

Proposition de corrigé

Concours : e3a - Polytech

Année : 2018

Filière : MP

Épreuve : Sciences Industrielles pour l'Ingénieur

Ceci est une proposition de corrigé des concours de CPGE, réalisée bénévolement par des enseignants de Sciences Industrielles de l'Ingénieur et d'Informatique, membres de l'[UPSTI](http://www.upsti.fr) (Union des Professeurs de Sciences et Techniques Industrielles), et publiée sur le site de l'association :

<https://www.upsti.fr/espace-etudiants/annales-de-concours>

A l'attention des étudiants

Ce document vous apportera des éléments de corrections pour le sujet traité, mais n'est ni un corrigé officiel du concours, ni un corrigé détaillé ou exhaustif de l'épreuve en question.

L'UPSTI ne répondra pas directement aux questions que peuvent soulever ces corrigés : nous vous invitons à vous rapprocher de vos enseignants si vous souhaitez des compléments d'information, et à vous adresser à eux pour nous faire remonter vos éventuelles remarques.

Licence et Copyright

Toute représentation ou reproduction (même partielle) de ce document faite sans l'accord de l'UPSTI est **interdite**. Seuls le téléchargement et la copie privée à usage personnel sont autorisés (protection au titre des [droits d'auteur](#)).

En cas de doute, n'hésitez pas à nous contacter à : corrigesconcours@upsti.fr.

Informez-vous !

Retrouvez plus d'information sur les [Sciences de l'Ingénieur](#), l'[orientation](#), les [Grandes Ecoles](#) ainsi que sur les [Olympiades de Sciences de l'Ingénieur](#) et sur les [Sciences de l'Ingénieur au Féminin](#) sur notre site : www.upsti.fr

L'équipe UPSTI

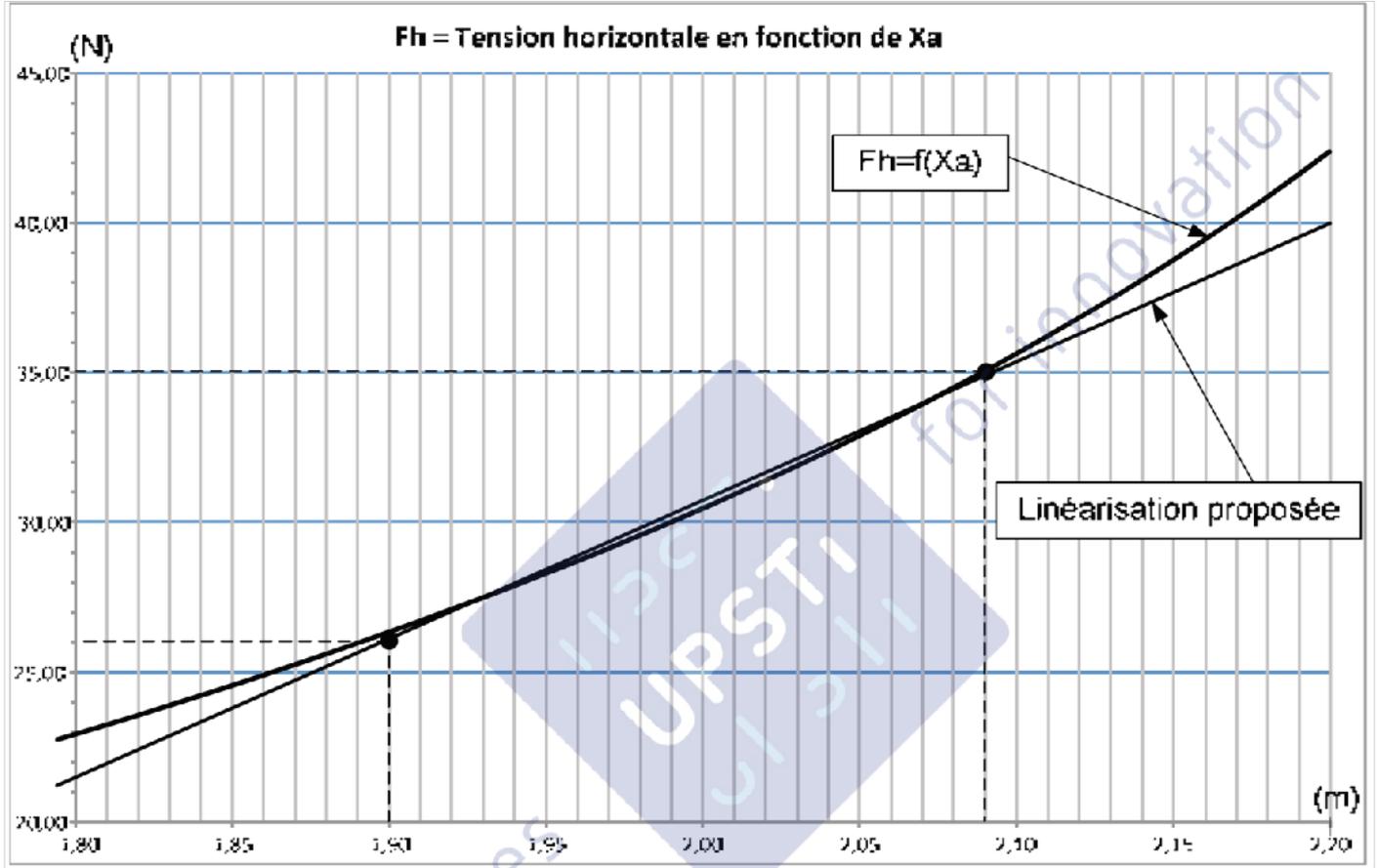
E3A MP : Système automatisé d'amarrage : S.M.A.R.T.

