

Proposition de corrigé

Concours : Concours Commun Polytechniques

Année : 2018

Filière : MP

Épreuve : Sciences Industrielles pour l'Ingénieur

Ceci est une proposition de corrigé des concours de CPGE, réalisée bénévolement par des enseignants de Sciences Industrielles de l'Ingénieur et d'Informatique, membres de l'[UPSTI](http://www.upsti.fr) (Union des Professeurs de Sciences et Techniques Industrielles), et publiée sur le site de l'association :

<https://www.upsti.fr/espace-etudiants/annales-de-concours>

A l'attention des étudiants

Ce document vous apportera des éléments de corrections pour le sujet traité, mais n'est ni un corrigé officiel du concours, ni un corrigé détaillé ou exhaustif de l'épreuve en question.

L'UPSTI ne répondra pas directement aux questions que peuvent soulever ces corrigés : nous vous invitons à vous rapprocher de vos enseignants si vous souhaitez des compléments d'information, et à vous adresser à eux pour nous faire remonter vos éventuelles remarques.

Licence et Copyright

Toute représentation ou reproduction (même partielle) de ce document faite sans l'accord de l'UPSTI est **interdite**. Seuls le téléchargement et la copie privée à usage personnel sont autorisés (protection au titre des [droits d'auteur](#)).

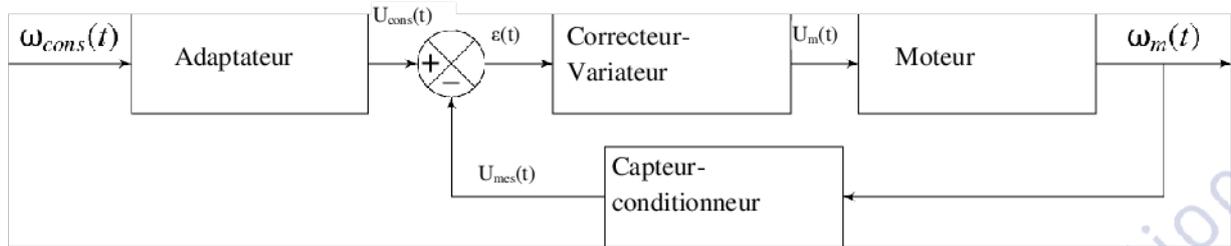
En cas de doute, n'hésitez pas à nous contacter à : corrigesconcours@upsti.fr.

Informez-vous !

Retrouvez plus d'information sur les [Sciences de l'Ingénieur](#), l'[orientation](#), les [Grandes Ecoles](#) ainsi que sur les [Olympiades de Sciences de l'Ingénieur](#) et sur les [Sciences de l'Ingénieur au Féminin](#) sur notre site : www.upsti.fr

L'équipe UPSTI

Q1. Compléter le schéma-bloc fonctionnel du document réponse DR1 en indiquant dans les blocs le nom des composants (moteur, adaptateur, correcteur-variateur, capteur-conditionneur) et les paramètres qui transitent entre les blocs.



Q2. Transformer les quatre équations dans le domaine de Laplace en supposant les conditions initiales nulles.

$$u_m(t) = R \cdot i(t) + L \frac{di(t)}{dt} + e(t) \rightarrow U_m(p) = R \cdot I(p) + L \cdot p \cdot I(p) + E(p)$$

$$J \frac{d\omega(t)}{dt} = c_m(t) + c_r(t) \rightarrow J \cdot p \cdot \Omega(p) = C_m(p) + C_r(p)$$

$$c_m(t) = k_c \cdot i(t) \rightarrow C_m(p) = k_c \cdot I(p)$$

$$e(t) = K_e \cdot \omega(t) \rightarrow E(p) = K_e \cdot \Omega(p)$$

Q3. En supposant le couple résistant nul, $c_r(t) = 0$, donner la forme canonique de la fonction de transfert $H_m(p)$ en fonction de R , L , k_e , k_c et J .

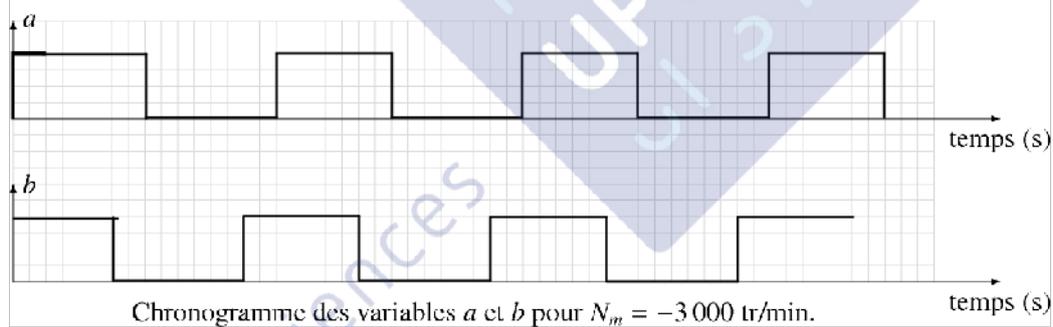
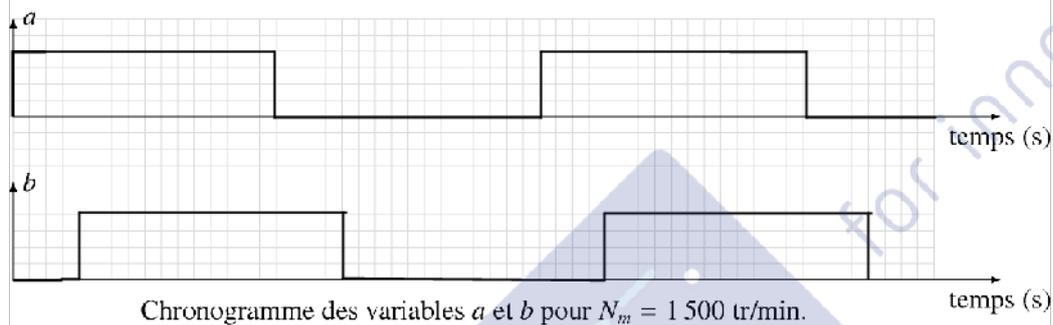
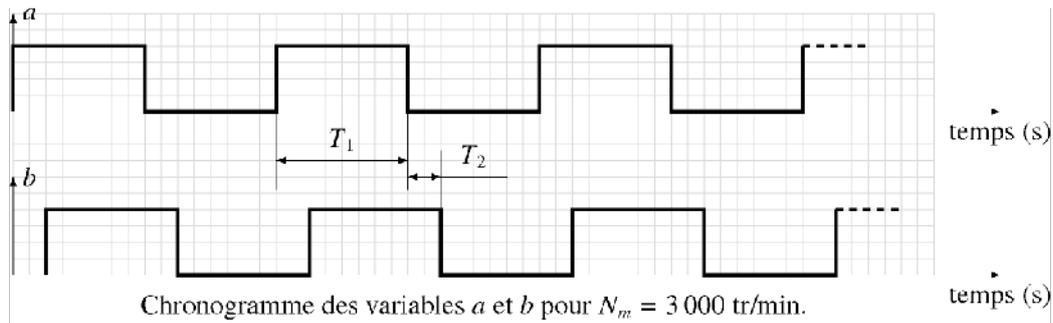
$$H_m(p) = \frac{\Omega_m(p)}{U_m(p)} = \frac{\frac{1}{k_e}}{1 + \frac{J \cdot p(R + L \cdot p)}{k_c k_e}}$$

