$.

La puissance active absorbée par le moteur est donné par : $P_{ab} = \sqrt{3} U_n I_n \cos(\varphi_n)$.

A.N. $P_{ab} = \sqrt{3} \times 230 \times 2,7 \times 0,78 \Leftrightarrow P_{ab} = 839 \text{ W}$.

Remarques : on a pris les valeurs correspondant au couplage étoile, on aurait également pu utiliser les valeurs correspondant au couplage triangle.

D'après la plaque signalétique, le moteur est capable de fournir une puissance utile de $1,1 \text{ kW}$ qui est supérieure à la puissance absorbée !

L'annexe 3 donne les caractéristiques des moteurs asynchrones pour une tension composée de 400 V . Cette dernière correspond au couplage étoile.

A.N. $P_{ab} = \sqrt{3} \times 400 \times 2,7 \times 0,78 \Leftrightarrow P_{ab} = 1459 \text{ W}$.

Les seules pertes prises en compte sont les pertes joules au rotor, le bilan des puissances s'écrit : $P_{ab} = P_{jr} + P_u$ où P_u est la puissance utile. D'où $P_{jr} = P_{ab} - P_u$

A.N. $P_{jr} = 1459 - 1100 \Leftrightarrow P_{jr} = 359 \text{ W}$.

Remarque : on aurait également pu utiliser la formule $P_{jr} = gP_v$ où P_v est la puissance transmise au rotor. Comme on ne prend en compte que les pertes Joule au rotor, $P_v = P_{ab}$.

A.N. $P_{jr} = 0,066 \times 1459 \Leftrightarrow P_{jr} = 97,3 \text{ W}$. Les deux résultats ne correspondent pas !

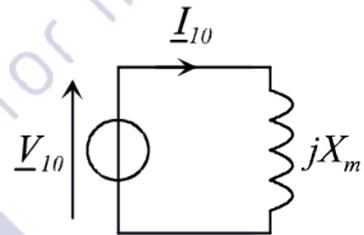
Le rendement nominal est donné par $\eta_n = \frac{P_u}{P_{ab}}$

A.N. $\eta_n = \frac{1100}{1459} \Leftrightarrow \eta_n = 75,4 \%$.

La valeur efficace maximale de la tension composée délivrée par le variateur est de 230 V . Si on se réfère à la plaque signalétique, le moteur doit être couplé en étoile.

Q25. Lors de l'essai à vide, le rotor tourne pratiquement à la vitesse de synchronisme, on peut faire l'hypothèse que le glissement est nul.

Le schéma électrique équivalent par phase est donné ci-contre. La puissance réactive absorbée par la machine est consommée par les trois réactances de magnétisation.



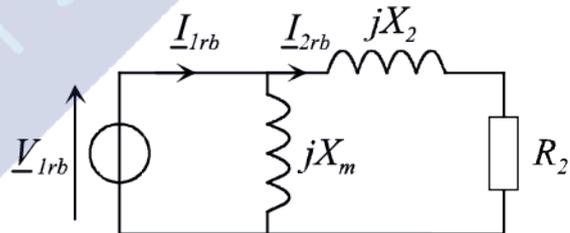
$$Q_0 = \frac{3V_{10}^2}{X_m} \Leftrightarrow L_m \omega = X_m = \frac{3V_{10}^2}{Q_0} \Leftrightarrow L_m = \frac{3V_{10}^2}{\omega Q_0}$$

A.N. $L_m = \frac{3 \times 133^2}{2\pi \times 50 \times 442} \Leftrightarrow L_m = 382 \text{ mH}$.

Q26. Lors de l'essai à rotor bloqué, la vitesse angulaire du rotor est nulle, le glissement est donc égal à 1.

Le schéma électrique équivalent par phase est donné ci-contre.

La puissance active absorbée par la machine est consommée par les trois résistances $R_2 \Rightarrow P_{rb} = 3R_2 I_{2rb}^2$



$$\Leftrightarrow R_2 = \frac{P_{rb}}{3I_{2rb}^2} \Leftrightarrow R_2 = \frac{S_{rb} f_p}{3I_{2rb}^2}$$

La puissance réactive absorbée par la machine est consommée par les 6 réactances X_m et X_2 .

En appliquant le théorème de Boucherot, $Q_{rb} = Q_{X_m} + Q_{X_2} = \frac{3V_{1rb}^2}{X_m} + 3X_2 I_{2rb}^2 \Leftrightarrow L_2 = \frac{Q_{rb}}{3\omega I_{2rb}^2} - \frac{V_{1rb}^2}{\omega I_{2rb}^2 X_m}$

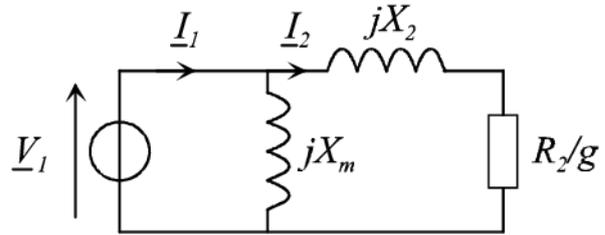
A.N. $R_2 = \frac{117 \times 0,49}{3 \times 2,49^2} \Leftrightarrow R_2 = 3,08 \Omega$.

$$L_2 = \frac{S_{rb} \sqrt{1-f_p^2}}{3\omega I_{2rb}^2} - \frac{V_{1rb}^2}{\omega I_{2rb}^2 X_m} = \frac{117 \sqrt{1-0,49^2}}{300 \times \pi \times 2,49^2} - \frac{15^2}{100 \times \pi \times 2,49^2 \times 120} \Leftrightarrow L_2 = 16,5 \text{ mH}$$

Q27. On doit agir sur la fréquence d'alimentation de la machine pour faire varier sa vitesse angulaire.