PARTIE I.1 Modélisation statique des efforts de l'amarre sur le sabot

Q1 :

L'énoncé définit la zone d'étude pour $1,9 \text{ m} < X_A < 2,1 \text{ m}$. Dans cette zone, on peut approximer $Fh = f(X_A)$ par une droite telle que :

$$Fh = K \cdot X_A + F_0$$



À l'aide du graphique ci-dessous, on trouve :

$$K = \frac{35 - 26}{2,09 - 1,9}$$

$$K = 47,4 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$$

$$K = \frac{21,5 - F_0}{1,8}$$

$$F_0 = -64 \text{ N}$$

Q2 :

D'après la figure 5, on trouve :

$$\sin \theta = \frac{X_A - X_C}{L}$$

Q3 :

L'hypothèse des petits angles permet d'écrire :

$$\sin \theta = \theta$$

Donc :

$$\theta = \frac{X_A - X_C}{L}$$

Q4 :

On isole le sabot 3. Les actions appliquées sont :

- Pesanteur :

$$\{\tau_{pes \rightarrow 3}\} = \begin{Bmatrix} -m_3 \cdot g \cdot \vec{y}_0 \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_{R_0}$$

- Amarre :

$$\{\tau_{amarre \rightarrow 3}\} = \begin{Bmatrix} -F_h \cdot \vec{x}_0 - F_v \cdot \vec{y}_0 \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_{R_0}$$

- Câble :

$$\{\tau_{5 \rightarrow 3}\} = \begin{Bmatrix} F_{5 \rightarrow 3} \cdot \vec{y}_3 \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_{R_0}$$

Q5 :

On applique le Théorème de la Résultante Statique :

$$\sum \vec{F}_{ext \rightarrow 3} = \vec{0}$$

En projection sur \vec{x}_0 :

$$-F_h - F_{5 \rightarrow 3} \cdot \sin \theta = 0 \quad (1)$$

En projection sur \vec{y}_0 :

$$-m_3 \cdot g - F_v + F_{5 \rightarrow 3} \cdot \cos \theta = 0 \quad (2)$$

De (1), on tire :

$$F_{5 \rightarrow 3} = \frac{-F_h}{\sin \theta}$$

Dans (2) :

$$\begin{aligned} -m_3 \cdot g - F_v - \frac{F_h}{\sin \theta} \cdot \cos \theta &= 0 \\ \tan \theta &= -\frac{F_h}{m_3 \cdot g + F_v} \end{aligned}$$

Avec l'hypothèse des petits angles :

$$\theta = -\frac{F_h}{m_3 \cdot g + F_v}$$

Q6 :

$$\theta = \frac{X_A - X_C}{L} = -\frac{F_h}{m_3 \cdot g + F_v}$$

$$X_A = X_C - \frac{L \cdot F_h}{m_3 \cdot g + F_v}$$

PARTIE I.2 Modélisation dynamique du bras télescopique

Q7 :

On a :

$$\frac{\omega_{m2}}{\omega_r} = r$$

De plus : $\dot{X}_C = R \cdot \omega_r$

$$\dot{X}_C = \frac{R}{r} \cdot \omega_{m2}$$

Q8 :

On isole $S = \{\text{bras télescopique } 2 + \text{axe moteur } M_2\}$

Les actions mécaniques appliquées à S :

- Pesanteur

$$P_{pes \rightarrow S} = 0$$

Le déplacement est perpendiculaire à la direction de la force

- Glissière 1 \rightarrow 2

$$P_{1 \rightarrow S} = 0$$

La liaison est parfaite

- Stator sur l'axe moteur

$$P_{m2} = C_{m2} \cdot \omega_{m2}$$

- Câble

$$P_{c\grave{a}ble \rightarrow 2} = \{\tau_{5 \rightarrow 2}\} \otimes \left\{ \mathcal{V}_2 \right\}_C = \left\{ \begin{array}{c} -F_{x52} \cdot \vec{x}_0 - F_{y52} \cdot \vec{y}_0 \\ \vec{0} \end{array} \right\}_{R_0} \otimes \left\{ \begin{array}{c} \vec{0} \\ -\dot{X}_C \cdot \vec{x}_0 \end{array} \right\}_{R_0} = \dot{X}_C \cdot F_{x52}$$

$$P_{ext \rightarrow 2} = C_{m2} \cdot \omega_{m2} + \dot{X}_C \cdot F_{x52}$$

Remarque : la puissance de l'effort du câble semble être négative mais pour être en accord avec le reste de l'énoncé, elle sera positive.