On obtient une fonction de transfert du second ordre avec un gain statique de $1/k_e$

Q4. Déterminer les valeurs numériques des durées T_1 et T_2 définies sur le document réponse DR2.

$$T_1 = \frac{1}{50.5000} = 4 \cdot 10^{-6} \text{ s} \quad \text{et} \quad T_2 = \frac{T_1}{4} = 10^{-6} \text{ s}$$

Q5. Compléter, sur le document réponse DR2, l'évolution temporelle des variables a et b pour $N_m = 1\,500 \text{ tr/min}$ puis $N_m = -3\,000 \text{ tr/min}$ en conservant la même échelle temporelle que celle du chronogramme tracé pour $N_m = 3\,000 \text{ tr/min}$.

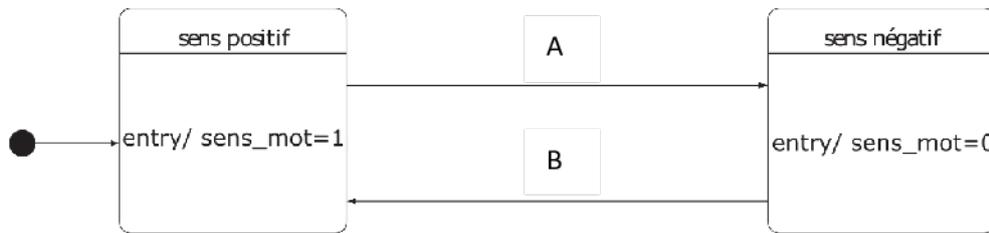


Q6. Compléter les événements (et les conditions de gardes) des transitions du diagramme d'états, du document réponse DR3, permettant d'affecter la variable $sens_mot$. Les entrées utilisées sont a , b , $pulse_a$ et $pulse_b$.

Remarque 1 : Le sujet ne précise pas si on doit prendre en compte uniquement les fronts montants ou les fronts montants et descendants

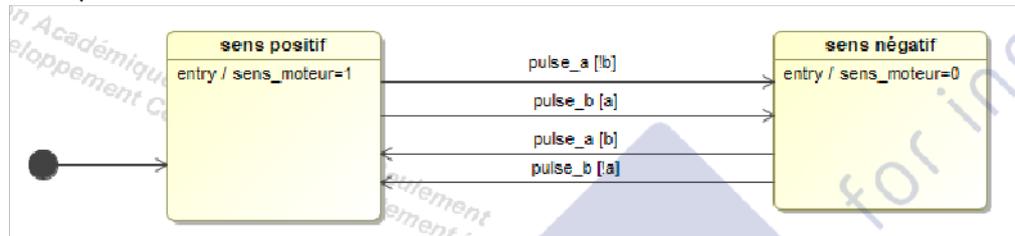
Si on fait l'hypothèse d'une détection des fronts montants et descendants	Si on fait l'hypothèse d'une détection uniquement des fronts montants
$A = pulse_a[\bar{b}] + pulse_b[a] + \overline{pulse_a[b]} + \overline{pulse_b[\bar{a}]}$ $B = pulse_b[\bar{a}] + pulse_a[b] + \overline{pulse_b[a]} + \overline{pulse_a[\bar{b}]}$	$A = pulse_a[\bar{b}] + pulse_b[a]$ $B = pulse_b[\bar{a}] + pulse_a[b]$

Remarque 2 : le diagramme ci-dessous est modifié par rapport à celui du sujet d'origine (entry à la place de do)

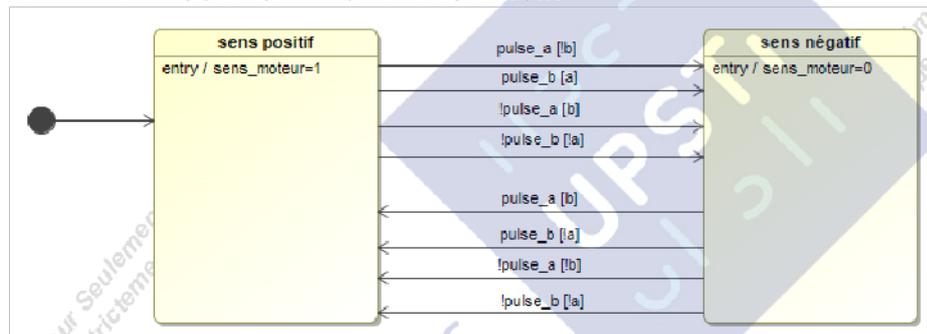


Remarque 3 : il est préférable de ne mettre qu'un événement par transition, ce qui conduit aux diagrammes ci-dessous.

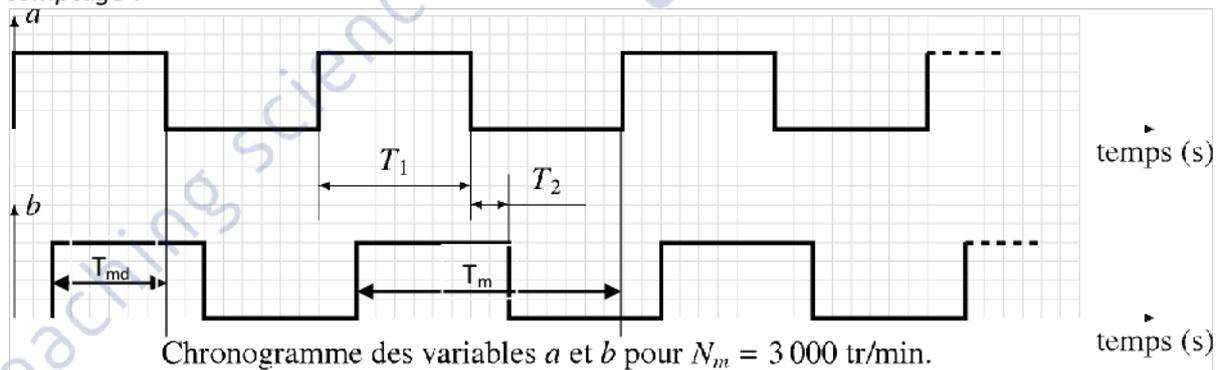
Si uniquement détection des fronts montant :



Si détection des fronts montant et descendant



Q7. Quelle est l'amplitude de l'erreur maximale en radian sur θ_m induite par cette démarche de comptage ?