Q28. Sur le schéma électrique équivalent par phase, le seul dipôle qui consomme de la puissance active est la résistance R_2/g .

On a $P_{ab} = 3 \frac{R_2}{g} I_2^2$ avec $I_2^2 = \frac{V_1^2}{\left[\left(\frac{R_2}{g} \right)^2 + X_2^2 \right]}$.



D'où $P_{ab} = 3 \frac{R_2}{g} \frac{V_1^2}{\left[\left(\frac{R_2}{g} \right)^2 + X_2^2 \right]}$

D'autre part, comme on néglige toutes les pertes sauf les pertes Joule au rotor, on a également $P_{ab} = P_{em} = C_{em} \Omega_s$.

$\Rightarrow C_{em} = 3 \frac{R_2}{\Omega_s g} \frac{V_1^2}{\left[\left(\frac{R_2}{g} \right)^2 + X_2^2 \right]} = \frac{3pV_1^2}{2\pi f} \frac{R_2/g}{\left[\left(R_2/g \right)^2 + X_2^2 \right]}$

En posant $x = \frac{R_2}{g}$ et $K = \frac{3pV_1^2}{2\pi f}$, on obtient $C_{em} = \frac{Kx}{(x^2 + X_2^2)}$

Le calcul du couple nominal donne ($g_n = 6,66\%$ et $V_{1n} = 133V$) :

$C_{emn} = \frac{3 \times 2 \times 133^2}{100\pi} \frac{3,08/0,0666}{\left[(3,08/0,0666)^2 + (16,5 \cdot 10^{-3})^2 \right]} \Leftrightarrow C_{emn} = 7,3 Nm$

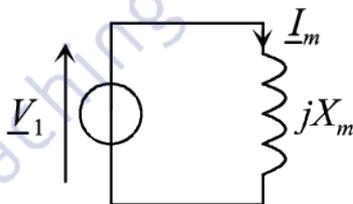
On a $C_{em} = \frac{K}{\left(x + \frac{X_2^2}{x} \right)}$, le dénominateur de C_{em} est la somme de deux termes dont le produit est constant.

Le couple C_{em} est maximal quand les deux termes sont égaux $\Rightarrow x = X_2 \Leftrightarrow g_{max} = \frac{R_2}{X_2}$

$\Rightarrow C_{emMax} = \frac{3pV_1^2}{4\pi f X_2} = \frac{3pV_1^2}{4\pi f 2\pi f L_2} \Leftrightarrow C_{emMax} = \frac{3p}{8\pi^2 L_2} \left(\frac{V_1}{f} \right)^2$

Q29. Si on considère que l'inductance L_2 est constante, une commande scalaire permet de bénéficier du couple maximale sur toute la plage de variation de la vitesse.

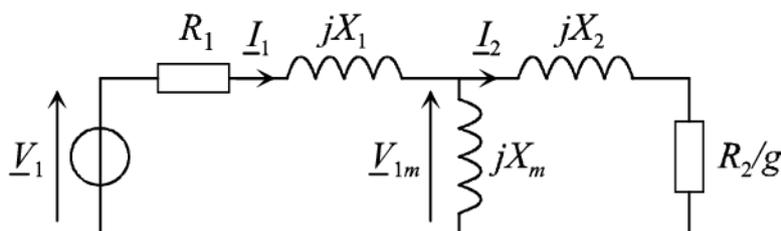
Q30. On raisonne sur le schéma électrique suivant :



On a $I_m = \frac{V_1}{X_m} = \frac{V_1}{L_1 \omega} = \frac{V_1}{2\pi L_1 f} \Leftrightarrow I_m = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{V_1}{f} \right)$

La commande scalaire permet de maintenir le flux constant et donc d'avoir les performances optimales.

Q31. On raisonne sur le schéma électrique suivant :



Soit S_{1m} la puissance apparente consommée par l'ensemble des dipôles R_2/g , X_2 et X_m et S_1 la puissance apparente consommée par le schéma électrique équivalent par phase. La chute de tension $\Delta u(\%)$ est donnée par :

$$\Delta u(\%) = \frac{U_1 - U_{1m}}{U_1} = \frac{V_1 - V_{1m}}{V_1} \Leftrightarrow \Delta u(\%) = \frac{V_1 I_1 - V_{1m} I_1}{V_1 I_1} \Leftrightarrow \Delta u(\%) = \frac{S_1 - S_{1m}}{S_1}$$

Au point de fonctionnement nominal, on a $S_{1n} = V_{1n} I_{1n}$ et $S_{1mn} = \sqrt{P_{1mn}^2 + Q_{1mn}^2}$ où P_{1mn} et Q_{1mn} correspondent aux puissances active et réactive consommées par l'ensemble des dipôles R_2/g , X_2 et X_m .

