

Proposition de corrigé

Concours : Concours Commun Mines-Ponts

Année : 2012

Filière : MP

Épreuve : Sciences Industrielles pour l'Ingénieur

Ceci est une proposition de corrigé des concours de CPGE, réalisée bénévolement par des enseignants de Sciences Industrielles de l'Ingénieur et d'Informatique, membres de l'[UPSTI](http://www.upsti.fr) (Union des Professeurs de Sciences et Techniques Industrielles), et publiée sur le site de l'association :

<https://www.upsti.fr/espace-etudiants/annales-de-concours>

A l'attention des étudiants

Ce document vous apportera des éléments de corrections pour le sujet traité, mais n'est ni un corrigé officiel du concours, ni un corrigé détaillé ou exhaustif de l'épreuve en question.

L'UPSTI ne répondra pas directement aux questions que peuvent soulever ces corrigés : nous vous invitons à vous rapprocher de vos enseignants si vous souhaitez des compléments d'information, et à vous adresser à eux pour nous faire remonter vos éventuelles remarques.

Licence et Copyright

Toute représentation ou reproduction (même partielle) de ce document faite sans l'accord de l'UPSTI est **interdite**. Seuls le téléchargement et la copie privée à usage personnel sont autorisés (protection au titre des [droits d'auteur](#)).

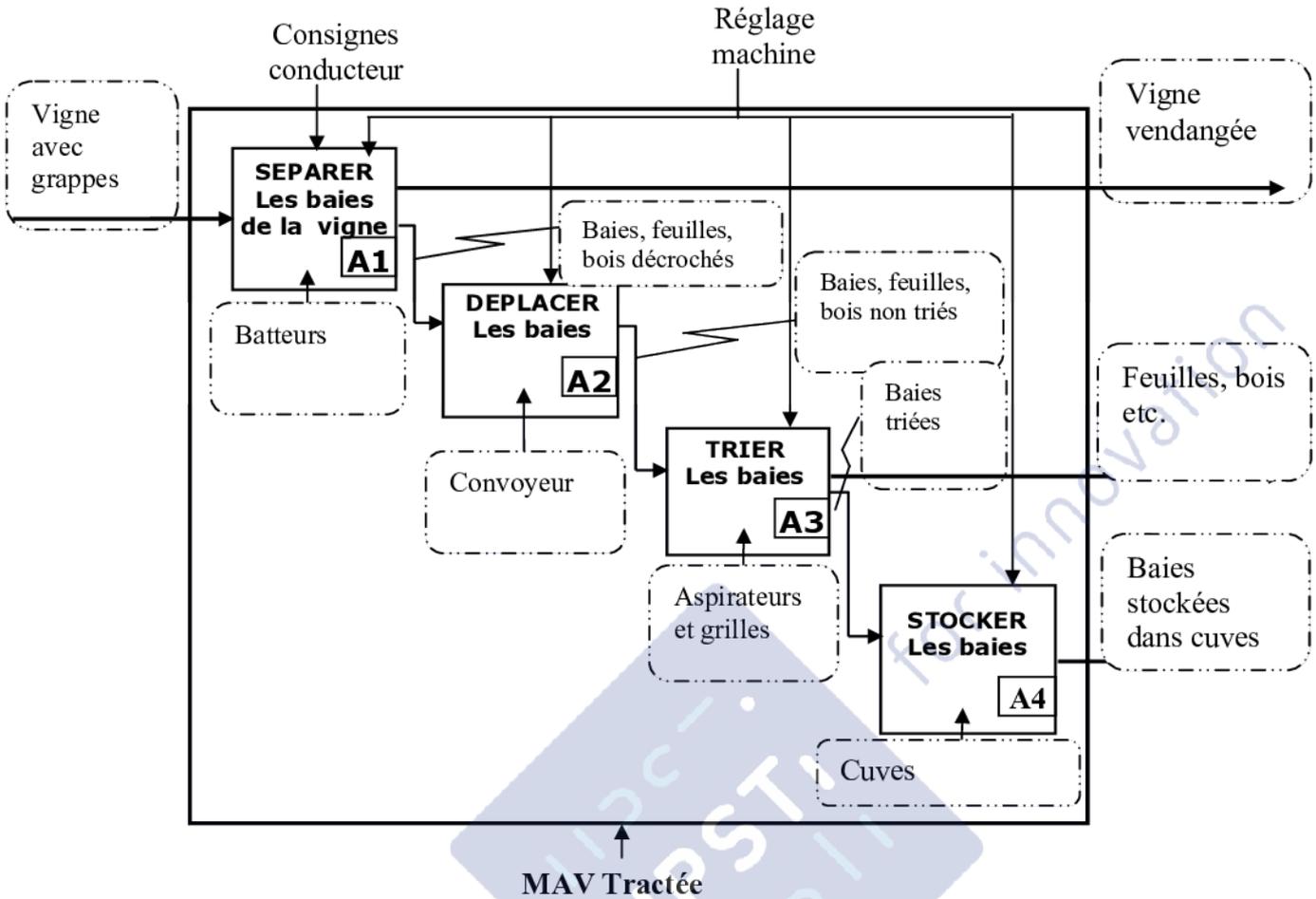
En cas de doute, n'hésitez pas à nous contacter à : corrigesconcours@upsti.fr.