Si on fait l'hypothèse d'une détection des fronts montants et descendants

L'intervalle de temps le plus grand entre 2

détections est $T_{md} = 3 \cdot T_2 = 3 \cdot 10^{-6}$ s

Ce qui correspond à un angle de

$$\theta_{m(md)} = \frac{3000 \cdot 2,3,14}{60} \cdot 3 \cdot 10^{-6} = 0,94 \cdot 10^{-3} \text{rad}$$

Si on fait l'hypothèse d'une détection uniquement des fronts montants

L'intervalle de temps le plus grand entre 2

détections est $T_m = 7 \cdot T_2 = 7 \cdot 10^{-6}$ s

Ce qui correspond à un angle de

$$\theta_{m(m)} = \frac{3000 \cdot 2,3,14}{60} \cdot 7 \cdot 10^{-6} = 2,2 \cdot 10^{-3} \text{rad}$$

Q8. Pour chaque courbe de la figure 4, préciser, en le justifiant, si la valeur de K_i est nulle ou non

Le correcteur $H_{cor}(p) = K_p + \frac{K_i}{p}$ est un correcteur proportionnel intégral

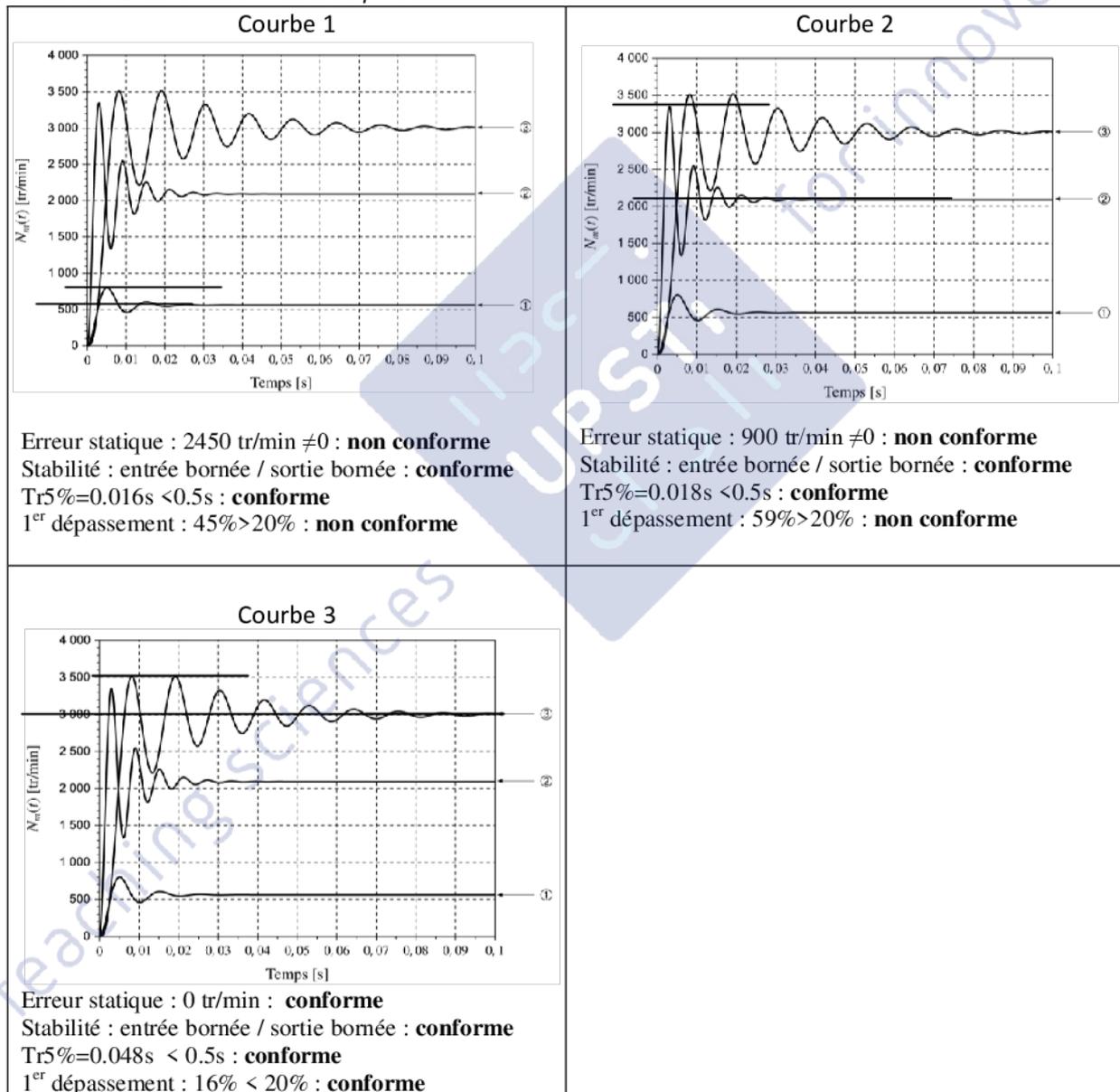
Courbes 1 et 2 : K_i nul car erreur statique non nulle

Courbe 3 : K_i non nul car erreur statique nulle

Q9. Pour les courbes (1) et (2), préciser, en le justifiant, la simulation qui est associée à la plus grande valeur de K_p .

L'augmentation du gain du correcteur proportionnel provoque la diminution de l'erreur statique. La courbe 2 est donc associée à une valeur de K_p plus grande que celle de la courbe 1.

Q10. Déterminer les valeurs associées aux quatre critères de performances de l'exigence 1.2.2.1. Conclure sur le correcteur à adopter.



La courbe 3 permet de respecter l'exigence 1.2.2.1, il faut donc choisir un correcteur proportionnel intégral.

Q11. Proposer un programme qui permet de construire la liste des segments du polygone de non-recouvrement, *segNFP*, où *segNFP[i][0]* correspond à l'orientation du *i*^{ème} segment du polygone P1 puis P2 et *segNFP[i][1]* à sa norme. On rappelle que le polygone P2 doit être « lu » dans le sens inverse de P1 et que l'ordonnancement des segments n'est pas pris en compte dans cette question.