Q9 :

$$T(S/R_0) = T(\text{axe moteur } M_2/R_0) + T(2/R_0)$$

$$T(\text{axe moteur } M_2/R_0) = \frac{1}{2} \cdot J_2 \cdot \omega_{m2}^2$$

$$T(2/R_0) = \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot \dot{X}_C^2$$

$$T(S/R_0) = \frac{1}{2} \cdot J_2 \cdot \omega_{m2}^2 + \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot \dot{X}_C^2$$

Q10 :

Théorème de l'Énergie Cinétique :

$$\frac{dT(S/R_0)}{dt} = P_{int} + P_{ext \rightarrow 2}$$

Donne :

$$J_2 \cdot \omega_{m2} \cdot \dot{\omega}_{m2} + m_2 \cdot \dot{X}_C \cdot \ddot{X}_C = C_{m2} \cdot \omega_{m2} + \dot{X}_C \cdot F_{x52}$$

$$\omega_{m2} = \frac{r}{R} \cdot \dot{X}_C$$

$$\dot{\omega}_{m2} = \frac{r}{R} \cdot \ddot{X}_C$$

$$J_2 \cdot \frac{r}{R} \cdot \dot{X}_C \cdot \frac{r}{R} \cdot \ddot{X}_C + m_2 \cdot \dot{X}_C \cdot \ddot{X}_C = C_{m2} \cdot \frac{r}{R} \cdot \dot{X}_C + \dot{X}_C \cdot F_{x52}$$

$$\left(\frac{J_2}{\left(\frac{R}{r}\right)^2} + m_2 \right) \cdot \ddot{X}_C = \frac{C_{m2}}{\frac{R}{r}} + F_{x52}$$

$$\alpha = \frac{R}{r}$$

Q11 :

Dans le domaine de Laplace, avec les conditions initiales nulles :

$$\left(\frac{J_2}{\left(\frac{R}{r}\right)^2} + m_2 \right) \cdot p^2 \cdot X_C(p) = \frac{C_{m2}(p)}{\frac{R}{r}} + F_{x52}(p)$$

Q12 :

Le schéma bloc nous donne :

$$[C_{m2}(p) \cdot H_4(p) + F_{x52}(p)] \cdot H_5(p) = X_C(p)$$

On a donc :

$$H_4(p) = \frac{r}{R}$$

$$H_5(p) = \frac{1}{p^2 \cdot \left(\frac{J_2}{\left(\frac{R}{r}\right)^2} + m_2 \right)}$$

Q13 :

Si $C_f(p)$ est négligeable, on a alors :

$$\frac{\Omega_{m2}(p)}{\Omega_{cons}(p)} = \frac{\frac{H_6(p)}{J_0 \cdot p}}{1 + \frac{H_6(p)}{J_0 \cdot p}} = \frac{\frac{K_6}{1 + \tau_6 \cdot p}}{J_0 \cdot p + \frac{K_6}{1 + \tau_6 \cdot p}} = \frac{K_6}{K_6 + J_0 \cdot p + \tau_6 \cdot J_0 \cdot p^2}$$

$$\frac{\Omega_{m2}(p)}{\Omega_{cons}(p)} = \frac{1}{1 + \frac{J_0}{K_6} \cdot p + \frac{\tau_6 \cdot J_0}{K_6} \cdot p^2}$$

PARTIE I.3 Modélisation comportementale de la motorisation M2

Q14 :

$$\frac{\Omega_{m2}(p)}{\Omega_{cons}(p)} = \frac{K}{(1 + \tau_1 \cdot p) \cdot (1 + \tau_2 \cdot p)} = \frac{K}{1 + (\tau_1 + \tau_2) \cdot p + \tau_1 \cdot \tau_2 \cdot p^2}$$

Par identification avec la fonction précédente, on trouve :

$$\begin{cases} \frac{J_0}{K_6} = \tau_1 + \tau_2 \\ \frac{\tau_6 \cdot J_0}{K_6} = \tau_1 \cdot \tau_2 \end{cases}$$

$$\tau_6 = \frac{\tau_1 \cdot \tau_2}{\frac{J_0}{K_6}}$$

$$\tau_6 = \frac{\tau_1 \cdot \tau_2}{\tau_1 + \tau_2}$$

$$K_6 = \frac{J_0}{\tau_1 + \tau_2}$$

Q15 :

À partir de la figure 4a, on trouve :

$$K = 1 \quad \tau_1 = 0,1 \text{ s} \quad \tau_2 = 0,65 \text{ s}$$

Q16 :

