

Proposition de corrigé

Concours : Concours Commun Polytechniques

Année : 2011

Filière : PSI

Épreuve : Sciences Industrielles pour l'Ingénieur

Ceci est une proposition de corrigé des concours de CPGE, réalisée bénévolement par des enseignants de Sciences Industrielles de l'Ingénieur et d'Informatique, membres de l'[UPSTI](http://www.upsti.fr) (Union des Professeurs de Sciences et Techniques Industrielles), et publiée sur le site de l'association :

<https://www.upsti.fr/espace-etudiants/annales-de-concours>

A l'attention des étudiants

Ce document vous apportera des éléments de corrections pour le sujet traité, mais n'est ni un corrigé officiel du concours, ni un corrigé détaillé ou exhaustif de l'épreuve en question.

L'UPSTI ne répondra pas directement aux questions que peuvent soulever ces corrigés : nous vous invitons à vous rapprocher de vos enseignants si vous souhaitez des compléments d'information, et à vous adresser à eux pour nous faire remonter vos éventuelles remarques.

Licence et Copyright

Toute représentation ou reproduction (même partielle) de ce document faite sans l'accord de l'UPSTI est **interdite**. Seuls le téléchargement et la copie privée à usage personnel sont autorisés (protection au titre des [droits d'auteur](#)).

En cas de doute, n'hésitez pas à nous contacter à : corrigesconcours@upsti.fr.

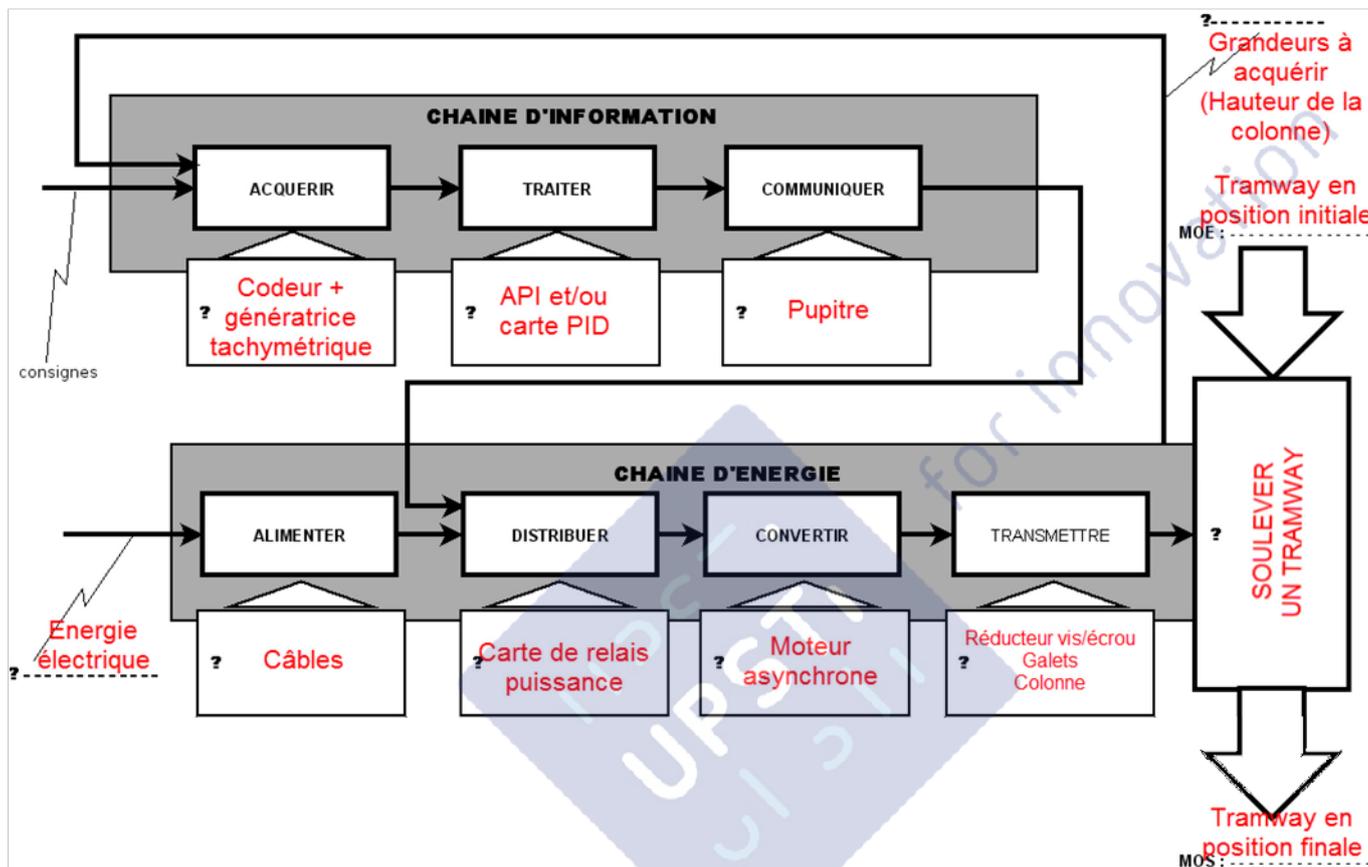
Informez-vous !