Informez-vous !

Retrouvez plus d'information sur les [Sciences de l'Ingénieur](#), l'[orientation](#), les [Grandes Ecoles](#) ainsi que sur les [Olympiades de Sciences de l'Ingénieur](#) et sur les [Sciences de l'Ingénieur au Féminin](#) sur notre site : www.upsti.fr

L'équipe UPSTI

Question n°1



Question n°2

$$\vec{V}_{A,Conv/Sol} = \vec{V}_{A,Conv/Chassis MAV} + \vec{V}_{A,Chassis MAV/Sol} = k \cdot V_0 \cdot \vec{x}_0 - V_0 \cdot \vec{x}_0$$

$$\vec{V}_{A,Conv/Sol} = (k - 1) \cdot V_0 \cdot \vec{x}_0$$

On souhaite avoir $\vec{V}_{A,Conv/Sol} = \vec{0}$, il faut donc que : $k = 1$

Question n°3

$$\{V_{bat / chassis}\} = \left\{ \begin{matrix} \omega \cdot \vec{z}_0 \\ \vec{0} \end{matrix} \right\}_A = \left\{ \begin{matrix} \omega \cdot \vec{z}_0 \\ \omega \cdot \vec{z}_0 \wedge \vec{AB} \end{matrix} \right\}_B$$

Si le batteur était rigide : $\vec{V}_{B,Batteur/Chassis} = \vec{0} \Rightarrow \{V_{bat / chassis}\} = \left\{ \begin{matrix} \omega \cdot \vec{z}_0 \\ \vec{0} \end{matrix} \right\}_A = \left\{ \begin{matrix} \omega \cdot \vec{z}_0 \\ \omega \cdot \vec{z}_0 \wedge \vec{AB} = \vec{0} \end{matrix} \right\}_B$

Or $\vec{AB} \neq \vec{0}$ et \vec{AB} n'est pas parallèle à (\vec{z}_0) donc $\omega = 0 \Rightarrow \{V_{bat / chassis}\} = \left\{ \begin{matrix} 0 \cdot \vec{z}_0 \\ \vec{0} \end{matrix} \right\}_A$

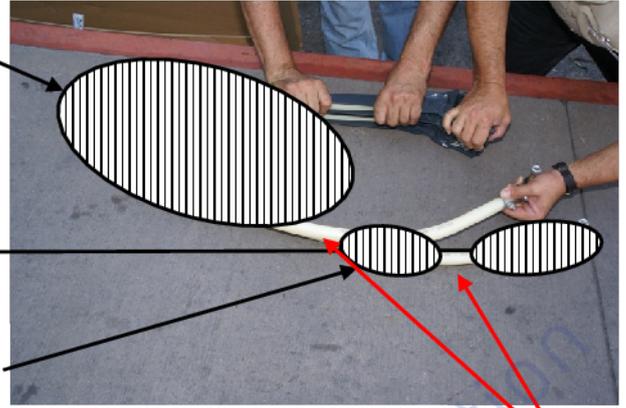
Si le batteur était rigide, le mécanisme serait immobile.

Question n°4

Sur la photographie nous constatons que la partie en « U » des deux batteurs est sensiblement la même dans les deux configurations : cette partie peut être considérée comme rigide.

Il en est de même pour l'extrémité droite (terminée par une pièce métallique (point (B)) : cette partie peut être considérée comme rigide.

La troisième partie rigide semble être dans la partie incurvée (qui va vers le point (B)).



C'est essentiellement dans cette zone que se concentrent les déformations. Il faut donc laisser deux articulations entre ces trois parties.