On trouve alors :

$$\tau_6 = 0,087 \text{ s}$$

et

$$K_6 = 9,3 \times 10^{-4} \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{s} \cdot \text{rad}^{-1}$$

PARTIE I.4 Modélisation de la chaîne de mesure en position du bras télescopique

Q17 :

Les composants mécaniques qui participent à la mesure de X_C sont ceux qui participent à la transformation de mouvement :

- Le réducteur ;
- Le pignon ;
- La crémaillère

Q18 :

$$X_C(p) = \frac{R}{r} \cdot \theta_{m2}(p) \quad \text{soit} \quad \theta_{m2}(p) = \frac{r}{R} \cdot X_C(p)$$

De plus le codeur a 60 incréments pour un tour soit $2 \cdot \pi$ radians.

$$H_7(p) = \frac{r}{R} \cdot \frac{60}{2 \cdot \pi}$$

Q19 :

On veut un écart nul quand la position réelle X_c est égale à la position de consigne X_{cons} , soit :

$$\varepsilon(p) = H_8(p) \cdot X_{cons}(p) - H_7(p) \cdot X_c(p) = 0$$

Avec

$$X_{cons}(p) = X_c(p)$$

Donc

$$H_8(p) = H_7(p)$$

PARTIE II Vérification des performances du système

Q20 :

$$F_{x25}(p) = H_1(p) \cdot H_2(p) \cdot H_3(p) \cdot X_c(p) = H_{10}(p) \cdot X_c(p)$$

$$H_{10}(p) = H_1(p) \cdot H_2(p) \cdot H_3(p)$$

Q21 :

$$X_A(p) = H_2(p) \cdot H_3(p) \cdot X_c(p) = H_{11}(p) \cdot X_c(p)$$

$$H_{11}(p) = H_2(p) \cdot H_3(p)$$

Q22 :

$$C_{m2}(p) = H_6(p) \cdot H_9(p) \cdot [H_8(p) \cdot X_{cons}(p) - H_7(p) \cdot X_c(p)] = H_6(p) \cdot H_{12}(p) \cdot [X_{cons}(p) - X_c(p)]$$

Avec :

$$H_8(p) = H_7(p)$$

$$H_{12}(p) = H_7(p) \cdot H_9(p)$$

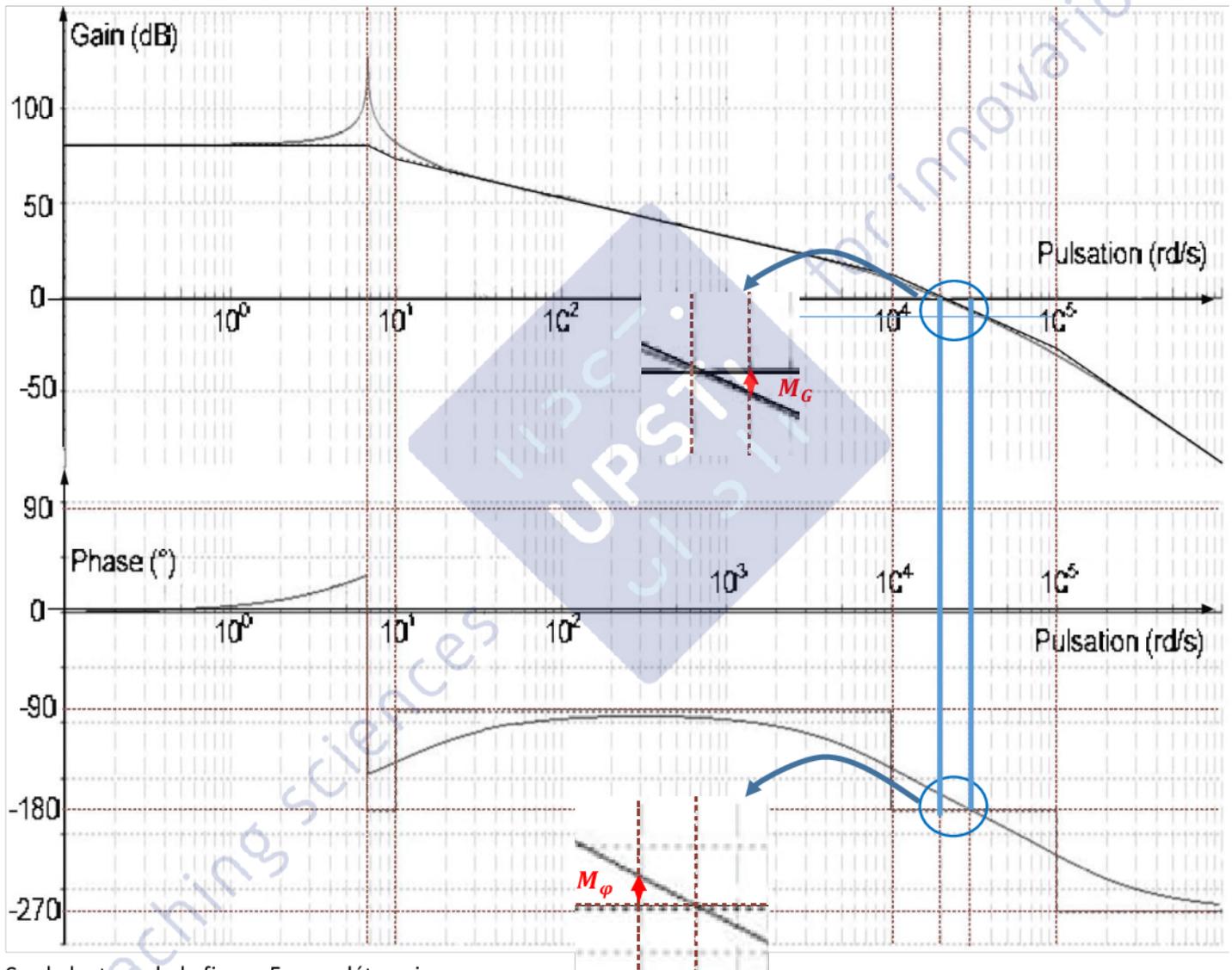
Q23 :