Retrouvez plus d'information sur les [Sciences de l'Ingénieur](#), l'[orientation](#), les [Grandes Ecoles](#) ainsi que sur les [Olympiades de Sciences de l'Ingénieur](#) et sur les [Sciences de l'Ingénieur au Féminin](#) sur notre site : www.upsti.fr

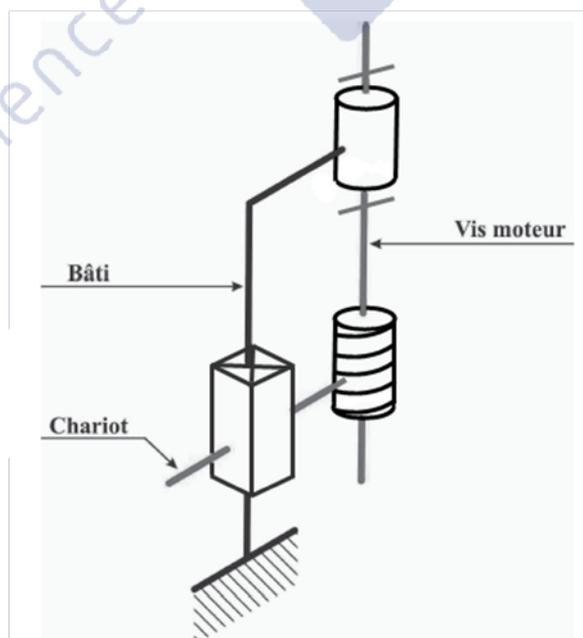
L'équipe UPSTI

Analyse du système de levage

Q1-a : Chaîne fonctionnelle



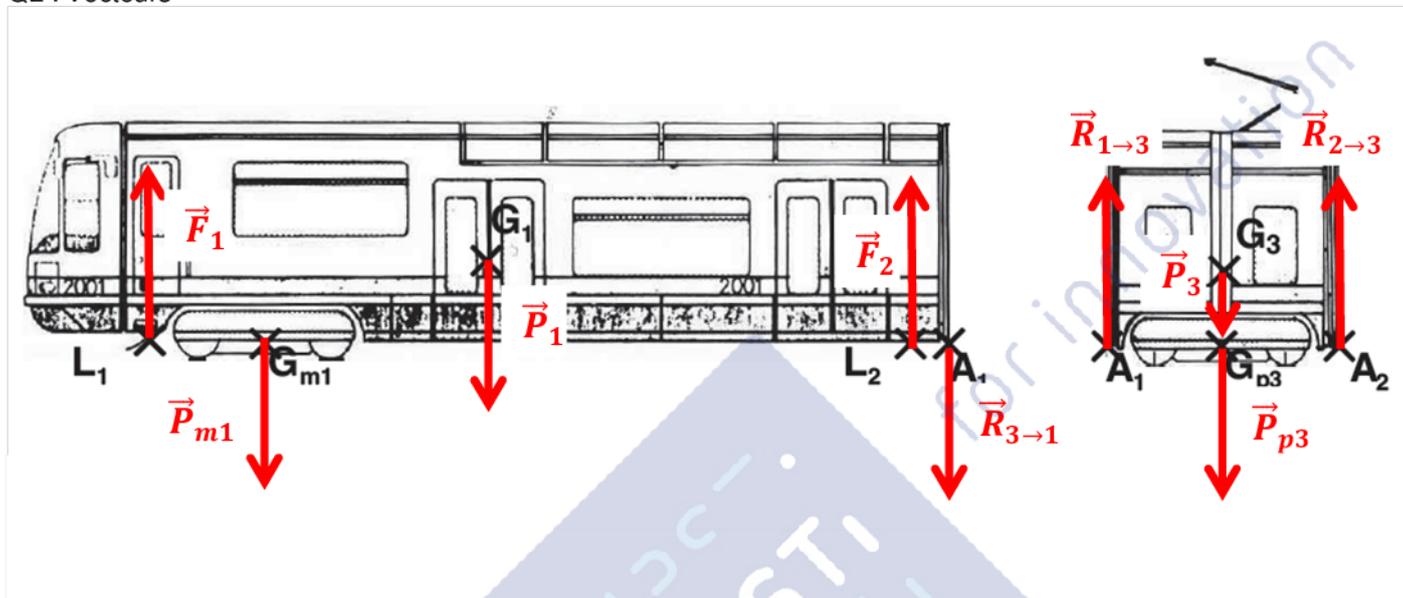
Q1-b : Schéma cinématique



A-Vérification de critères de la F.P.1

A1-Vérification du critère de charge maximale

Q2 : Vecteurs



Q3 : Efforts de levage

a. On isole 3

La symétrie des actions en A_1 et A_2 par rapport à l'axe (G_3G_{p3}) permet de traduire directement le théorème du moment :

$$\vec{R}_{1 \rightarrow 3} = \vec{R}_{2 \rightarrow 3}$$

Le théorème de résultante donne en conséquence :

$$\vec{R}_{1 \rightarrow 3} = -\left(\frac{\vec{P}_3 + \vec{P}_{p3}}{2}\right)$$

$$\text{Soit } \|\vec{R}_{1 \rightarrow 3}\| = 9,81 \cdot \frac{3,1 \cdot 10^3 + 4,3 \cdot 10^3}{2} = 36297 \text{ N.}$$

b. On isole 1

L'équation de moment en L_1 , en projection sur \vec{y} , s'écrit rapidement en utilisant la notion de bras de levier :

$$0 - 1980 \cdot P_{m1} - 5510 \cdot P_1 - 12505 \cdot F_2 + 13280 \cdot \|\vec{R}_{3 \rightarrow 1}\| = 0$$

$$\text{Soit } F_2 = \frac{-1980 \cdot P_{m1} - 5510 \cdot P_1 + 13280 \cdot \|\vec{R}_{3 \rightarrow 1}\|}{12505}, \text{ d'où } F_2 = 64063 \text{ N}$$