En appliquant le théorème de Boucherot, on a $P_{1mn} = \frac{P_{ab}}{3} - R_1 I_{1n}^2$ et $Q_{1mn} = \frac{Q_{ab}}{3} - X_1 I_{1n}^2$ avec $Q_{ab} = P_{ab} \tan(\varphi)$.

$$D'où S_{1mn} = \sqrt{\left(\frac{P_{ab}}{3} - R_1 I_{1n}^2\right)^2 + \left(\frac{Q_{ab}}{3} - X_1 I_{1n}^2\right)^2}$$

A.N. $S_{1n} = V_{1n} I_{1n} = 133 \times 4,7 = 625,1 \text{ VA}$ $P_{1mn} = \frac{1459}{3} - 0,85 \times 4,7^2 = 467,6 \text{ W}$

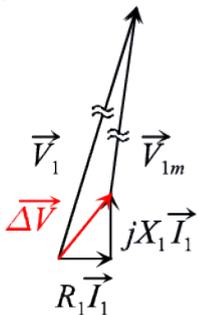
$\cos(\varphi) = 0,78 \Rightarrow \sin(\varphi) = \sqrt{1 - 0,78^2} = 0,63$ (charge inductive) $\Rightarrow \tan(\varphi) = 0,8$.

$Q_{ab} = P_{ab} \tan(\varphi) = 1459 \times 0,8 = 1167 \text{ VAR}$

$X_1 = L_1 \omega = 3,24 \cdot 10^{-3} \times 100\pi = 1 \Omega$ $Q_{1mn} = \frac{1167}{3} - 1 \times 4,7^2 = 367,7 \text{ VAR}$ $S_{1mn} = \sqrt{467,6^2 + 367,7^2} = 594,8 \text{ VA}$

$\Delta u(\%) = \frac{S_1 - S_{1m}}{S_1} = \frac{625,1 - 594,8}{625,1} \Leftrightarrow \Delta u(\%) = 4,8$

Remarque : la chute de tension étant faible, on aurait pu utiliser la méthode suivante pour avoir son ordre de grandeur.



La loi des mailles permet d'écrire : $\vec{V}_1 = \vec{V}_{1m} + R_1 \vec{I}_1 + jX_1 \vec{I}_1$.

Comme $R_1 I_1 \ll V_1$ et $X_1 I_1 \ll V_1$, on peut approximer $\Delta u = V_1 - V_{1m} \approx \|\Delta \vec{V}\|$.

Soit $\|\Delta \vec{V}\| = \|\vec{R}_1 \vec{I}_1 + jX_1 \vec{I}_1\| = \sqrt{R_1^2 + X_1^2} I_1$.

A.N. $\|\Delta \vec{V}\| = \sqrt{0,85^2 + (100\pi \times 0,00324)^2} \times 4,7 = 6,2 \text{ V}$

D'où $\Delta u(\%) \approx \frac{6,2}{133} = 4,7$

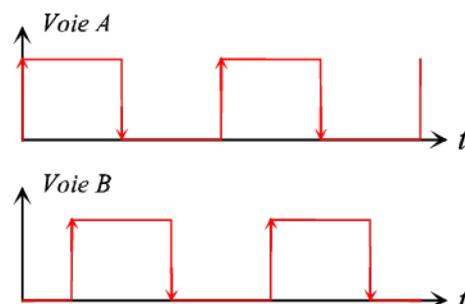
Q32. L'analyse des courbes obtenues par simulation montre que le courant magnétisant est quasiment constant sur la plage de fréquences [10 Hz, 50 Hz]. Par contre, on constate que la chute de tension pour les basses fréquences est trop importante et devrait modifier la valeur du courant de magnétisation.

Une autre stratégie de commande serait d'utiliser une commande vectorielle.

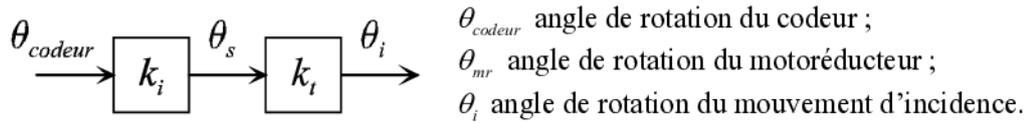
Partie V - Contrôle et réglage des boucles d'asservissement en vitesse des mouvements d'incidence et de chariotage

Q33. Le codeur incrémental délivre deux signaux en quadrature (déphasé de $\pi/2$).

En utilisant les fronts montants et descendants des deux voies, on obtient 4×500 impulsions par tour de codeur.



Q34. La cinématique du mouvement d'incidence peut être schématisée par la figure suivante :