$$H_{13}(p) = \frac{H_5(p)}{1 + H_5(p) \cdot H_{10}(p)}$$

Q24 :

$$\frac{X_A(p)}{X_{cons}(p)} = H_{11}(p) \cdot \frac{H_{12}(p) \cdot H_6(p) \cdot H_4(p) \cdot H_{13}(p)}{1 + H_{12}(p) \cdot H_6(p) \cdot H_4(p) \cdot H_{13}(p)}$$

Q25 :



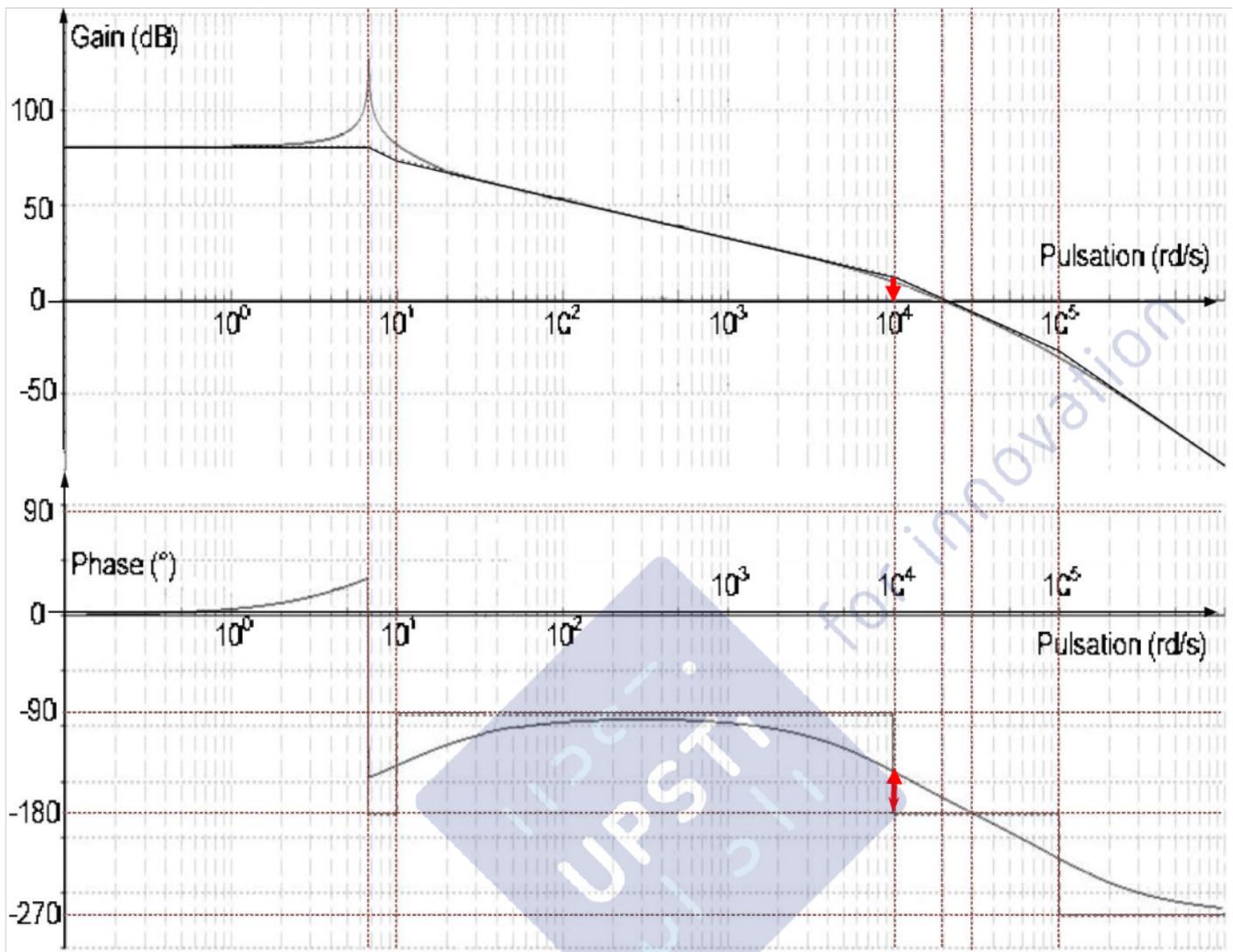
Sur la lecture de la figure 5a, on détermine :