De même en L_2 :

$$12505 \cdot F_1 + 10525 \cdot P_{m1} + 6995 \cdot P_1 + 0 + 775 \cdot \|\vec{R}_{3 \rightarrow 1}\| = 0$$

$$\text{Soit } F_1 = \frac{-10525 \cdot P_{m1} - 6995 \cdot P_1 - 775 \cdot \|\vec{R}_{3 \rightarrow 1}\|}{12505}, \text{ d'où } F_1 = 116156 \text{ N}$$

Les colonnes 1 sont donc les plus chargées et chacun supporte $\frac{F_1}{2} = 58078 \text{ N}$. Cette action est bien inférieure à la charge maximale de 8,2 tonnes indiquée dans le cahier des charges fonctionnel.

A2- Dimensionnement du moteur électrique

Q4 : Vitesse de rotation du moteur

a. Vitesses de rotation et rapports de transmission

Pour l'engrenage cylindrique, les lois de transmission s'élaborent directement :

$$\vec{\Omega}_{2/0} = \dot{\theta}_2 \cdot \vec{x}_0 = -\frac{Z_{12}}{Z_{21}} \cdot \dot{\theta}_1 \cdot \vec{x}_0$$

Pour obtenir le signe du rapport de transmission du renvoi conique, on peut écrire une loi de composition des vitesses en tenant compte du roulement sans glissement au point de contact M entre les cercles primitifs des dentures :

$$\vec{V}(M \in 3/2) = \vec{0} \Rightarrow \dot{\theta}_3 \cdot \vec{z}_0 \wedge \left(-\frac{Z_{32}}{2} \cdot \vec{x}_0\right) - \dot{\theta}_2 \cdot \vec{x}_0 \wedge \left(-\frac{Z_{23}}{2} \cdot \vec{z}_0\right) = \vec{0}$$

En projection sur \vec{y}_0 , on obtient $-\dot{\theta}_3 \cdot \frac{Z_{32}}{2} - \dot{\theta}_2 \cdot \frac{Z_{23}}{2} = 0$.

D'où :

$$\vec{\Omega}_{3/0} = \dot{\theta}_3 \cdot \vec{z}_0 = -\frac{Z_{23}}{Z_{32}} \cdot \dot{\theta}_2 \cdot \vec{z}_0 = \frac{Z_{12} \cdot Z_{23}}{Z_{21} \cdot Z_{32}} \cdot \dot{\theta}_1 \cdot \vec{z}_0$$

Enfin, si le pas de la vis est à droite :

$$V_L = \dot{z}_4 = -\frac{p_{34}}{2\pi} \cdot \dot{\theta}_3 = -\frac{p_{34}}{2\pi} \cdot \frac{Z_{12} \cdot Z_{23}}{Z_{21} \cdot Z_{32}} \cdot \dot{\theta}_1$$

L'application numérique donne :

$$\begin{aligned} r_{12} &= -0,208 \\ r_{23} &= -0,4 \\ r_{34} &= -7,96 \cdot 10^{-4} \text{ m} \\ r_g &= -6,37 \cdot 10^{-5} \text{ m} \end{aligned}$$

b. Vitesse de rotation du moteur

Le cahier des charges impose une vitesse de montée $V_L = 10^{-2} \text{ m/s}$, soit :

$$\dot{\theta}_1 = \frac{10^{-2}}{6,36 \cdot 10^{-5}} = 157,2 \text{ rad/s} = 1501 \text{ tr/min}$$

Cette vitesse est supérieure à la vitesse nominale. De plus, elle correspond à la vitesse à vide du moteur. Le moteur ne peut donc pas entraîner la colonne à la vitesse de 10 mm/s.

Q5 : Etude cinétique

a. Energies cinétiques

Les mouvements considérés sont des rotations autour d'axes fixes et une translation rectiligne, les expressions des énergies s'obtiennent directement, d'autant plus que les ensembles en rotation possèdent chacun une symétrie de révolution autour de leurs axes de rotation respectifs (opérateurs d'inertie caractéristiques).

$$\begin{aligned} T_{1/R_0} &= \frac{1}{2} \cdot A_1 \cdot \dot{\theta}_1^2 \\ T_{2/R_0} &= \frac{1}{2} \cdot A_2 \cdot \dot{\theta}_2^2 = \frac{1}{2} \cdot A_2 \cdot r_{12}^2 \cdot \dot{\theta}_1^2 \\ T_{3/R_0} &= \frac{1}{2} \cdot A_3 \cdot \dot{\theta}_3^2 = \frac{1}{2} \cdot A_3 \cdot r_{12}^2 \cdot r_{23}^2 \cdot \dot{\theta}_1^2 \\ T_{4/R_0} &= \frac{1}{2} \cdot M_4 \cdot \dot{z}_4^2 = \frac{1}{2} \cdot M_4 \cdot r_{12}^2 \cdot r_{23}^2 \cdot r_{34}^2 \cdot \dot{\theta}_1^2 \\ T_{5/R_0} &= \frac{1}{2} \cdot M_5 \cdot \dot{z}_4^2 = \frac{1}{2} \cdot M_5 \cdot r_{12}^2 \cdot r_{23}^2 \cdot r_{34}^2 \cdot \dot{\theta}_1^2 \end{aligned}$$