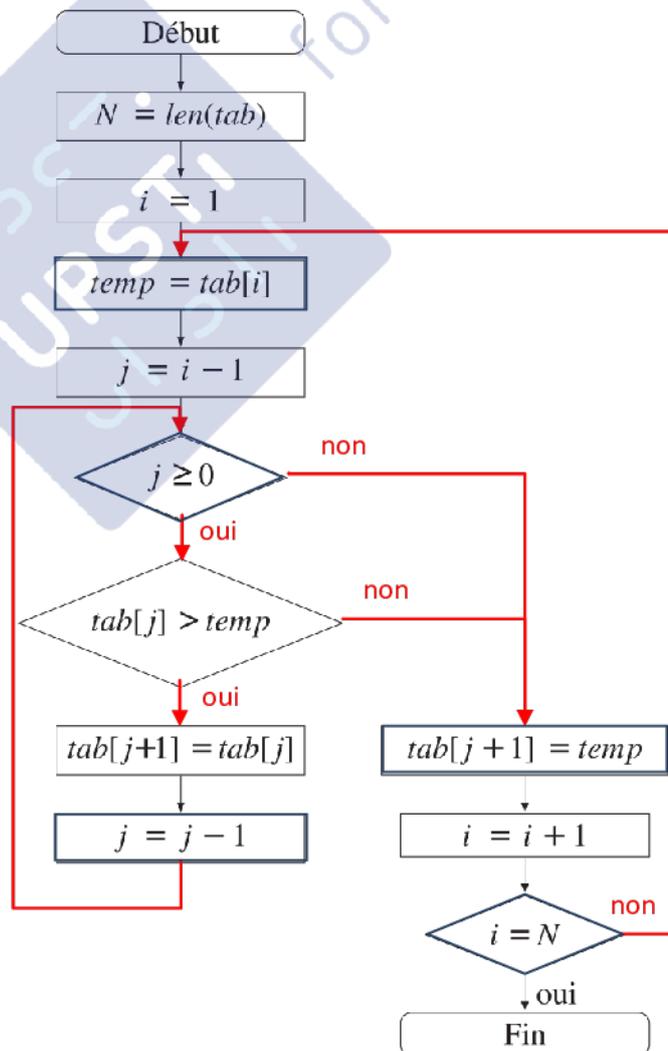
```

m=len(P1)
n=len(P2)
segNFP=[]
for i in range(m-1):
    A=P1[i]
    B=P1[i-1]
    segNFP.append([Orientation(A,B), Norme(A,B)])
for i in range(n-1):
    A=P2[i+1]
    B=P2[i]
    segNFP.append([Orientation(A,B), Norme(A,B)])

```

Q12. Compléter l'algorithme du document réponse DR4.

- 1: $N \leftarrow \text{len}(\text{tab})$
- 2: pour $i = 1$ à N faire
- 3: $\text{temp} \leftarrow \text{tab}[i]$
- 4: $j \leftarrow i - 1$
- 5: tant que $j \geq 0$ et $\text{tab}[j] > \text{temp}$ faire
- 6: $\text{tab}[j+1] \leftarrow \text{tab}[j]$
- 7: $j \leftarrow j - 1$
- 8: fin tant que
- 9: $\text{tab}[j+1] \leftarrow \text{temp}$
- 10: fin pour



Q13. Quel nom porte cette méthode de tri ? Quelle en est la complexité dans le pire des cas et dans le meilleur des cas ?

Méthode de tri par insertion.

Complexité au meilleur des cas : $O(N)$

Complexité au pire des cas : $O(N^2)$

Q14. Proposer un programme permettant d'obtenir la liste des points de coordonnées (x, y) du polygone NFP.

```
n=len(segNFP_tri)
NFP=[[0,0]]
for i in range(n):
    angle=segNFP_tri[i][0]
    norme=segNFP_tri[i][1]
    NFP.append([NFP[i,0]+norme*cos(angle),NFP[i,1]+norme*sin(angle)])
```

Q15. Quelle est la complexité de la méthode globale de construction du polygone NFP dans le meilleur et dans le pire des cas ?

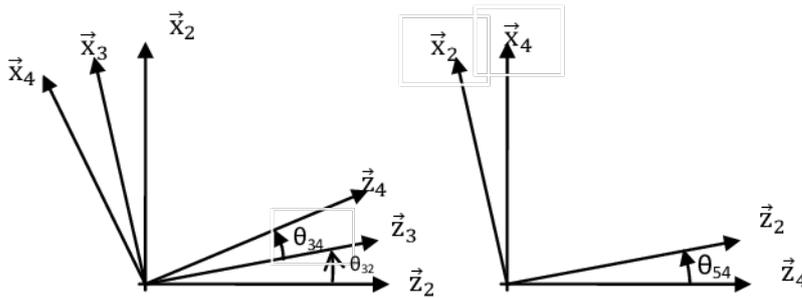
Les trois procédures ne sont pas imbriquées, la complexité globale est donc la somme des complexités des 3 procédures :

Fonction	Complexité au pire des cas	Complexité au meilleur des cas
segNFP	$O(N)$	$O(N)$
Tri	$O(N^2)$	$O(N)$
Point NFP	$O(N)$	$O(N)$
Au global	$O(N^2)$	$O(N)$

Q16. Déterminer l'algorithme de la fonction *TestPoly* qui prend comme arguments un point test M de coordonnées $[x, y]$ et un polygone *poly*, qui calcule la somme des angles orientés et qui renvoie l'information *TRUE* dans le cas où le point est strictement à l'intérieur du polygone, et *FALSE* sinon. Pour traiter cette question, vous utiliserez un maximum les fonctions déjà définies.

```
def TestPoly(M,poly):
    n=len(poly)#n points
    angle_tot=0
    for i in range(n-1): #n-1 segments
        angle_deb=Orientation(M,Poly[i])
        angle_fin=Orientation(M,Poly[i+1])
        angle_tot=angle_tot+(angle_fin-angle_deb)
    resultat=False
    if abs(angle_tot)<1e-10 or abs(angle_tot-2*pi)<1e-10: #valeur proche
de 0 ou 2.pi à cause des erreurs d'arrondis
        resultat=True
    return resultat
```

Q17. Déterminer la relation entre les paramètres angulaires $\theta_{32}(t)$, $\theta_{43}(t)$ et $\theta_{54}(t)$.



A partir des figures planes de calcul, on a directement : $\theta_{54}(t) + \theta_{43}(t) + \theta_{32}(t) = 0$

Q18. À l'aide d'une fermeture géométrique, déterminer la relation entre le paramètre $\lambda(t)$, l'angle $\theta_{32}(t)$ et les données géométriques du système.