$$M_{\varphi} \approx 20^{\circ}$$
$$M_G \approx 5 \text{ dB}$$

Q26 :

L'exigence « Id25 » de stabilité demande une marge de phase $M_{\varphi} > 45^{\circ}$ et une marge de gain $M_G > 10 \text{ dB}$. Le système ne respecte pas le cahier des charges et peut être instable.

Q27 :



Pour une marge de phase de 45° , il faut que la courbe de gain coupe l'axe des abscisses à cette valeur de pulsation soit $\omega = 10^4 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$.

Graphiquement, on peut en déduire qu'il faut soustraire un gain en décibel d'environ 10 dB . Soit

$$20 \cdot \log K_{p\text{mini}} = -10$$

$$K_{p\text{mini}} = 0,32$$

Q28 :

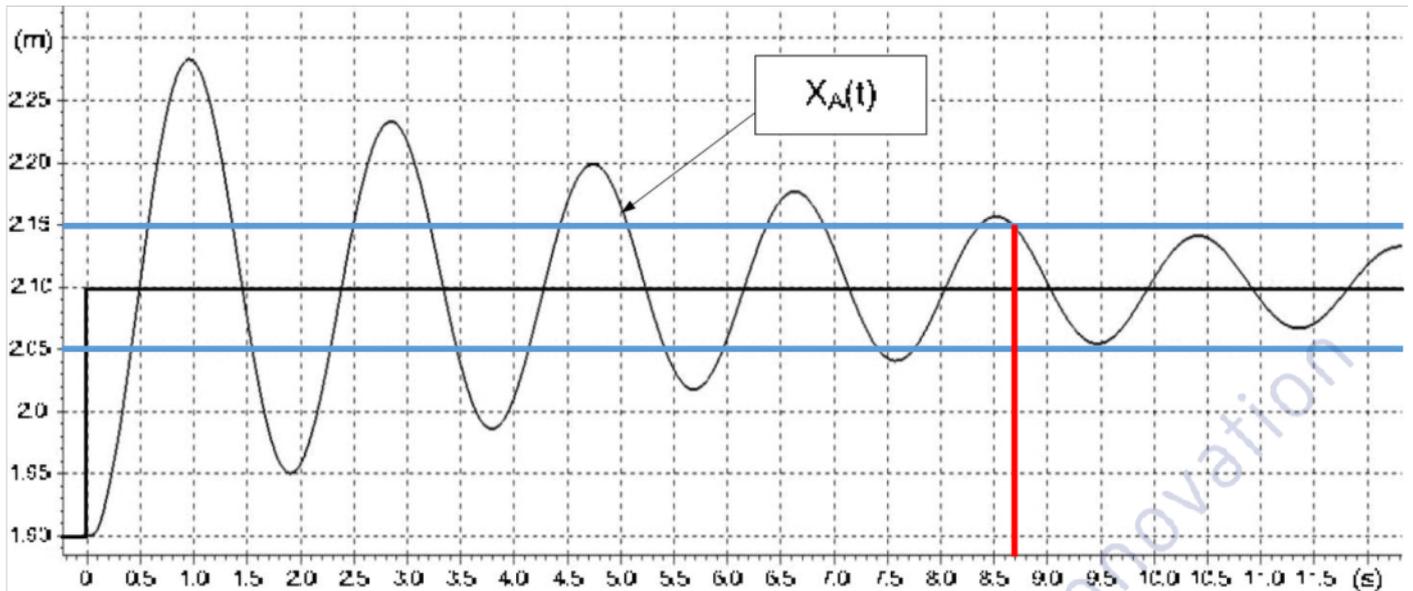
On veut atteindre la position $X_A = 2,1 \text{ m}$ avec une précision donnée par l'exigence « Id=20 » de $\pm 5 \text{ cm}$.

$$2,05 \text{ m} \leq X_A \leq 2,15 \text{ m}$$

Q29 :

L'exigence « Id=15 » demande un temps de position inférieur à 4 s

Q30 :



Graphiquement, le temps de mise en position est de 8,7 s.

Q31 :

Les exigences « $l_d=15$ » et « $l_d=20$ » ne sont donc pas respectées.