Question n°5

C'est un système quatre barres, la mobilité est donc de 1 : $m = 1$. Le mouvement de la partie en (U) impose la position du point (P1). La position du point (P2) ne peut pas changer puisque ce point doit se trouver à l'intersection de deux cercles (centre (P1), rayon (P1, P2)) et (centre (B), rayon (B, P2)).

$$m = I_c - r_c, \text{ avec } I_c = 4 ; m = 1 \Rightarrow r_c = 3.$$

$$h = 3 \cdot v - r_c, \text{ avec } v = 1 \text{ et } r_c = 3 \Rightarrow h = 0 \text{ Le système plan est isostatique (ce ne serait pas le cas avec une modélisation 3 D...).}$$

Question n°6

Pour la vitesse :

$$\vec{V}_{M,Ram/Sol} = v \cdot \vec{y}_0 = \vec{V}_{M,Ram/Bat} + \vec{V}_{M,Bat/Chassis} + \vec{V}_{M,Chassis/Sol}$$

$$\vec{V}_{M,Ram/Sol} = V_g \cdot \vec{x}_1 + \vec{V}_{A,Bat/Chassis} + \vec{\Omega}_{Bat/Chassis} \wedge \vec{AM} - V_0 \cdot \vec{x}_0$$

$$\vec{V}_{M,Ram/Sol} = V_g \cdot \vec{x}_1 + \vec{0} + \dot{\alpha} \cdot \vec{z}_0 \wedge r \cdot \vec{u} - V_0 \cdot \vec{x}_0$$

$$\vec{V}_{M,Ram/Sol} = V_g \cdot \vec{x}_1 + r \cdot \dot{\alpha} \cdot \vec{v} - V_0 \cdot \vec{x}_0 = v \cdot \vec{y}_0$$

En projection sur (\vec{y}_1) : $v \cdot \cos(\alpha_1) = r \cdot \dot{\alpha}_1 \cdot \cos(\beta) + V_0 \cdot \sin(\alpha_1)$

$$\text{Si } (\alpha_1 \neq \pm \frac{\pi}{2}) : v = r \cdot \dot{\alpha}_1 \cdot \frac{\cos(\beta)}{\cos(\alpha_1)} + V_0 \cdot \text{tg}(\alpha_1)$$

Pour l'accélération :

Remarque préalable : le sujet indique « les rameaux ne peuvent être animés que d'un mouvement plan, dans le plan perpendiculaire à la direction (\vec{x}_0) de la rangée », le calcul précédent montre qu'il n'y a pas de composante de vitesse selon (\vec{z}_0) . En conséquence de quoi, il est possible de considérer que le rameau ne peut se déplacer que selon (\vec{y}_0) . On peut considérer que le rameau est en liaison glissière de direction (\vec{y}_0) avec le sol. Dans un mouvement de translation, les vitesses sont les mêmes en tout point de l'espace et les accélérations sont identiques en tout point de l'espace. Nous définissons un point (R) qui appartient réellement au rameau. Ce n'est pas le cas du point (M) qui est un point de contact, donc un point

coïncidant. Il est fortement recommandé de ne pas dériver (un vecteur position pour obtenir une vitesse ou une vitesse pour obtenir une accélération) dans le cas d'un point coïncidant. Dans le calcul de la vitesse (à la question précédente) cette particularité a été respectée...

Nous allons utiliser cette propriété (mouvement de translation/liaison glissière):

$$\vec{\Gamma}_{M,Ram/Sol} = \vec{\Gamma}_{R,Ram/Sol} = \left\{ \frac{d\vec{V}_{R,Ram/Sol}}{dt} \right\}_0$$

Or, comme le rameau est en mouvement de translation : $\vec{V}_{M,Ram/Sol} = \vec{V}_{R,Ram/Sol} = v \cdot \vec{y}_0$

$$\vec{\Gamma}_{M,Ram/Sol} = \vec{\Gamma}_{R,Ram/Sol} = \left\{ \frac{d\vec{V}_{R,Ram/Sol}}{dt} \right\}_0 = \left\{ \frac{d\vec{V}_{M,Ram/Sol}}{dt} \right\}_0 = \left\{ \frac{d(v \cdot \vec{y}_0)}{dt} \right\}_0 = \frac{dv}{dt} \cdot \vec{y}_0$$

Remarque : Le texte n'indique rien sur le fait que (r) et (β) sont constants. Lorsque le batteur bouge, le point (M) qui est en contact entre le rameau et le batteur évolue, il n'y a donc pas de raison de considérer ces paramètres comme constants.