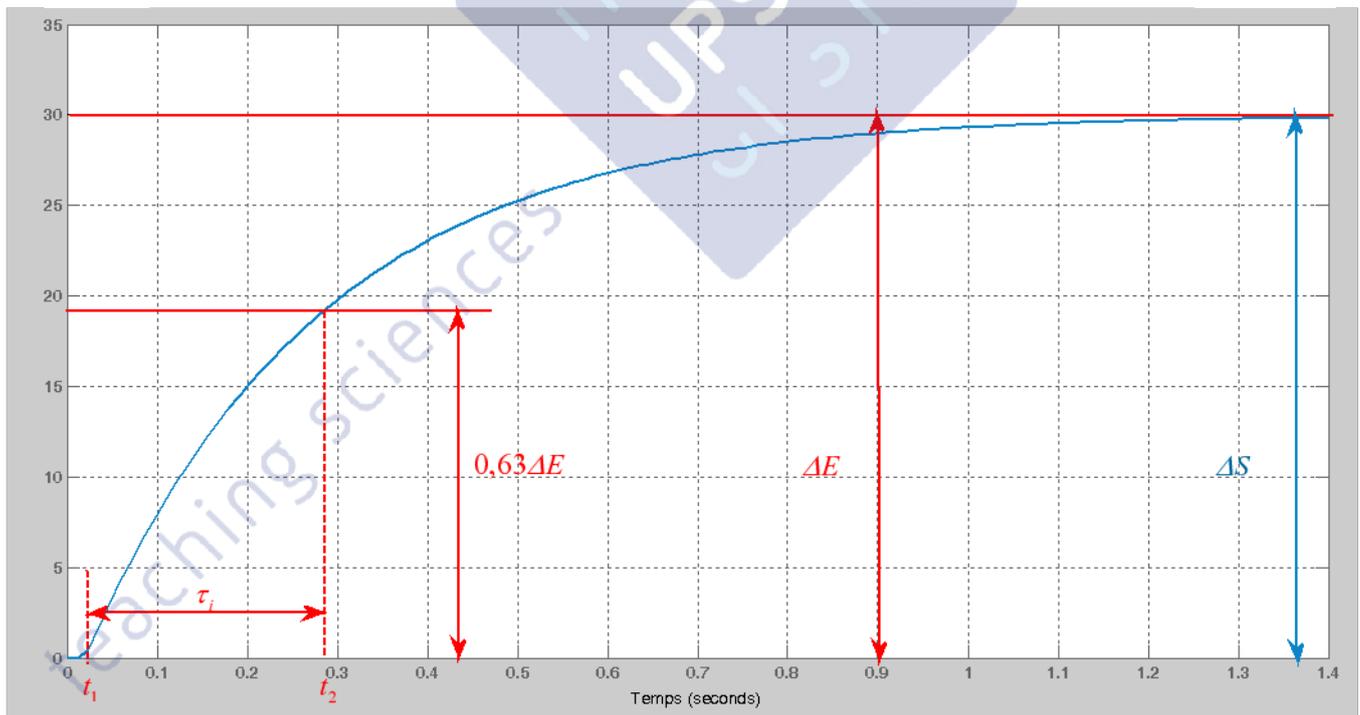
On a $\theta_i = k_i \cdot k_i \cdot \theta_{codeur}$.

En utilisant la résolution trouvée à la question précédente (2000 points/tour), le codeur permet d'avoir une précision de $\Delta\theta_{codeur} = \frac{360}{2000} = 0,18^\circ$. L'acquisition de la vitesse se faisant toutes les 10 ms, dans le cas le plus défavorable on se trompe d'une impulsion pour 10 ms. Une impulsion correspondant à $0,18^\circ$, l'erreur faite sur la vitesse au niveau du codeur est de $18^\circ/s$. Si on ramène cette erreur au niveau de l'angle de rotation du mouvement d'incidence, on trouve une erreur de $\frac{18}{40 \times 10,92} = 0,041^\circ/s$. Le cahier des charges est bien respecté sur le critère de précision de la vitesse.

Pour la vitesse angulaire maximale de déplacement du tube à rayon de X, soit $17,5^\circ/s$, la vitesse de l'arbre codeur est de $17,5 \times 40 \times 10,92 = 7644^\circ/s$. Cela correspond à $\frac{7644 \times 2000}{360} = 42467$ impulsions par seconde.

La fréquence maximale des entrées de comptage du calculateur est de **42,5 kHz**.

Q35. La tangente à l'origine est oblique, on peut assimiler le système à un système du 1^{er} ordre : $H_{mi}(p) = \frac{H_{i0}}{1 + \tau_i p}$.

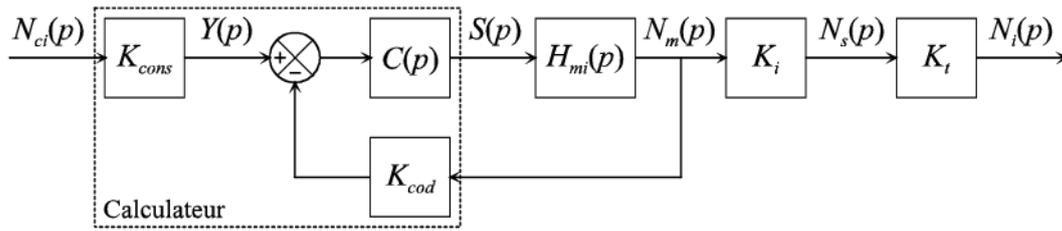


A partir de la réponse temporelle, on détermine ΔE et ΔS . Le gain statique est donné par $H_{i0} = \frac{\Delta S}{\Delta E} = 1$.

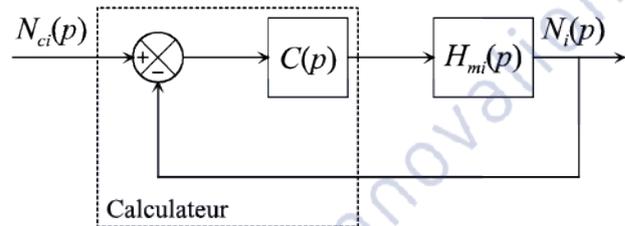
Pour déterminer la constante de temps, on calcule 63% de ΔS et on cherche l'instant t_2 pour lequel $s(t_2) = 0,63\Delta S$ (on trouve $t_2 = 0,28 s$). La constante de temps est donné par $\tau_i = t_2 - t_1$ où t_1 est le retard ($t_1 = 0,02 s$). On trouve **$\tau_i = 0,26 s$** .