PARTIE III.1 Mise en œuvre de la mesure de la position du sabot par stéréovision

Q32 :

À la lecture de la figure 10 on trouve :

$$\tan \theta_1 = -\frac{Z_A + \frac{e}{2}}{X_A}$$

$$\tan \theta_2 = -\frac{Z_A - \frac{e}{2}}{X_A}$$

Q33 :

$$\begin{cases} -\frac{Z_A + \frac{e}{2}}{X_A} = -\frac{n_1 - \frac{N}{2}}{\frac{N}{2}} \\ -\frac{Z_A - \frac{e}{2}}{X_A} = -\frac{n_2 - \frac{N}{2}}{\frac{N}{2}} \end{cases}$$

$$\frac{Z_A - \frac{e}{2}}{Z_A + \frac{e}{2}} = \frac{n_2 - \frac{N}{2}}{n_1 - \frac{N}{2}}$$

$$Z_A \cdot (n_1 - n_2) = \frac{e}{2} \cdot (n_1 + n_2 - N)$$

$$Z_A = \frac{e}{2} \cdot \left(\frac{n_1 + n_2 - N}{n_1 - n_2} \right)$$

$$X_A = \frac{e}{2} \cdot \left(\frac{N}{n_1 - n_2} \right)$$

Q34 :

Application numérique :

$$Z_A = 44 \text{ cm}$$
$$X_A = 256 \text{ cm}$$

Q35 :

```
for j in range(len(ligne)) :  
    denom+=ligne[j]
```

Q36 :

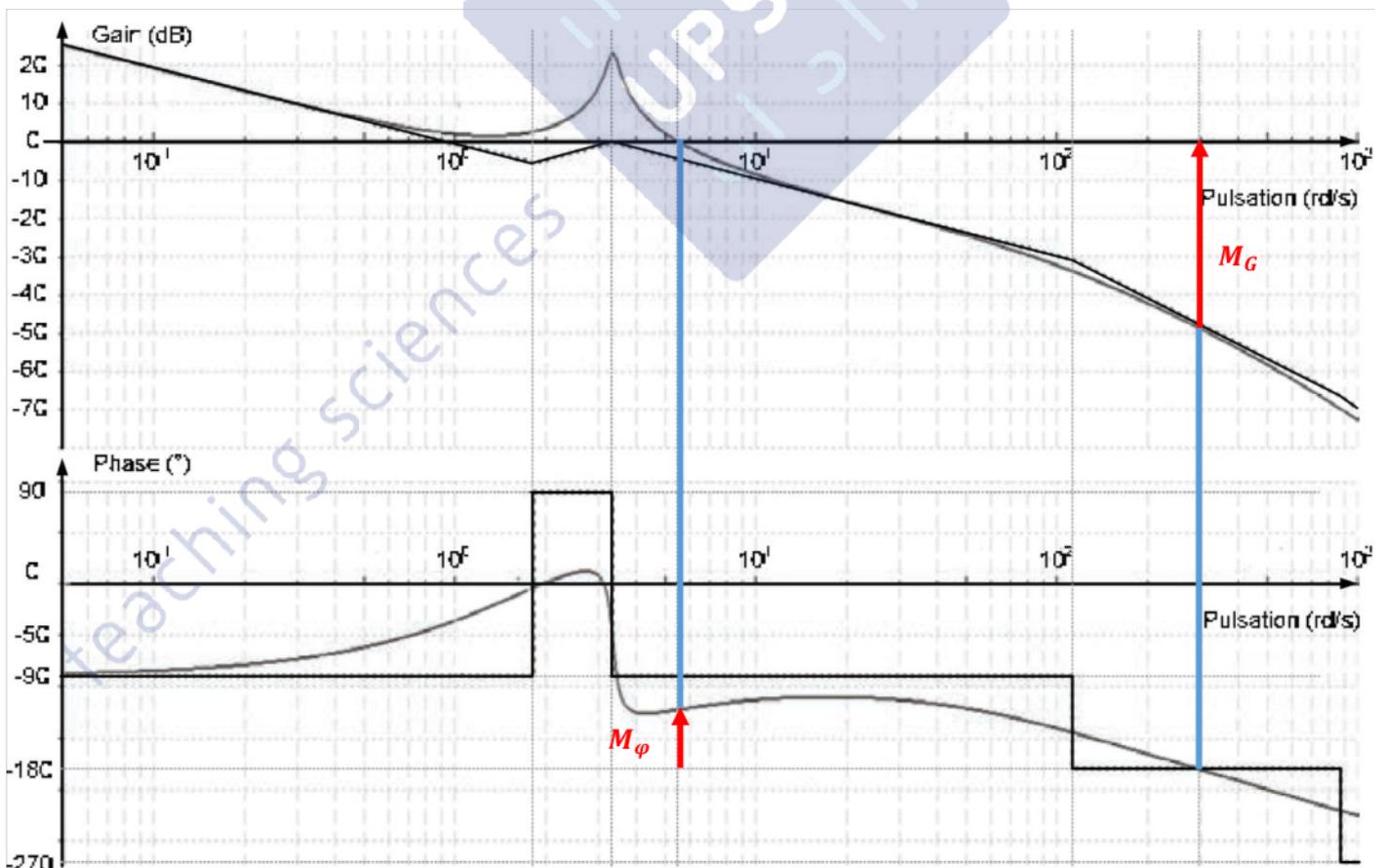
```
nf1=recherche_nf(histogramme(ligne1))  
nf2=recherche_nf(histogramme(ligne2))
```