$$\vec{\Gamma}_{M,Ram/Sol} = \frac{d \left(r \cdot \dot{\alpha}_1 \cdot \frac{\cos(\beta)}{\cos(\alpha_1)} + V_0 \cdot \text{tg}(\alpha_1) \right)}{dt} \cdot \vec{y}_0$$

$$\vec{\Gamma}_{M,Ram/Sol} = \left[r \cdot \left(\ddot{\alpha}_1 \cdot \frac{\cos(\beta)}{\cos(\alpha_1)} + \dot{\alpha}_1 \cdot \left[\frac{-\dot{\beta} \cdot \sin(\beta) \cdot \cos(\alpha_1) + \dot{\alpha}_1 \cdot \sin(\alpha_1) \cdot \cos(\beta)}{\cos^2(\alpha_1)} \right] + V_0 \cdot \frac{\dot{\alpha}_1}{\cos^2(\alpha_1)} \right) + \dot{r} \cdot \dot{\alpha}_1 \cdot \frac{\cos(\beta)}{\cos(\alpha_1)} \right] \cdot \vec{y}_0$$

Si l'on considère que (r) et (β) sont constants :

$$\vec{\Gamma}_{M,Ram/Sol} = \left(r \cdot \left[\ddot{\alpha}_1 \cdot \frac{\cos(\beta)}{\cos(\alpha_1)} + \dot{\alpha}_1^2 \cdot \frac{\sin(\alpha_1) \cdot \cos(\beta)}{\cos^2(\alpha_1)} \right] + V_0 \cdot \frac{\dot{\alpha}_1}{\cos^2(\alpha_1)} \right) \cdot \vec{y}_0$$

Question n°7

Pour ($\omega = 14\pi \text{ rd.s}^{-1}$) l'accélération de (330 m.s^{-2}) n'est jamais atteinte. Le mouvement n'est pas adapté.

L'accélération de (330 m.s^{-2}) est atteinte pour ($\omega = 20\pi \text{ rd.s}^{-1}$) et pour un rayon ($r = 1 \text{ m}$). **Le mouvement est adapté.**

Nous pouvons également constaté qu'en aucun cas l'accélération de (550 m.s^{-2}) n'est dépassée.

Question n°8

Fermeture géométrique :

$$-e \cdot \vec{x}_e - c \cdot \vec{y}_2 + b \cdot \vec{x}_1 - x \cdot \vec{x}_0 + y \cdot \vec{y}_0 = \vec{0}$$

En projection sur (\vec{y}_0) :

$$-e \cdot \sin(\omega_0 \cdot t) - c \cdot \cos(\gamma) + b \cdot \sin(\alpha_1) + y = 0$$

A) Première méthode : sans linéariser :

$$\text{Pour } (\gamma = 0) : e \cdot \sin(\omega_0 \cdot t) = b \cdot \sin(\alpha_1) - c + y \Rightarrow \frac{c - y + e \cdot \sin(\omega_0 \cdot t)}{b} = \sin(\alpha_1) = \sin(\alpha_0 + \alpha_M \cdot \sin(\omega \cdot t))$$

$$\text{a) A } (t = 0) : \Rightarrow \frac{c - y}{b} = \sin(\alpha_0) \Rightarrow \alpha_0 = \text{Arcsin}\left(\frac{c - y}{b}\right)$$

$$\text{b) } \sin(\alpha_1) = \frac{c - y + e \cdot \sin(\omega_0 \cdot t)}{b} \Rightarrow \sin(\alpha_{1\text{Maxi}}) = \frac{c - y + e}{b} ; \sin(\alpha_{1\text{mini}}) = \frac{c - y - e}{b}$$

$$\sin(\alpha_{1\text{Maxi}}) - \sin(\alpha_{1\text{mini}}) = \frac{c - y + e}{b} - \frac{c - y - e}{b} = \frac{2 \cdot e}{b}$$

$$2 \cdot \cos\left(\frac{\alpha_{1\text{Maxi}} + \alpha_{1\text{mini}}}{2}\right) \cdot \sin\left(\frac{\alpha_{1\text{Maxi}} - \alpha_{1\text{mini}}}{2}\right) = \frac{2 \cdot e}{b}$$

$$2 \cdot \cos(\alpha_0) \cdot \sin(\alpha_M) = 2 \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{c - y}{b}\right)^2} \cdot \sin(\alpha_M) = \frac{2 \cdot e}{b}$$

$$\sin(\alpha_M) = \frac{e}{\sqrt{b^2 - c^2 - y^2 + 2 \cdot c \cdot y}} \Rightarrow \alpha_M = \text{Arcsin}\left(\frac{e}{\sqrt{b^2 - (c - y)^2}}\right) = \text{Arcsin}\left(\frac{e}{b \cdot \sqrt{1 - \sin(\alpha_0)^2}}\right)$$

$$\text{c) } c - y + e \cdot \sin(\omega_0 \cdot t) = b \cdot \sin(\alpha_0 + \alpha_M \cdot \sin(\omega \cdot t))$$