b. Comparaison – Inerties équivalentes ramenées à l'arbre moteur

On détermine pour chaque mouvement l'énergie cinétique ressentie du point de vue du moteur :

$$\begin{aligned}\frac{2 \cdot T_{1/R_0}}{\dot{\theta}_1^2} &= 10,5 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \\ \frac{2 \cdot T_{2/R_0}}{\dot{\theta}_1^2} &= 70,1 \cdot 10^{-5} \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \\ \frac{2 \cdot T_{3/R_0}}{\dot{\theta}_1^2} &= 94,1 \cdot 10^{-6} \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \\ \frac{2 \cdot T_{4/R_0}}{\dot{\theta}_1^2} &= 95,2 \cdot 10^{-9} \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \\ \frac{2 \cdot T_{5/R_0}}{\dot{\theta}_1^2} &= 26,3 \cdot 10^{-6} \text{ kg} \cdot \text{m}^2\end{aligned}$$

On conclut donc que les inerties, donc les énergies cinétiques, des solides autres que 1, ramenées sur l'arbre moteur, sont négligeables face à celle du solide 1. On remarque cependant que la somme de toutes les inerties autres que celle de 1 représente 7% de l'inertie totale du mécanisme.

c. Rendement

Le rendement mécanique du système est $\eta_g = \eta_{12} \cdot \eta_{13} \cdot \eta_{34} = 0,324$.

d. Puissance perdue

Il vient que la puissance perdue est la puissance fournie par le moteur dont on soustrait la puissance disponible en sortie :

$$P_p = P_m \cdot (1 - \eta_g)$$

Q6 : Couple moteur

On isole $S = \{1; 2; 3; 4; 5\}$ et on applique le théorème de l'énergie cinétique, dans le repère R_0 supposé galiléen.

- $T_{S/R_0} = T_{1/R_0} = \frac{1}{2} \cdot A_1 \cdot \dot{\theta}_1^2$, soit $\frac{dT_{S/R_0}}{dt} = A_1 \cdot \dot{\theta}_1 \cdot \ddot{\theta}_1$
- Puissances :
 - Moteur : $P_m = C_m \cdot \dot{\theta}_1$
 - Poids : $P(\text{terre} \rightarrow S / R_0) = -M_5 \cdot g \cdot \dot{z}_4 = -M_5 \cdot g \cdot r_g \cdot \dot{\theta}_1$ (seule la masse de 5 est considérée)
 - Inter efforts (pertes) : $-P_p = -P_m \cdot (1 - \eta_g) = -C_m \cdot \dot{\theta}_1 \cdot (1 - \eta_g)$
- Théorème de l'énergie cinétique :

$$\begin{aligned}\frac{dT_{S/R_0}}{dt} &= P_m + P(\text{terre} \rightarrow S / R_0) - P_p \\ A_1 \cdot \dot{\theta}_1 \cdot \ddot{\theta}_1 &= C_m \cdot \dot{\theta}_1 - M_5 \cdot g \cdot r_g \cdot \dot{\theta}_1 - C_m \cdot \dot{\theta}_1 \cdot (1 - \eta_g)\end{aligned}$$

$$\text{D'où } C_m = \frac{A_1 \ddot{\theta}_1 + M_5 \cdot g \cdot r_g}{\eta_g}$$

Q7 : Phase de montée à vitesse constante

a. Expression de C_m

En montée à vitesse constante, on a $\dot{z}_4 = \text{cste}$, soit $\ddot{\theta}_1 = 0$, d'où $C_m = \frac{M_5 \cdot g \cdot r_g}{\eta_g}$.

Après application numérique, $C_m = 11,554 \text{ N} \cdot \text{m}$.

b. Comparaison

Cette valeur de couple est inférieure à M_N , la vitesse de rotation du moteur sera donc supérieure à sa vitesse nominale.

c. Choix du moteur

Si on exprime C_m en $N \cdot m$ et N_m en tr / min , on obtient à partir de la courbe couple/vitesse :

$$C_m = -0,145 \cdot N_m + 217,5$$

Donc, pour la valeur de C_m calculée précédemment, $N_m = 1420 \text{ tr/min} = 148,7 \text{ rad/s}$.

D'où $V_L = r_g \cdot \dot{\theta}_1 = 9,46 \cdot 10^{-3} \text{ m/s}$, la vitesse de montée est donc inférieure au critère maximale du cahier des charges. Le moteur convient donc à cette utilisation.

Q8 : Phase de démarrage

a. Accélération

En reprenant la question Q6, $C_m = \frac{A_1 \cdot \ddot{\theta}_1 + M_5 \cdot g \cdot r_g}{\eta_g}$, soit, en faisant l'application numérique :

$$C_m = \frac{10,5 \cdot 10^{-3} \cdot \ddot{\theta}_1 + 6000 \cdot 6,36 \cdot 10^{-5} \cdot 9,81}{0,324}$$

b. Durée du démarrage

Durant cette phase, on a $C_m = M_D = 2,5 \cdot M_N = 36,25 \text{ N} \cdot m$.