Q37 :

```
ZA=entraxe/2*(nf1+nf2-N)/(nf1-nf2)  
XA=entraxe/2*N/(nf1-nf2)
```

PARTIE III.2 Influence sur les performances du système de stéréovision

Q38 :



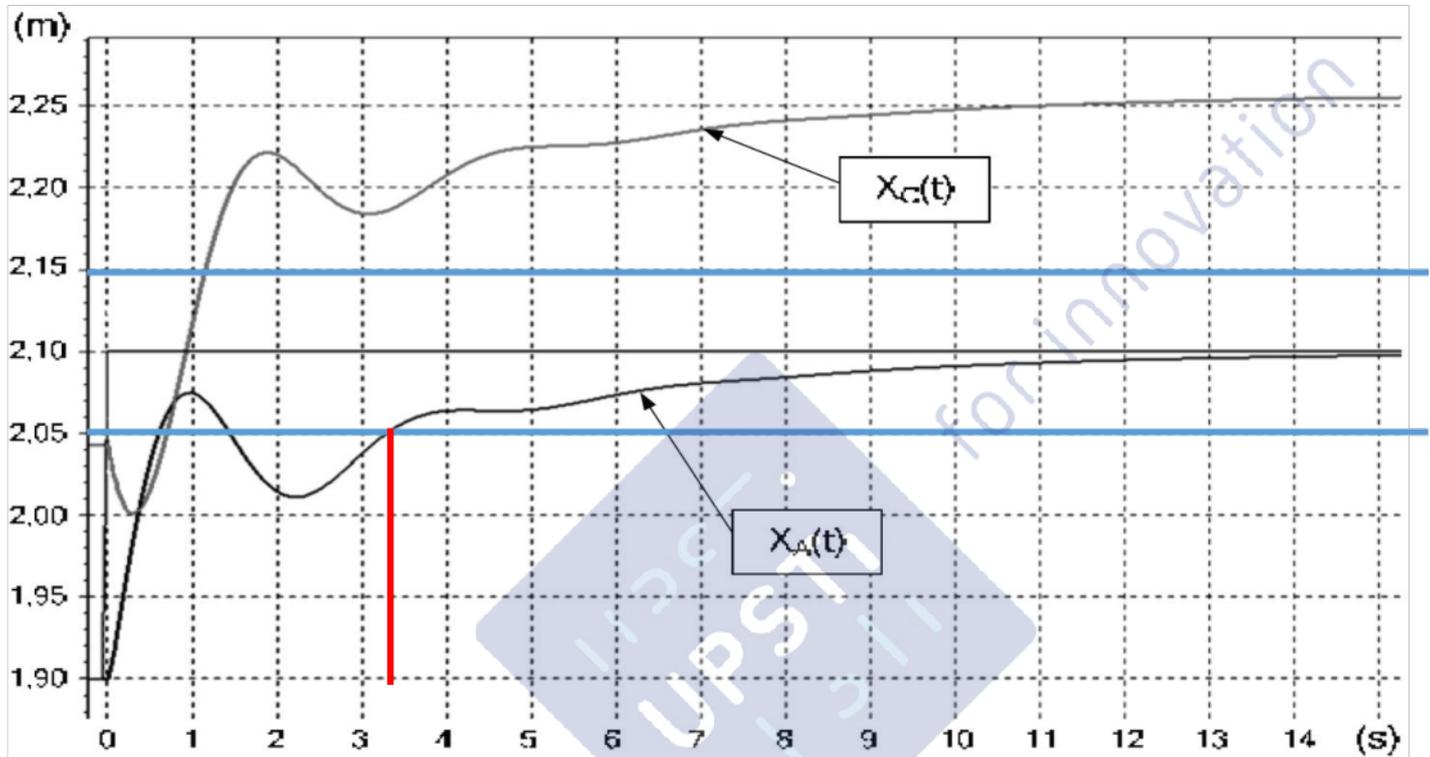
Graphiquement, on trouve :

$$M_\varphi \approx 60^\circ$$
$$M_G \approx 48 \text{ dB}$$

Q39 :

Les marges de gain et de phase valident l'exigence « Id25 » de stabilité, une marge de phase $M_\varphi > 45^\circ$ et une marge de gain $M_G > 10 \text{ dB}$.

Q40 :



Le temps de mise en position de cette nouvelle configuration est $t = 3,2 \text{ s}$

Q41 :

Les exigences « Id=15 » et « Id=20 » sont donc respectées.