On réalise une fermeture géométrique entre les points A, B et C.

$$\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA} = \vec{0} \quad L_3 \vec{z}_3 + L_4 \vec{z}_4 - \lambda \vec{z}_2 = \vec{0}$$

En projection sur \vec{x}_2 :

$$L_3 \sin \theta_{32} + L_4 \sin \theta_{43} = 0 \quad L_3 \sin \theta_{32} = -L_4 \sin \theta_{43} \quad \sin \theta_{43} = -\frac{L_3}{L_4} \sin \theta_{32}$$

$$\sin^2 \theta_{43} = \left(\frac{L_3}{L_4} \sin \theta_{32} \right)^2 \quad \cos^2 \theta_{43} = 1 - \left(\frac{L_3}{L_4} \sin \theta_{32} \right)^2$$

$$\cos \theta_{43} = \pm \sqrt{1 - \left(\frac{L_3}{L_4} \sin \theta_{32} \right)^2} \quad (\text{avec } L_3 < L_4)$$

En projection sur \vec{z}_2

$$L_3 \cos \theta_{32} + L_4 \cos \theta_{43} - \lambda = 0 \quad \lambda = L_3 \cos \theta_{32} + L_4 \cos \theta_{43}$$

$$\lambda = L_3 \cos \theta_{32} + L_4 \sqrt{1 - \left(\frac{L_3}{L_4} \sin \theta_{32} \right)^2} \quad \text{ou} \quad \lambda = L_3 \cos \theta_{32} - L_4 \sqrt{1 - \left(\frac{L_3}{L_4} \sin \theta_{32} \right)^2}$$

D'après le schéma cinématique et le paramétrage λ doit être positif, on en déduit :

$$\lambda = L_3 \cos \theta_{32} + L_4 \sqrt{1 - \left(\frac{L_3}{L_4} \sin \theta_{32} \right)^2}$$

Q19. En déduire l'expression littérale de l'amplitude des oscillations de la lame, notée Δz . Faire l'application numérique et conclure sur le respect de l'exigence 1.2.2.3.

$$\Delta z = \lambda_{max} - \lambda_{min} = L_3 + L_4 - (-L_3 + L_4) = 2L_3 \quad \Delta z = 2L_3$$

(Ce que l'on peut trouver directement par lecture du schéma cinématique)

Application numérique : $\Delta z = 2 \cdot 12,5 = 25 \text{ mm} > 20 \text{ mm}$

L'exigence 1.2.2.3 est respectée

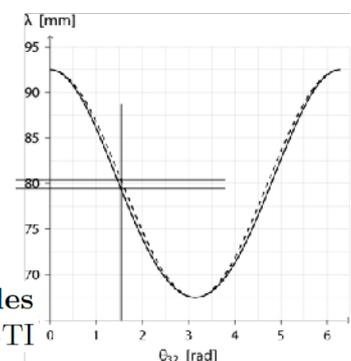
Q20. Calculer le rapport $\left(\frac{L_4}{L_3} \right)^2$ et le comparer à la valeur 1. Montrer alors que la loi obtenue à la question Q17 peut se mettre sous la forme $\lambda(t) = L_3 \cos \theta_{32}(t) + L_4(t)$.

$$\text{Numériquement le rapport } \left(\frac{L_4}{L_3} \right)^2 = \left(\frac{80}{12,5} \right)^2 = 40,9 \gg 1.$$

L'expression de la question 17 peut donc s'écrire : $\lambda = L_3 \cos \theta_{32} + L_4$

Q21. Conclure sur l'adoption de la loi approximée dans la suite de l'étude

Les valeurs maximales et minimales sont identiques pour la position théorique et pour la position approximée.



L'écart maximal vaut environ 1/25 soit 4 %. On peut donc valider l'approximation pour la position

Q22. Déterminer l'expression littérale de $\dot{\lambda}(t)$ à partir du modèle simplifié de $\lambda(t)$.

On a directement : $\dot{\lambda}(t) = -\dot{\theta}_{32}L_3\sin\theta_{32} = -\omega_{32}L_3\sin\theta_{32}$

Q23. La simplification de la loi en vitesse permet-elle de valider l'exigence 1.2.2.4. ?

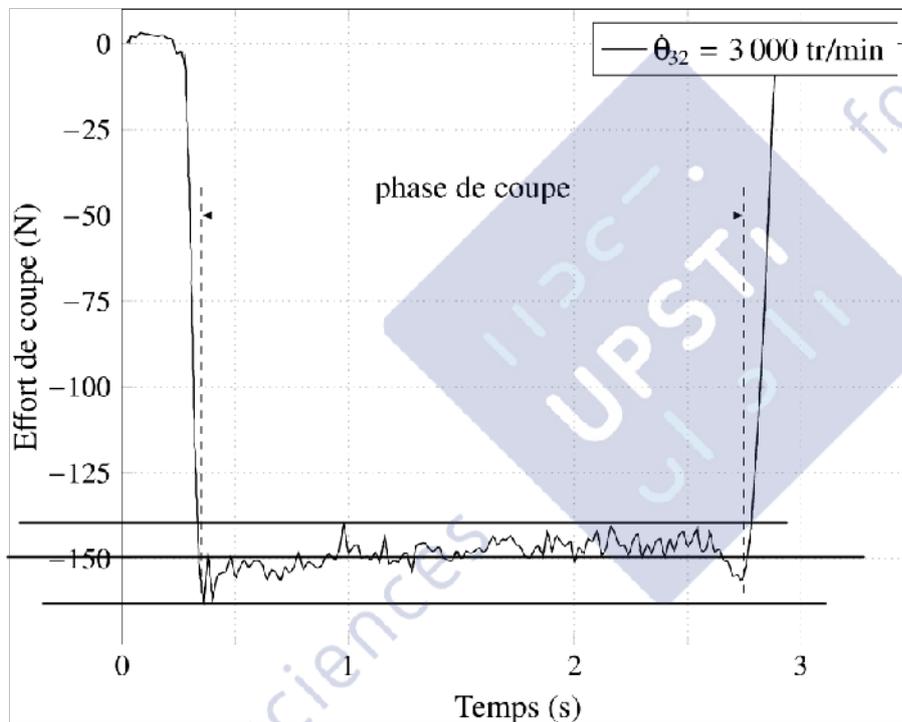
La valeur maximale théorique est de 4m/s.

La valeur maximale du système simplifié est de 3.9m/s.

L'exigence 1.2.2.4 impose $4\text{m/s} \pm 5\%$ soit $3.8\text{m/s} < \dot{\lambda} < 4.2\text{m/s}$

L'exigence 1.2.2.4 est donc respectée avec le modèle simplifié.