Q36. A.N. $K_r = K_i K_t = \frac{1}{40} \times \frac{1}{10,92} \Leftrightarrow K_r = 2,3 \cdot 10^{-3}$.

Le schéma-bloc étudié est le suivant :



Nous voulons que ce schéma-bloc soit équivalent au schéma-bloc ci-contre.



On calcule les deux fonction s de transfert.

Pour le 1^{er} schéma-bloc : $\frac{N_i(p)}{N_{ci}(p)} = \frac{N_i(p)}{N_m(p)} \frac{N_m(p)}{Y(p)} \frac{Y(p)}{N_{ci}(p)}$

En utilisant la formule de Black-Nichols : $\frac{N_m(p)}{Y(p)} = \frac{C(p)H_{mi}(p)}{1 + C(p)H_{mi}(p)K_{cod}}$

D'où $\frac{N_i(p)}{N_{ci}(p)} = K_{cons} \left(\frac{C(p)H_{mi}(p)}{1 + C(p)H_{mi}(p)K_{cod}} \right) K_i K_t = \frac{K_{cons} K_i K_t C(p)H_{mi}(p)}{(1 + C(p)H_{mi}(p)K_{cod})} = \frac{K_{cons} K_r C(p)H_{mi}(p)}{(1 + C(p)H_{mi}(p)K_{cod})}$

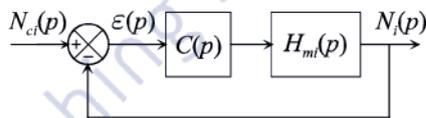
Pour le 2nd schéma-bloc, en utilisant la formule de Black-Nichols : $\frac{N_i(p)}{N_{ci}(p)} = \frac{C(p)H_{mi}(p)}{1 + C(p)H_{mi}(p)}$

On doit obtenir l'égalité $\frac{K_{cons} K_r C(p)H_{mi}(p)}{(1 + C(p)H_{mi}(p)K_{cod})} = \frac{C(p)H_{mi}(p)}{1 + C(p)H_{mi}(p)}$

$\Leftrightarrow \frac{K_{cons} K_i K_t}{(1 + C(p)H_{mi}(p)K_{cod})} = \frac{1}{1 + C(p)H_{mi}(p)}$

On doit avoir $K_{cod} = 1$ (sans unité puisque $C(p)$ et $H_{mi}(p)$ n'en ont pas) et $K_{cons} K_r = 1 \Leftrightarrow K_{cons} = \frac{1}{K_r} = 436,8$

Q37. Le schéma-bloc étudié est le suivant :



La fonction de transfert en boucle ouverte $H_{BO}(p)$ est donnée par $H_{BO}(p) = C(p)H_{mi}(p)$.

$H_{BO}(p) = \frac{K_p K_{mi}}{(1 + \tau_{mi} p)}$

L'erreur statique ϵ_s est donnée par $\epsilon_s = \lim_{t \rightarrow \infty} \epsilon(t)$ lorsque l'entrée $n_{ci}(t)$ est un échelon.

En appliquant le théorème de la valeur finale $\epsilon_s = \lim_{t \rightarrow \infty} \epsilon(t) = \lim_{p \rightarrow 0} p \epsilon(p)$.

Ici $\epsilon(p) = \frac{N_{ci}(p)}{1 + H_{BO}(p)}$ avec $N_{ci}(p) = \frac{1}{p}$ (échelon unitaire) $\Rightarrow p \epsilon(p) = \frac{1}{1 + H_{BO}(p)}$. D'où $\epsilon_s = \frac{1}{1 + K_p K_{mi}}$

A.N. $\epsilon_s = \frac{1}{1 + 10 \times 1} \Leftrightarrow \epsilon_s = 0,091\%$

Remarque : la fonction de transfert est une fonction de classe 0, on sait donc que $\epsilon_s = \frac{N_{ci0}}{1 + K_{BO}} = \frac{1}{1 + K_p K_{mi}}$.

Q38. On applique la formule de Black-Nichols pour calculer $H_{BF}(p)$: $H_{BF}(p) = \frac{C(p)H_{mi}(p)}{1 + C(p)H_{mi}(p)}$.

$$H_{BF}(p) = \frac{\frac{K_p K_{mi}}{(1 + \tau_{mi} p)}}{1 + \frac{K_p K_{mi}}{(1 + \tau_{mi} p)}} = \frac{K_p K_{mi}}{1 + K_p K_{mi} + \tau_{mi} p} = \frac{\frac{K_p K_{mi}}{1 + K_p K_{mi}}}{\left(1 + \frac{\tau_{mi}}{1 + K_p K_{mi}} p\right)} = \frac{H_{iBF}}{1 + \tau_{iBF} p}$$

On obtient une fonction de transfert du 1^{er} ordre de gain statique $H_{iBF} = \frac{K_p K_{mi}}{1 + K_p K_{mi}}$ et de constante de temps

$$\tau_{iBF} = \frac{\tau_{mi}}{1 + K_p K_{mi}}$$

A.N. $H_{iBF} = \frac{10 \times 1}{1 + 10 \times 1} \Leftrightarrow H_{iBF} = 0,91$

$\tau_{iBF} = \frac{0,25}{1 + 10 \times 1} \Leftrightarrow \tau_{iBF} = 22,7 \text{ ms}$.