En application de l'expression précédente, $\ddot{\theta}_1 = 762,0 \text{ rad/s}^2$, d'où $\ddot{z}_4 = 0,0485 \text{ m/s}^2$.

Soit Δt_d la durée du démarrage. Avec une accélération constante, pour atteindre la vitesse V_L , on a $\ddot{z}_4 \cdot \Delta t_d = V_L$.

D'où $\Delta t_d = \frac{V_L}{\ddot{z}_4} = 1,95 \cdot 10^{-1} \text{ s}$, le critère de durée de démarrage est donc respecté, le choix du moteur est pertinent de ce point de vue.

B- Vérification du critère de la F.C.2

B1- Vérification du critère de non-basculement

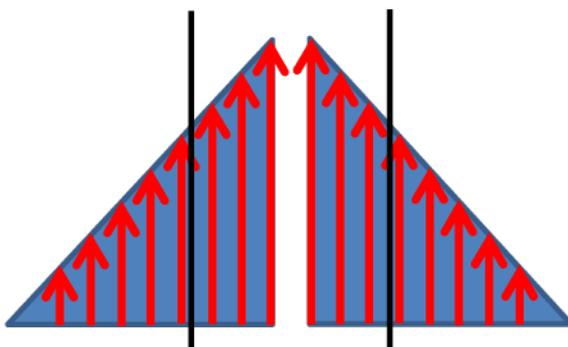
Q9 : Valeurs extrêmes

La première réponse possible est $d_{min} = e$ et $d_{max} = e + L$. Pour ces deux valeurs limites, la surface de contact est réduite à un point et la colonne est en équilibre sous l'action de deux glisseurs. La pression de contact devient théoriquement infinie.

Remarque :

Si cependant on prend pour hypothèse la répartition de pression proposée et qu'on s'impose $q_1 > 0$ et $q_2 > 0$, on rencontre deux situations extrêmes :

- $q_1 = 0$ et $q_2 \neq 0$
- $q_1 \neq 0$ et $q_2 = 0$



Dans les deux cas, les actions de pression du sol se réduisent à un glisseur dont le support, vertical, passe par le barycentre du triangle formé par le champ de pression. Pour que la colonne soit en équilibre, il est nécessaire que le support de $\vec{F}_{T \rightarrow C}$ soit confondu avec le support des actions de pression.

On en déduit donc :

$$\begin{cases} d_{min} = e + \frac{L}{3} \\ d_{max} = e + \frac{2 \cdot L}{3} \end{cases}$$

Pour atteindre les deux valeurs extrêmes $d_{min} = e$ et $d_{max} = e + L$, il faut changer le modèle de répartition.

B2- Vérification du critère de pression maximale au sol

Q10 : Pression maximale

On a deux inconnues, q_1 et q_2 .

- Equation de résultante :

Soit S la surface d'appui de la colonne, d'élément de surface dS .

On a $\vec{F}_{T \rightarrow C} + \iint_S q(y) \cdot \vec{z} \cdot dS = \vec{0}$,

$$\text{soit } \iint_S q(y) \cdot dS = 2 \cdot b \cdot \int_e^{e+L} q(y) \cdot dy = F_{T \rightarrow C}.$$

Or, $q(y) = a \cdot y + b$, avec $a = \frac{q_2 - q_1}{L}$ et $b = q_1 - \frac{q_2 - q_1}{L} \cdot e$.

On peut effectuer un changement de variable en $Y = y - e$, soit $dY = dy$.

On a alors $\int_e^{e+L} q(y) \cdot dy = \int_0^L q(Y + e) \cdot dY = \int_0^L \left(\frac{q_2 - q_1}{L} \cdot Y + q_1 \right) \cdot dY = \frac{q_1 + q_2}{2} \cdot L$. On obtient la même expression en considérant l'aire du trapèze formé par les $q(y)$.

On obtient en conséquence une première équation : $F_{T \rightarrow C} = b \cdot L \cdot (q_1 + q_2)$.

- Equation de moment :
 - Toutes les actions étant portées par l'axe \vec{z} , aucun moment n'aura de composante sur cet axe.
 - La symétrie de plan (\vec{y}, \vec{z}) impose que les moments déterminés dans ce plan n'ont pas de composante en \vec{y} .
 - On ne s'intéresse donc, conformément à la recommandation du sujet, qu'à la composante de moment en \vec{x} .

On a $\vec{M}(0, \vec{F}_{T \rightarrow C}) + \vec{M}(0, \text{sol} \rightarrow \text{colonne}) = \vec{0}$

En appliquant la notion de bras de levier, $\vec{M}(0, \vec{F}_{T \rightarrow C}) = -(d - e) \cdot F_{T \rightarrow C} \cdot \vec{x}$

Soit M un point de la surface S .

$$\begin{aligned} \vec{M}(0, \text{sol} \rightarrow \text{colonne}) &= \iint_S (q(y) \cdot \vec{z}) \wedge \vec{MO} \cdot dS = 2 \cdot b \cdot \int_e^{e+L} (q(y) \cdot \vec{z}) \wedge ((e - y) \cdot \vec{y}) \cdot dy \\ &= 2 \cdot b \cdot \int_e^{e+L} (y - e) \cdot q(y) \cdot \vec{x} \cdot dy \end{aligned}$$