Q24. Durant la phase de coupe, déterminer les valeurs moyenne, maximale et minimale de l'effort de coupe



Si on raisonne en norme :

Valeur maximale: 162.5N	Valeur minimale : 140N	Valeur moyenne : 150 N
-------------------------	------------------------	------------------------

Q25. Conclure sur la validation de l'exigence 1.2.1.1. Justifier

$$\frac{\max - \min}{\text{moy}} = \frac{162.5 - 140}{150} = 15\%$$

L'effort de coupe varie donc de $\pm 7.5\% < \pm 10\%$ par rapport à la valeur moyenne, l'exigence 1.2.1.1 est respectée

Q26. Déterminer l'énergie cinétique T_{i/R_0} par rapport au bâti 0 pour chaque solide $i \in [3, 4, 5]$.

$$T_{4/R_0} = 0 \quad (\text{Masse et inertie du solide 4 négligées})$$

$$T_{5/R_0} = \frac{1}{2}M_5(V_a^2 + \dot{\lambda}^2) \quad (5 \text{ à un mouvement de translation rectiligne})$$

$$T_{3/R_0} = \frac{1}{2}M_3V_a^2 + \frac{1}{2}J_3\omega_{32}^2$$

Q27. En déduire l'énergie cinétique de l'ensemble $S = \{3, 4, 5\}$ par rapport au bâti O , que vous mettrez sous la forme $T_{S/R_0} = \frac{1}{2} J_{eq} (\dot{\theta}_{32})^2 + \frac{1}{2} M_{eq} V_a^2$. Préciser les expressions littérales de $J_{eq}(\theta_{32})$ et M_{eq} .

L'énergie de l'ensemble est la somme des énergies cinétiques

$$T_{S/R_0} = T_{3/R_0} + T_{4/R_0} + T_{5/R_0}$$

$$T_{S/R_0} = \frac{1}{2} M_3 V_a^2 + \frac{1}{2} J_3 \omega_{32}^2 + \frac{1}{2} M_5 (V_a^2 + \dot{\lambda}^2) \quad \text{avec } \dot{\lambda}(t) = -\omega_{32} L_3 \sin \theta_{32}$$

$$T_{S/R_0} = \frac{1}{2} M_3 V_a^2 + \frac{1}{2} J_3 \omega_{32}^2 + \frac{1}{2} M_5 (V_a^2 + (\omega_{32} L_3 \sin \theta_{32})^2)$$

$$T_{S/R_0} = \frac{1}{2} (M_3 + M_5) V_a^2 + \frac{1}{2} (J_3 + M_5 (L_3 \sin \theta_{32})^2) \omega_{32}^2 = \frac{1}{2} M_{eq} V_a^2 + \frac{1}{2} J_{eq} (\dot{\theta}_{32})^2$$

Avec $J_{eq} = J_3 + M_5 (L_3 \sin \theta_{32})^2$ (attention J_{eq} n'est pas une constante) et $M_{eq} = (M_3 + M_5)$

Q28. Déterminer les expressions littérales des puissances intérieures P_{int} et extérieures au système S par rapport au bâti $O, P_{ext \rightarrow S/R_0}$.

Puissances intérieures

Les liaisons sont supposées parfaites : $P_{int}(S) = 0$

Puissances extérieures

Liaisons avec le bâti supposées parfaites : $P_{0 \rightarrow S/R_0} = 0$

$$P_{moteur \rightarrow S/R_0} = C_m \omega_{32}$$

$$P_{pesanteur \rightarrow S/R_0} = 0 \quad (\text{action de la pesanteur négligée})$$

$$P_{matelas \rightarrow lame/R_0} = \{T_{matelas \rightarrow lame}\} \otimes \{V_{lame/R_0}\} = \begin{Bmatrix} F_a \cdot \vec{y}_0 + F_c \cdot \vec{z}_0 \\ \vec{0} \end{Bmatrix} \otimes \begin{Bmatrix} \vec{0} \\ V_a \cdot \vec{y}_0 + \dot{\lambda}(t) \vec{z}_0 \end{Bmatrix} = F_a V_a + \dot{\lambda}(t) F_c$$

$$\text{On en déduit : } P_{ext \rightarrow S/R_0} = C_m \omega_{32} + F_a V_a + \dot{\lambda}(t) F_c = C_m \omega_{32} + F_a V_a - \omega_{32} L_3 \sin \theta_{32} F_c$$

Q29. Énoncer le théorème de l'énergie cinétique et déterminer l'expression littérale du couple moteur $C_m(t)$.

Le théorème de l'énergie cinétique appliqué à S s'écrit : $\frac{dE_c(S/R_0)}{dt} = P_{int}(S) + P_{ext \rightarrow S/R_0}$

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{1}{2} M_3 V_a^2 + \frac{1}{2} J_3 \omega_{32}^2 + \frac{1}{2} M_5 (V_a^2 + \dot{\lambda}^2) \right] = C_m \omega_{32} + F_a V_a + \dot{\lambda}(t) F_c$$

$$J_3 \dot{\omega}_{32} \omega_{32} + M_5 \dot{\lambda} \dot{\lambda} = C_m \omega_{32} + F_a V_a + \dot{\lambda}(t) F_c \quad C_m = \frac{J_3 \dot{\omega}_{32} \omega_{32} + M_5 \dot{\lambda} \dot{\lambda} - F_a V_a - \dot{\lambda} F_c}{\omega_{32}}$$

$$\text{avec } \dot{\lambda}(t) = -\omega_{32} L_3 \sin \theta_{32} \quad \text{et } \ddot{\lambda}(t) = -\dot{\omega}_{32} L_3 \sin \theta_{32} - \omega_{32}^2 L_3 \cos \theta_{32}$$

Q30. Montrer qu'en régime permanent ($\dot{\theta}_{32} = cte$), l'expression du couple moteur est :

$$C_m = \left[F_c + M_5 L_3 \dot{\theta}_{32}^2 \cos \theta_{32} \right] L_3 \sin \theta_{32} - \frac{F_a V_a}{\dot{\theta}_{32}}$$

En régime permanent : $\dot{\theta}_{32} = cte$, et $\dot{\omega}_{32} = 0$

$$C_m = \frac{M_5 \dot{\lambda} \ddot{\lambda} - F_a V_a - \dot{\lambda} F_c}{\omega_{32}} \quad \dot{\lambda}(t) = -\omega_{32} L_3 \sin \theta_{32} \quad \ddot{\lambda}(t) = -\omega_{32}^2 L_3 \cos \theta_{32}$$

$$C_m = \frac{M_5 (-\omega_{32} L_3 \sin \theta_{32}) (-\omega_{32}^2 L_3 \cos \theta_{32}) - F_a V_a + \omega_{32} L_3 \sin \theta_{32} F_c}{\omega_{32}}$$

$$C_m = M_5 (-L_3 \sin \theta_{32}) (-\omega_{32}^2 L_3 \cos \theta_{32}) - \frac{F_a V_a}{\omega_{32}} + L_3 \sin \theta_{32} F_c$$

$$C_m = (M_5 \omega_{32}^2 L_3 \cos \theta_{32} + F_c) L_3 \sin \theta_{32} - \frac{F_a V_a}{\omega_{32}}$$

Q31. Pourquoi le couple moteur n'est-il pas constant en régime permanent ? Quelle en est la conséquence sur le comportement du système ?