Le système en boucle fermée possède un temps de réponse de $68,2 \text{ ms}$ ($3\tau_{iBF}$ pour un système du 1^{er} ordre) qui est bien inférieur à 100 ms . L'exigence du temps de réponse est bien respectée.

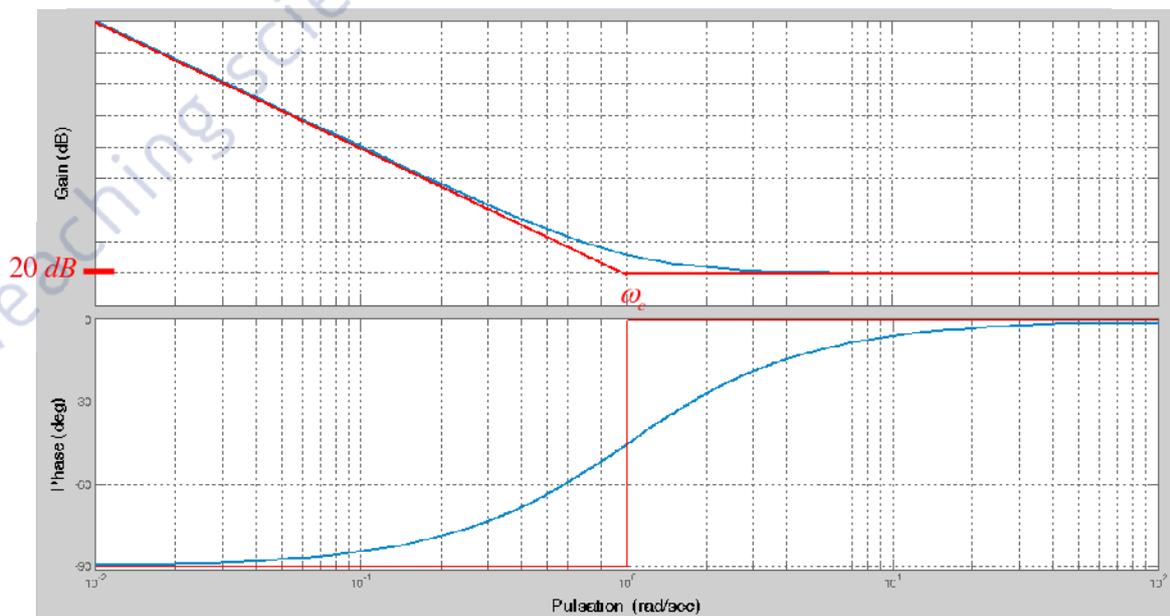
Par contre, l'exigence concernant l'erreur statique ne l'est pas : $0,091 > 0,05$ %.

Comme on ne peut pas augmenter le gain du correcteur sans provoquer la saturation du signal de commande du variateur, on va utiliser un correcteur PI pour annuler l'erreur statique.

Q39. On a $C(p) = K_p + \frac{K_i}{p} = \frac{K_i + K_p p}{p} = K_p \left(\frac{K_i + K_p p}{K_p p} \right) = K_i K_p \left(\frac{1 + \frac{K_p}{K_i} p}{K_p p} \right) = K_p \left(\frac{1 + \frac{K_p}{K_i} p}{\frac{K_p}{K_i} p} \right)$

On a bien $C(p) = K_c \left(\frac{1 + \tau_c p}{\tau_c p} \right)$ avec $K_c = K_p$ et $\tau_c = \frac{K_p}{K_i}$.

Q40. Le diagramme de Bode asymptotique du correcteur.



Q41. La fonction de transfert en boucle ouverte $H_{BOC}(p)$ est donnée par $H_{BOC}(p) = C(p)H_{mi}(p)$.

$$H_{BOC}(p) = K_c \left(\frac{1 + \tau_c p}{\tau_c p} \right) \frac{K_{mi}}{(1 + \tau_{mi} p)} \Leftrightarrow H_{BOC}(p) = \frac{K_c K_{mi}}{\tau_c p} = \frac{K_i}{p}$$

A.N. $K_i = \frac{10 \times 1}{0,25} \Leftrightarrow K_i = 40 \text{ s}^{-1}$.

La fonction de transfert $H_{BOC}(p)$ est un intégrateur, sa phase vaut donc $-\pi/2$.

La marge de phase m_φ vaut $\pi/2 > 0 \Rightarrow$ le système sera stable en boucle fermée.

Q42. La fonction de transfert en boucle ouverte $H_{BOC}(p)$ est de classe 1 \Rightarrow l'erreur statique est nulle.

La fonction de transfert en boucle fermée est donnée par : $H_{BFC}(p) = \frac{H_{BOC}(p)}{1 + H_{BOC}(p)}$.

$$H_{BFC}(p) = \frac{\frac{K_i}{p}}{1 + \frac{K_i}{p}} = \left(\frac{K_i}{K_i + p} \right) = \frac{1}{\left(1 + \frac{p}{K_i} \right)}$$

$H_{BOC}(p)$ est une fonction de transfert du 1^{er} ordre.