En effectuant le changement de variable précédent :

$$\int_e^{e+L} (y - e) \cdot q(y) \cdot dy = \int_0^L Y \cdot \left(\frac{q_2 - q_1}{L} \cdot Y + q_1 \right) \cdot dY = L^2 \cdot \frac{2 \cdot q_2 + q_1}{6}$$

On obtient en conséquence une seconde équation : $(d - e) \cdot F_{T \rightarrow C} = b \cdot L^2 \cdot \frac{2 \cdot q_2 + q_1}{3}$

- Résolution :

On obtient donc :

$$\begin{cases} q_1 = \frac{F_{T \rightarrow C} \cdot (2 \cdot L - 3 \cdot (d - e))}{b \cdot L^2} \\ q_2 = \frac{F_{T \rightarrow C} \cdot (3 \cdot (d - e) - L)}{b \cdot L^2} \end{cases}$$

Remarque :

Ces expressions sont en accord avec la remarque de la question 9 :

- q_1 n'est positif que si $d < e + \frac{2 \cdot L}{3}$
- q_2 n'est positif que si $d > e + \frac{L}{3}$

Application numérique :

Dans la situation proposée :

$$\begin{cases} q_1 = 0,075 \text{ MPa} \\ q_2 = 0,425 \text{ MPa} \end{cases}$$

Le critère de pression maximale est respecté.

C- Etude du critère de coplanéité

C1- Justification du pilotage des moteurs

Q11- Démarrages

a. Vitesses

On a déjà établi $C_m = -0,145 \cdot N_m + 217,5$, soit $N_m = \frac{C_m - 217,5}{-0,145}$.

$$\begin{aligned} N_{m1} &= 1400 \text{ tr/min} = 146,6 \text{ rad/s} \\ N_{m2} &= 1451 \text{ tr/min} = 152,0 \text{ rad/s} \end{aligned}$$

En utilisant le rapport r_g :

$$\begin{aligned} V_1 &= 9,32 \text{ m/s} \\ V_2 &= 9,67 \text{ m/s} \end{aligned}$$

b. Nombre de démarrages

On néglige la durée de démarrage (rappel $\Delta t_d = 0,2 \text{ s}$). On a donc :

$$\begin{aligned} h_1 &= V_1 \cdot t \\ h_2 &= V_2 \cdot t \end{aligned}$$

Soit $h_2 - h_1 = (V_2 - V_1) \cdot \Delta t$. Cette différence de hauteur atteint 10^{-2} m pour $\Delta t = 28,57 \text{ s}$, avec les valeurs de vitesses calculées précédemment.

D'où $\Delta h_2 = 0,276 \text{ m}$, soit un nombre n_d de démarrages $n_d = \frac{1,5}{0,274} = 5,5$, soit en valeur entière, 6 démarrages pour la course donnée. Ce mode de fonctionnement n'est pas satisfaisant.

C2 et C3- Etude de la commande du système

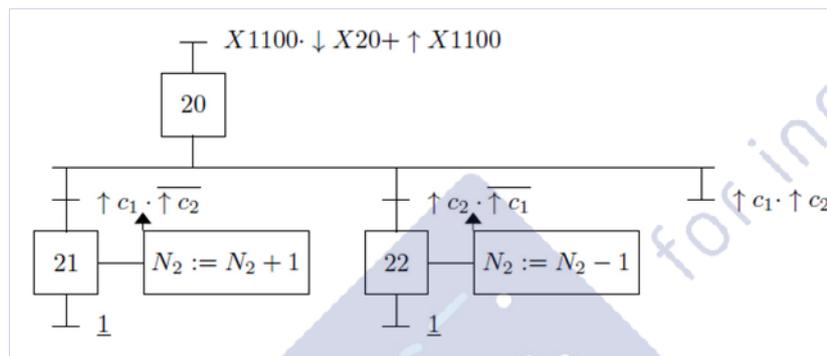
Q12- Ecart de hauteur maximal

Pour que deux colonnes quelconques aient un écart de hauteur au maximum de 20mm, un écart maximal de 10mm est nécessaire par rapport à la colonne de référence.

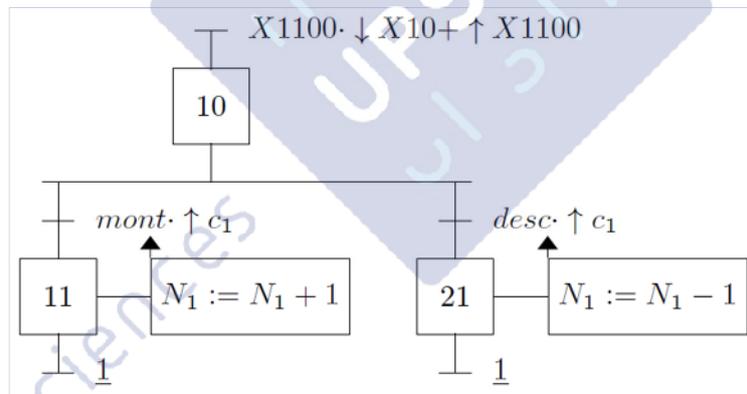
C2- Etude partielle d'un modèle de commande séquentielle