Le coulisseau a un mouvement de va et vient donc même en régime permanent (vitesse de rotation constante du moteur) l'accélération du coulisseau n'est pas constante.

De plus la pesanteur sur le coulisseau est motrice durant la phase de descente et résistante durant la phase de montée.

Ces 2 phénomènes sont à l'origine du couple moteur variable en régime permanent et vont provoquer des vibrations.

Q32. Déterminer l'expression des vecteurs vitesses $\vec{V}(G_3 \in 3/2)$ et $\vec{V}(G_5 \in 5/2)$ en fonction de $\dot{\lambda}$, $\dot{\theta}_{32}$ et des données géométriques.

$$\vec{V}(G_3 \in 3/2) = \vec{V}(A \in 3/2) + \overrightarrow{G_3 A} \wedge \vec{\Omega}(3/2) = -a_3 \vec{z}_3 \wedge \omega_{32} \vec{y}_3$$

$$\vec{V}(G_3 \in 3/2) = a_3 \omega_{32} \vec{x}_3$$

$$\vec{V}(G_5 \in 5/2) = \dot{\lambda} \vec{z}_2$$

Q33. En déduire l'expression, dans la base $\mathcal{B}_2 = (\vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$, de la résultante dynamique de l'ensemble $S = \{3, 4, 5\}$ dans le référentiel lié à la table, notée $\vec{R}_d(S/0)$.

La résultante dynamique de l'ensemble est la somme des résultantes dynamiques :

$$\vec{R}_d(S/0) = \vec{R}_d(3/0) + \vec{R}_d(4/0) + \vec{R}_d(5/0)$$

$$\vec{R}_d(4/0) = \vec{0} \quad (\text{masse et inertie de 4 négligée})$$

$$\vec{R}_d(5/0) = M_5 \ddot{\lambda} \vec{z}_2$$

$$\vec{R}_d(3/0) = M_3 \vec{\Gamma}(G_3 \in 3/0) = M_3 \left(a_3 \dot{\omega}_{32} \vec{x}_3 + a_3 \omega_{32} \left[\frac{d\vec{x}_3}{dt} \right]_0 \right) = -M_3 a_3 \omega_{32}^2 \vec{z}_3$$

$$\vec{R}_d(S/0) = M_5 \ddot{\lambda} \vec{z}_2 - M_3 a_3 \omega_{32}^2 \vec{z}_3 \quad \boxed{\vec{R}_d(S/0) = M_5 \ddot{\lambda} \vec{z}_2 - M_3 a_3 \omega_{32}^2 (\cos \theta_{32} \vec{z}_2 + \sin \theta_{32} \vec{x}_2)}$$

Q34. Déterminer l'expression du maximum de chacune des composantes de la résultante dynamique $\vec{R}_d(S/0)$ sur \vec{x}_2 et \vec{z}_2 . Faire l'application numérique.

$$\vec{R}_d(S/0) \cdot \vec{x}_2 = -M_3 a_3 \omega_{32}^2 \sin \theta_{32} \quad \text{la valeur maximale est donnée pour } \sin \theta_{32} = -1$$

$$(\vec{R}_d(S/0) \cdot \vec{x}_2)_{\max} = M_3 a_3 \omega_{32}^2 \quad \boxed{(\vec{R}_d(S/0) \cdot \vec{x}_2)_{\max} = M_3 a_3 \omega_{32}^2}$$

$$\text{Application numérique : } (\vec{R}_d(S/0) \cdot \vec{x}_2)_{\max} = 0,35 \cdot 0,5 \cdot 10^{-3} \cdot \left(\frac{3000 \cdot 2,3,14}{60} \right)^2 = 17N$$

$$\vec{R}_d(S/0) \cdot \vec{z}_2 = M_5 \ddot{\lambda} - M_3 a_3 \omega_{32}^2 \cos \theta_{32} = -M_5 L_3 \omega_{32}^2 \cos \theta_{32} - M_3 a_3 \omega_{32}^2 \cos \theta_{32}$$

la valeur maximale est donnée pour $\cos \theta_{32} = -1$

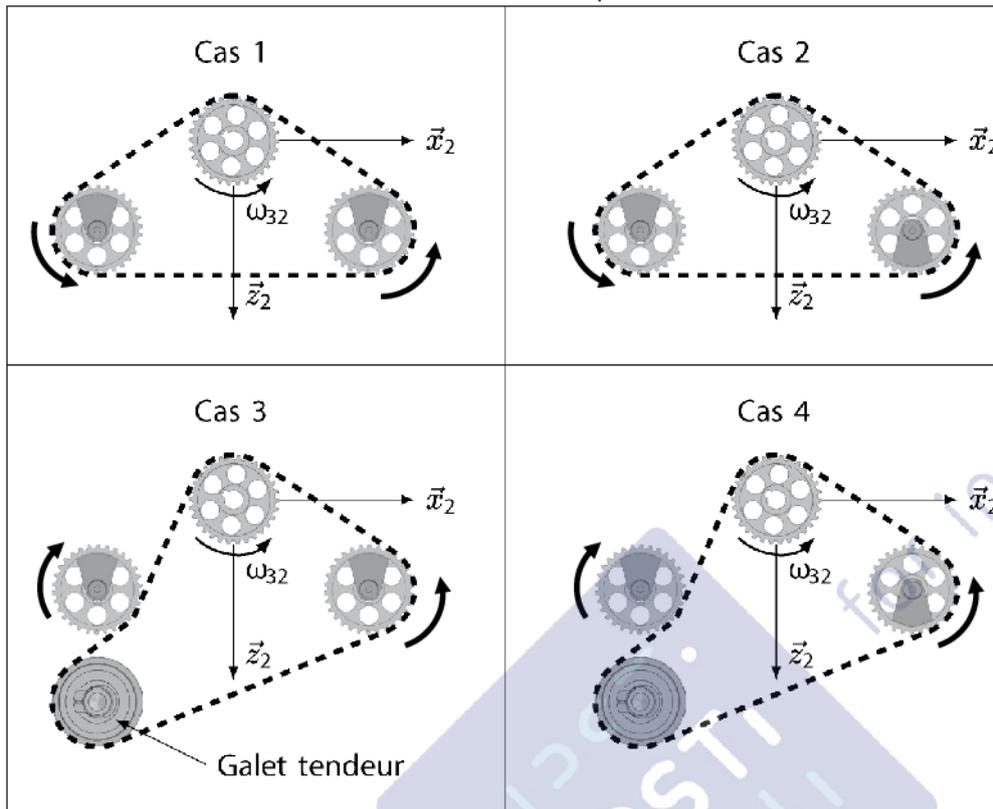
$$\boxed{(\vec{R}_d(S/0) \cdot \vec{z}_2)_{\max} = (M_5 L_3 + M_3 a_3) \omega_{32}^2}$$

$$\text{Application numérique : } (\vec{R}_d(S/0) \cdot \vec{z}_2)_{\max} = (0,1 \cdot 0,0125 + 0,35 \cdot 0,5 \cdot 10^{-3}) \cdot \left(\frac{3000 \cdot 2,3,14}{60} \right)^2 = 140N$$

Q35. En comparant l'expression des deux maxima, identifier la pièce qui semble être à l'origine des vibrations.