Le temps de réponse $t_{r5\%}$ est donné par $t_{r5\%} = \frac{3}{K_i}$.

A.N. $t_{r5\%} = \frac{3}{40} \Leftrightarrow t_{r5\%} = 75 \text{ ms}$.

On peut conclure que le correcteur choisi permet de respecter les exigences de précision et de rapidité.

Q43. On a $C(p) = \frac{S(p)}{\mathcal{E}(p)} \Leftrightarrow S(p) = C(p)\mathcal{E}(p) \Leftrightarrow S(p) = \left(K_p + \frac{K_i}{p} \right) \mathcal{E}(p)$
 $\Leftrightarrow pS(p) = (pK_p + K_i) \mathcal{E}(p)$.

Dériver dans le domaine temporel revient à multiplier par p dans le domaine de Laplace en supposant les conditions initiales nulles.

L'équation temporelle est donc $\frac{ds(t)}{dt} = K_p \frac{d\mathcal{E}(t)}{dt} + K_i \mathcal{E}(t)$.

Q44. Si on considère que $\frac{s_k - s_{k-1}}{T_e}$ est une expression numérique approchée de $\frac{ds(t)}{dt}$ à l'instant T_e et que de

même $\frac{\mathcal{E}_k - \mathcal{E}_{k-1}}{T_e}$ est une expression numérique approchée de $\frac{d\mathcal{E}(t)}{dt}$ à l'instant T_e , l'équation différentielle devient

$$\frac{s_k - s_{k-1}}{T_e} = K_p \left(\frac{\mathcal{E}_k - \mathcal{E}_{k-1}}{T_e} \right) + K_i \mathcal{E}_k \Leftrightarrow s_k - s_{k-1} = K_p (\mathcal{E}_k - \mathcal{E}_{k-1}) + K_i T_e \mathcal{E}_k \Leftrightarrow s_k = s_{k-1} + (K_p + K_i T_e) \mathcal{E}_k - K_p \mathcal{E}_{k-1}$$

On a $s_k = s_{k-1} + A\mathcal{E}_k + B\mathcal{E}_{k-1}$ avec $A = K_p + K_i T_e$ et $B = -K_p$.

Q45. On raisonne sur la figure suivante :



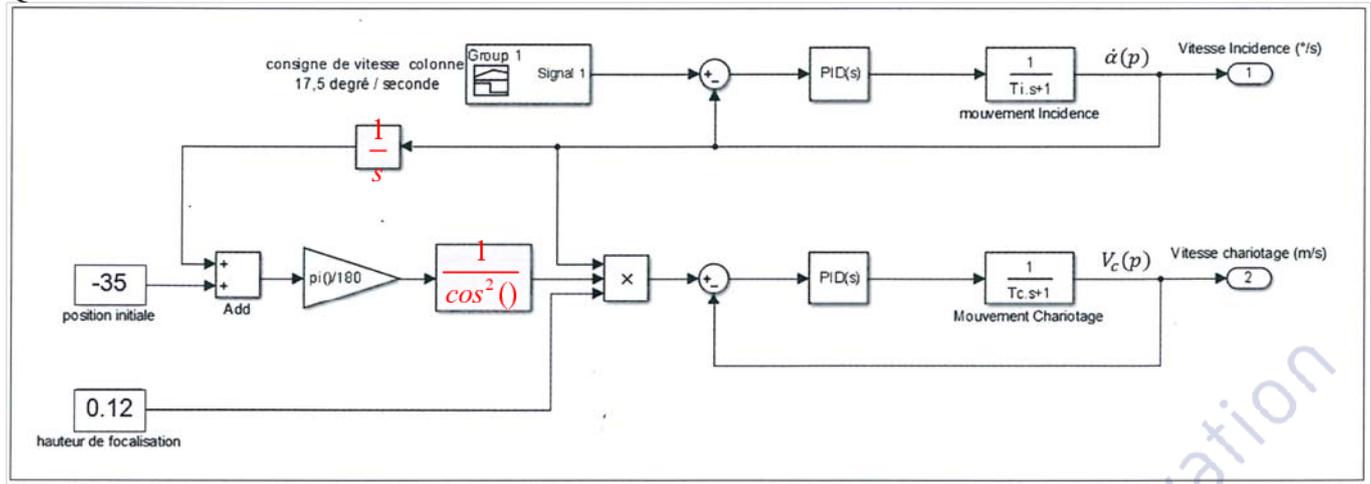
Le triangle ABC est rectangle en B .

On obtient : $d_c = h \tan(\alpha)$.

En dérivant cette équation, on obtient :

$$v_c(t) = h \frac{\dot{\alpha}(t)}{\cos^2(\alpha(t))}$$

Q46.



Remarque : il manque un gain $\frac{\pi i()}{180}$ entre $\dot{\alpha}(t)$ et l'entrée du multiplieur.

Q47. L'analyse des courbes permet de vérifier le respect du débattement angulaire de la colonne ($-35^\circ / +35^\circ$) ainsi que la vitesse maximale angulaire de l'angle d'incidence ($17,5^\circ/s$).