Q13-Grafcet de comptage

a. Compteur N_2



b. Compteur N_1



Q14- Réceptivités

a. Grafcet GM2

La condition C est vraie lorsque la colonne arrive en bout de course, le moteur doit alors être arrêté. La condition A traduit l'autre situation d'arrêt de la colonne, quand l'écart avec la colonne de référence est nul. Soit, sous forme de prédicat :

$$A = [N_2 = 0]$$

De même, la condition B traduit la situation de redémarrage du moteur, quand l'écart devient trop important, soit :

$$B = [N_2 = 5]$$

b. Grafcet GM1

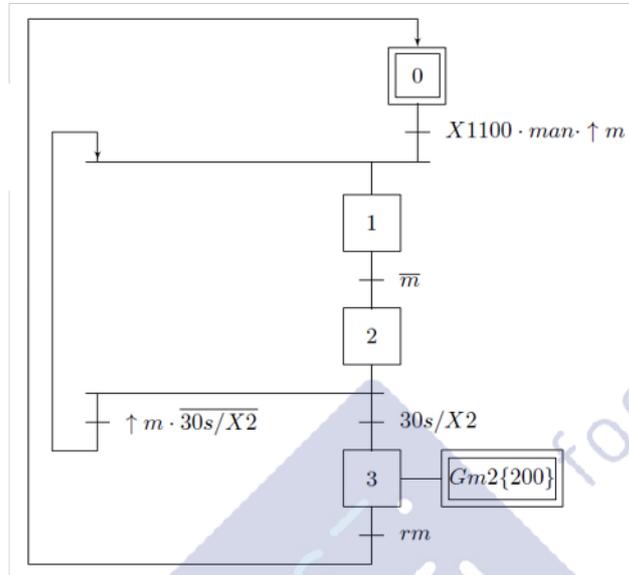
F a la même signification pour la colonne 1, que A pour la colonne 2. La condition D traduit l'autre situation d'arrêt de la colonne, quand l'écart avec la colonne 2 est maximal. Soit, sous forme de prédicat :

$$D = [N_2 = 10]$$

De même, la condition E traduit la situation de redémarrage du moteur, quand l'écart revient dans une fourchette acceptable :

$$E = [N_2 \leq 5]$$

Q15- Mise en sécurité



Q16- Gestion par encapsulation



L'étape 1100 étant encapsulante, il suffit de marquer les coins de l'étape.

Il faut encadrer les grafcet encapsulés et indiquer en haut à gauche le numéro de l'étape encapsulante.

Les étapes 200 et 20 des grafcet respectifs GM2 et GC2 perdent leurs valeurs d'étapes initiales, mais doivent être activées au moment où l'étape 1100 est activée. On l'indique par des étoiles placées à côté de l'étape.



C3- Etude partielle d'un modèle de commande continue

Première étude : Tension d'alimentation

Q17- Système non perturbé

a. Fonction de transfert

La formule de Black permet d'obtenir :

$$H_1(p) = \lambda \cdot \frac{\frac{K_m}{(R + L \cdot p) \cdot (f_v + J \cdot p)}}{1 + \frac{K_m \cdot K_e}{(R + L \cdot p) \cdot (f_v + J \cdot p)}}$$

Sous forme canonique :

$$H_1(p) = \frac{\frac{\lambda \cdot K_m}{R \cdot f_v + K_m \cdot K_e}}{1 + \frac{(R \cdot J + L \cdot f_v)}{R \cdot f_v + K_m \cdot K_e} \cdot p + \frac{L \cdot J}{R \cdot f_v + K_m \cdot K_e} \cdot p^2}$$

b. Valeur finale

Soit $V_{s\infty 1}$ la valeur finale de V_s pour le système non perturbé. On a :

$$V_{s\infty 1} = \lim_{p \rightarrow 0} \left(p \cdot \frac{U_{sat-vide}}{p} \cdot H_1(p) \right) = \frac{\lambda \cdot K_m \cdot U_{sat-vide}}{R \cdot f_v + K_m \cdot K_e}$$

c. Tension à vide

On a donc $U_{sat-vide} = \frac{V_{s\infty 1} \cdot (R \cdot f_v + K_m \cdot K_e)}{\lambda \cdot K_m} = 223,8 V$.

Q18- Système soumis à la seule perturbation

a. Fonction de transfert

On a :

$$H_2(p) = -\lambda \cdot \frac{\frac{1}{(f_v + J \cdot p)}}{1 + \frac{K_m \cdot K_e}{(f_v + J \cdot p) \cdot (R + L \cdot p)}}$$

Soit, sous forme canonique :

$$H_2(p) = \frac{\frac{\lambda \cdot R \cdot \left(1 + \frac{L}{R} \cdot p\right)}{(R \cdot f_v + K_m \cdot K_e)}}{1 + \frac{(R \cdot J + L \cdot f_v)}{R \cdot f_v + K_m \cdot K_e} \cdot p + \frac{L \cdot J}{R \cdot f_v + K_m \cdot K_e} \cdot p^2}$$

b. Valeur finale

Soit $V_{s\infty 2}$ la valeur finale de V_s pour le système soumis à la seule perturbation. On a :

$$V_{s\infty 2} = \lim_{p \rightarrow 0} \left(p \cdot \frac{C_r}{p} \cdot H_2(p) \right) = -\frac{\lambda \cdot R \cdot C_r}{(R \cdot f_v + K_m \cdot K_e)}$$

c. Application numérique

On obtient alors $V_{s\infty 2} = -1,15 \cdot 10^{-3} m/s$

Q19- Système perturbé, principe de superposition

a. Tension sous charge

Pour compenser la perte de vitesse $V_{s\infty 2}$, on doit appliquer une tension supplémentaire ΔU_{sat} . La question Q17-b permet d'écrire :

$$\Delta U_{sat} = -\frac{V_{s\infty 2} \cdot (R \cdot f_v + K_m \cdot K_e)}{\lambda \cdot K_m}$$