L'origine des vibrations est la pièce 5

Q36. Pour chacune des configurations et pour le sens de rotation du moteur donné, préciser le sens de rotation de la masse excentrée sur le document réponse DR5.



Q37. Pour chacune des configurations, préciser si les vibrations verticales peuvent être supprimées. Justifier

Pour supprimer les vibrations verticales il faut que les 2 masselottes soient en position haute ou basse en même temps.

Les cas 1 et 3 permettent de supprimer les vibrations verticales

Les cas 2 et 4 ne permettent pas de supprimer les vibrations verticales

Q38. Quelle configuration faut-il retenir pour assurer le moins de vibrations dans le système de coupe ? Justifier.

D'après la question précédente il faut choisir entre le cas 1 et le cas 3 pour supprimer les vibrations verticales. Dans le cas 1 les masselottes sont du même côté (suivant \vec{x}_0) en même temps ce qui va provoquer des vibrations horizontales.

Seul le cas 3 permet de limiter les vibrations horizontales et verticales

Q39. Déterminer les composantes suivant \vec{x}_2 et \vec{z}_2 de la résultante dynamique des masses excentrées dans le référentiel lié à la table.

On pose $\vec{OG}_i = r\vec{z}_g$

$\vec{V}(G_i \in \text{roue}/0) = r\dot{\theta}_i\vec{x}_i$ et $\vec{\Gamma}(G_i \in \text{roue}/0) = -r\dot{\theta}_i^2\vec{z}_i$ (rappel $\ddot{\theta}_i = 0$)

On en déduit pour la masse g : $\vec{R}_d(m_g/0) = -m r\dot{\theta}_g^2\vec{z}_g = -m r\dot{\theta}_g^2(\cos\theta_g\vec{z}_2 + \sin\theta_g\vec{x}_2)$

On en déduit pour la masse d : $\vec{R}_d(m_d/0) = -m r\dot{\theta}_d^2\vec{z}_d = -m r\dot{\theta}_d^2(\cos\theta_d\vec{z}_2 + \sin\theta_d\vec{x}_2)$

Sur \vec{x}_2 : $\vec{R}_d(m_d + m_g/0) \cdot \vec{x}_2 = -m r\dot{\theta}_g^2 \sin\theta_g - m r\dot{\theta}_d^2 \sin\theta_d$

Sur \vec{z}_2 : $\vec{R}_d(m_d + m_g/0) \cdot \vec{z}_2 = -m r\dot{\theta}_g^2 \cos\theta_g - m r\dot{\theta}_d^2 \cos\theta_d$

Q40. En déduire la relation entre θ_d et θ_g pour que les masses excentrées ne génèrent pas de vibration suivant \vec{x}_2 .

Pour ne pas générer de vibration suivant \vec{x}_2 , on doit avoir

$$\vec{R}_d(m_d + m_g/0) \cdot \vec{x}_2 = -mr\dot{\theta}_g^2 \sin\theta_g - m r\dot{\theta}_d^2 \sin\theta_d = 0 \quad \sin\theta_g + \sin\theta_d = 0$$

Mais on doit aussi avoir : $\cos\theta_g = \cos\theta_d$

On en déduit : $\boxed{\theta_g = -\theta_d}$

Q41. En déduire l'expression de la masse m pour respecter l'exigence 1.2.2.2. Faire l'application numérique

Sur $\vec{x}_2 = \vec{x}_0$, d'après la question précédente quelle que soit la valeur de m , à condition de choisir correctement les angles θ_d et θ_g . La résultante dynamique est nulle

Mais il y a certainement une coquille dans l'énoncé, l'exigence 1.2.2.2 doit plutôt s'écrire : « La résultante dynamique de l'ensemble de la tête de coupe doit être au maximum de 40N sur l'axe \vec{z}_0 »
Dans ce cas :

$$-mr\dot{\theta}_g^2 \cos\theta_g - m r\dot{\theta}_d^2 \cos\theta_d + 140 = 0 \text{ (rappel } (\vec{R}_d(S/0) \cdot \vec{z}_2)_{max} = 140N \text{ (question 34))}$$

$$2mr\dot{\theta}_g^2 \cos\theta_g = 140$$

$$\boxed{m = \frac{140}{2 \cdot r \cdot \dot{\theta}_g^2}}$$

$$\text{Application numérique : } m = \frac{140}{2 \cdot 0,008 \cdot \left(\frac{3000 \cdot 2\pi \cdot 14}{60}\right)^2} = 0,089 \text{ kg} = 89g$$

Q42. D'après l'expression de la résultante dynamique de la question Q33, comment devrait évoluer l'effort de coupe en régime permanent en fonction de la vitesse de rotation du moteur ?

Si on double la vitesse de rotation du moteur l'effort de coupe devrait être multiplié par 4 (la vitesse de rotation du moteur ω_{32} apparaît au carré)

Q43. Conclure sur l'utilité des masses excentrées mises en place sur la tête de coupe en version améliorée.

D'après la figure 16 de l'énoncé l'effort de coupe moyen en norme pour le système amélioré est de 80 N alors que la vitesse de rotation est de 6000 tr/min.

Les masselottes d'équilibrage permettent donc de diviser par 8 l'effort de coupe sur la version améliorée par rapport à la version initiale.

Q44. Réaliser la synthèse de la démarche d'identification du phénomène vibratoire et la validation de la solution retenue en regard du cahier des charges.

Questions 17 à 25 : validation par rapport à l'exigence 1.2.1.1 de la loi simplifiée de mouvement (vitesse et position)

Questions 26 à 31 : mise en évidence de la présence de vibrations dues au mouvement alternatif du coulisseau et à la pesanteur

Questions 32 à 41 : mise en évidence de l'apport des masselottes d'équilibrage et détermination de leur position et de leur masse pour respecter l'exigence 1.2.2.2

Questions 41 à 43 : validation de l'utilité des masselottes d'équilibrage par comparaison de l'effort de coupe sur les modèles initial à la vitesse de 3000 tr/min et amélioré à la vitesse de 6000 tr/min.