Lorsque la vitesse $\dot{\alpha}(t)$ est constante, $v_c(t)$ est inversement proportionnel au cosinus carré de l'angle $\alpha(t)$. La courbe de $v_c(t)$ est donc symétrique puisque $\alpha(t)$ varie de -35° à $+35^\circ$. Lorsque $\alpha(t)$ augmente de -35° à 0° , le cosinus augmente et la vitesse $v_c(t)$ diminue.

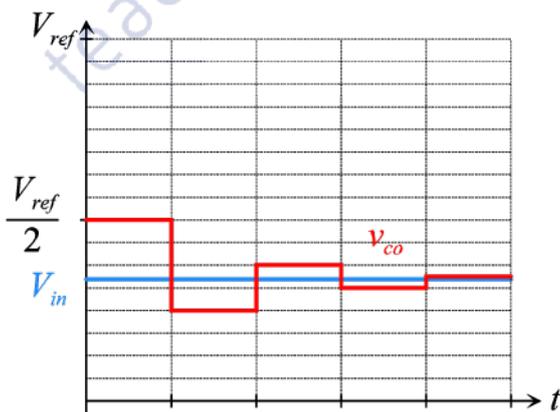
Partie VI - Quantification des circuits de traitement des images en tomosynthèse

Q48. D'après l'algorithme, on commence par mettre le bit de poids fort à 1. On a donc 1000000000000 en base 2 soit 8192 en base décimale. Comme $V_{ref} = 5V$, on sait que le bit de poids faible correspond à $q = \frac{5}{2^{14}}$. Ainsi, quand seul le bit de poids fort est à 1, cela correspond à $2,5V$. $V_{in} = 1,678V < V_{co} = 2,5V$ donc le contenu du registre à la fin du premier passage dans la boucle est 00000000000000.

Au deuxième passage dans la boucle, on met le bit suivant à 1 et on obtient 01000000000000 en base 2 soit 4096 en base décimale, ce qui correspond à $1,25V$. $V_{in} = 1,678V > V_{co} = 1,25V$ donc le contenu du registre à la fin du deuxième passage dans la boucle est 01000000000000.

Au troisième passage dans la boucle, on met le bit suivant à 1. On a donc 01100000000000 en base 2 soit 6144 en base décimale, ce qui correspond à $1,88V$. $V_{in} = 1,678V < V_{co} = 1,88V$ donc le contenu du registre à la fin du troisième passage dans la boucle est 01000000000000.

Au quatrième passage dans la boucle, on met le bit suivant à 1. On a donc 01010000000000 en base 2 soit 5120 en base décimale, ce qui correspond à $1,56V$. $V_{in} = 1,678V > V_{co} = 1,56V$ donc le contenu du registre à la fin du quatrième passage dans la boucle est 01010000000000.



	M													L
	S													S
	B													B
1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Q49. Il y a 2688 pixels à traiter par ligne. Chaque pixel est converti en tension par une des entrées des 42 circuits AFE ($42 \times 64 = 2688$). Chacune de ces informations doit être traitée par un CAN et il n'y a que 84 CAN SAR d'où la nécessité du multiplexage. Chaque CAN doit donc traiter 32 informations ($\frac{2688}{84} = 32$).

On a donc $t_c (\mu s) = 32 \times 0,1 = 3,2 \mu s$. Ainsi, le temps total d'acquisition d'une image est de

$t_i (ms) = 2208 \times (3,2 + 28,32) 10^{-3} = 70 ms$. La fréquence d'acquisition est donc de plus de 14 images par secondes ce qui est bien supérieur à la fréquence de 10 images par secondes imposée par le cahier des charges.

Remarque : on a supposé que le temps de traitement correspondait au temps de conversion.

Partie VII - Synthèse des l'étude

Q50. La transmission par chaîne permet de transmettre des efforts sur de grands débattements avec un meilleur rendement que les courroies.

Q51.

Partie	Problématique	Exigence concernée	Problème technique restant
II	Dimensionnement de l'actionneur du mouvement d'incidence	1.2.2.2.1 Incidence 2D	Seule la valeur du couple d'accélération moyen a été vérifiée. Il faudrait vérifier les autres valeurs de couple (démarrage, nominale, thermique équivalent,...)
III	Oscillations sur le mouvement de chariotage	1.2.2.3.2 Vitesse chariotage Tomo	Choisir un nouveau pignon pour s'éloigner de la fréquence propre de la chaîne et renforcer l'arbre du moto-réducteur.
IV	Assurer la stabilité du mouvement de chariotage	1.2.2.3.2 Vitesse chariotage Tomo	Le modèle électrique de la machine asynchrone n'a été vérifié que pour la valeur du couple nominal. Il faudrait le vérifier pour d'autres valeurs.
V	Dimensionnement du capteur de vitesse	1.2.2.3.3 Position incidence Tomo 1.2.2.3.4 Vitesse incidence Tomo 1.2.2.3.5 Rapidité mouvement	
	Réglage de la boucle d'asservissement en vitesse du mouvement d'incidence	1.2.2.2.1 Incidence 2D 1.2.2.3.4 Vitesse incidence Tomo 1.2.2.3.5 Rapidité mouvements	
	Synchronisation des mouvements de chariotage et d'incidence	1.2.2.3 Tomosynthèse	Il reste à vérifier la précision de synchronisation de $0,5 \text{ mm}/^\circ$
VI	Dimensionnement de la chaîne de traitement d'image	1.2.2.3.6 Régler le nombre de cliché	