D'où $U_{sat-charge} = U_{sat-vide} + \Delta U_{sat} = \frac{(V_{s\infty 1} - V_{s\infty 2}) \cdot (R \cdot f_v + K_m \cdot K_e)}{\lambda \cdot K_m}$

b. Application numérique

Donc $U_{sat-charge} = 249,5 V$.

c. Correcteur

Un correcteur proportionnel-intégral augmente la classe du système, qui passe à 1. L'erreur statique est donc nulle, sous réserve de stabilité. Ce correcteur, placé en amont de la perturbation, annule également l'effet de celle-ci.

Deuxième étude : Couplage

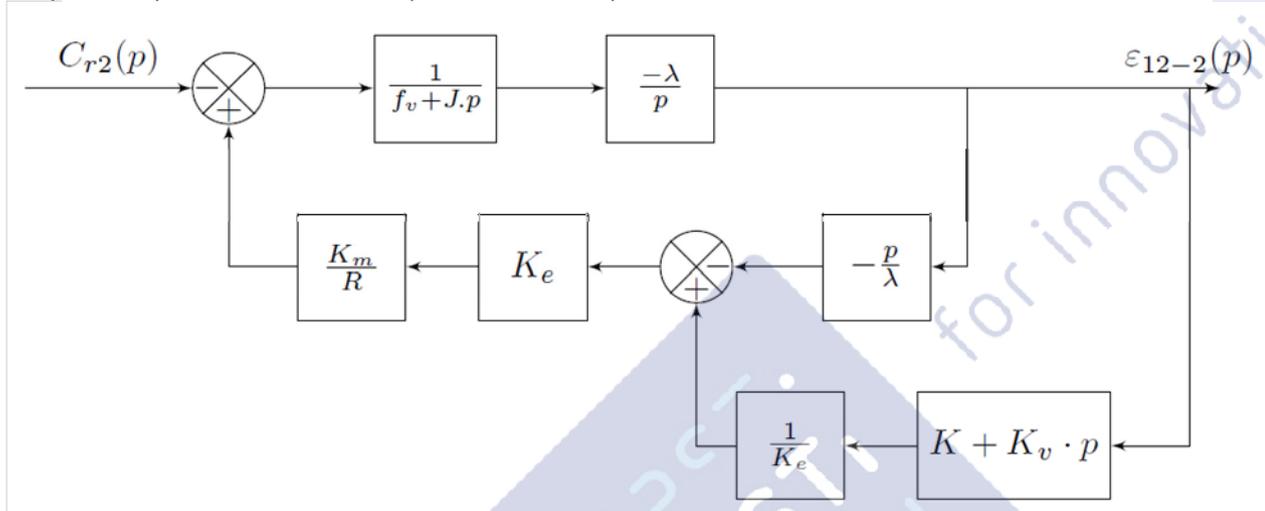
Q20- Pertinence du correcteur

L'utilisation d'un correcteur à caractère intégral va poser un problème de stabilité.

Q21- Ecart de position entre colonnes

a. Expression

On peut adapter le schéma-blocs pour une lecture plus directe :



Une lecture du schéma-blocs permet alors d'écrire :

$$\varepsilon_{12-2}(p) = \frac{1}{(f_v + J \cdot p)} \cdot \left(-\frac{\lambda}{p} \right) \cdot \left(-C_{r2}(p) + \frac{K_m}{R} \cdot K_e \cdot \left(\frac{(K + K_v \cdot p)}{K_e} - \left(-\frac{p}{\lambda} \right) \right) \cdot \varepsilon_{12-2}(p) \right)$$

On isole alors ε_{12-2} et C_{r2} , en on obtient :

$$\varepsilon_{12-2}(p) = \frac{C_{r2}(p) \cdot R \cdot \lambda}{p \cdot [R \cdot (f_v + J \cdot p) + K_m \cdot (K_e + \lambda \cdot K_v)] + \lambda \cdot K_m \cdot K}$$

b. Valeur du gain

On a donc :

$$\varepsilon_{12}(p) = \frac{(C_{r2}(p) - C_{r1}(p)) \cdot R \cdot \lambda}{p \cdot [R \cdot (f_v + J \cdot p) + K_m \cdot (K_e + \lambda \cdot K_v)] + \lambda \cdot K_m \cdot K}$$

La valeur finale $\varepsilon_{12\infty}$ de l'écart de position est donc $\varepsilon_{12\infty} = \Delta C_r \cdot \frac{R}{K_m \cdot K}$, soit :

$$K = \Delta C_r \cdot \frac{R}{K_m \cdot \varepsilon_{12\infty}}$$

Pour avoir un écart de 5mm maximal pour $\Delta C_r = 2 N \cdot m$, on doit donc avoir $K > 857 V / m$, sous réserve que la réponse temporelle ne présente pas de dépassement.On calcule, pour ce système du second ordre, avec la valeur de gain ci-dessus, une pulsation propre non amortie $\omega_0 = 1,13 \text{ rad} / \text{s}$ et un coefficient d'amortissement $\xi = 14$: le système ne présente pas de dépassement, mais a un temps de réponse à 5% de 70s environ.