Dans l'expression (ci-dessus), le membre de gauche est de pulsation (ω_0) , le membre de droite doit également être de pulsation (ω_0) . Pour que l'expression $\alpha_0 + \alpha_M \cdot \sin(\omega \cdot t)$ soit de pulsation (ω_0) , il faut que $\omega = \omega_0$.

$$\text{d) On doit vérifier que : } \alpha_0 \in]0^\circ ; 15^\circ[, \text{ soit } \sin(\alpha_0) \in]0 ; 0,259[\Rightarrow \frac{c - y}{b} \in]0 ; 0,259[,$$

$$\text{On doit également vérifier que : } \alpha_M \in]5^\circ ; 8^\circ[, \text{ soit } \sin(\alpha_M) \in]0,087 ; 0,139[\Rightarrow$$

$$\frac{e}{b \cdot \sqrt{1 - \sin(\alpha_0)^2}} \in]0,087 ; 0,139[\Rightarrow \frac{\sqrt{1 - \sin(\alpha_0)^2}}{e \cdot 0,139} < b < \frac{\sqrt{1 - \sin(\alpha_0)^2}}{e \cdot 0,087} \Rightarrow$$

$$7,18 \cdot \frac{\sqrt{1 - \sin(\alpha_0)^2}}{e} < b < 11,48 \cdot \frac{\sqrt{1 - \sin(\alpha_0)^2}}{e}$$

B) Deuxième méthode en linéarisant (« angles petits » dans le sujet) :

$$-e \cdot \sin(\omega_0 \cdot t) - c + b \cdot \alpha_1 + y = 0 \Rightarrow \alpha_1 = \frac{c - y}{b} + \frac{e}{b} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t)$$

$$\text{Par identification, nous avons : } \omega = \omega_0 ; \alpha_M = \frac{e}{b} ; \alpha_0 = \frac{c - y}{b}$$

$$\text{On doit également vérifier que : } \alpha_M \in]5^\circ ; 8^\circ[, \text{ soit } \alpha_M \in]0,087 ; 0,139[\Rightarrow 71,61 \text{ mm} < b < 114,59 \text{ mm}$$

$$\text{On doit vérifier que : } \alpha_0 \in]0^\circ ; 15^\circ[, \text{ soit } \alpha_0 \in]0 ; 0,261[\Rightarrow c = b \cdot \alpha_0 + y \Rightarrow 275 \text{ mm} < c < 293,7 \text{ mm}$$

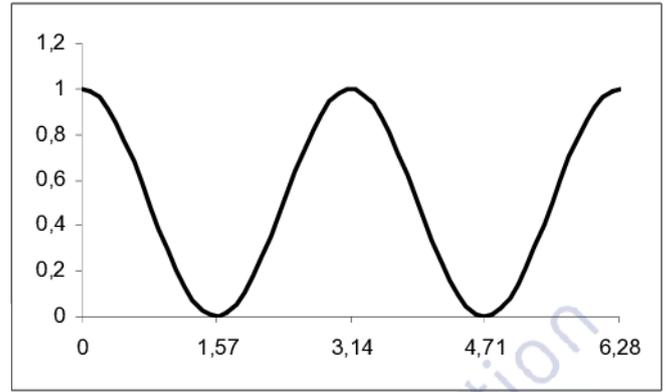
Question n°9

$E_{c\text{Mot}/0} = \frac{1}{2} \cdot J_M \cdot \omega_0^2 = \frac{1}{2} \cdot J_M \cdot \omega^2$ (car corps en rotation autour d'un axe fixe).

A.N. : $E_{c\text{Mot}/0} = \frac{1}{2} \cdot 0,2 \cdot (20 \cdot \pi)^2 = 394,8 \text{ J}$

Le système possède deux ensembles de 8 batteurs.

$E_{c\text{16 batteurs}/0} = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot J_B \cdot \dot{\alpha}_1^2 = J_B \cdot (\alpha_M \cdot \omega \cdot \cos(\omega \cdot t))^2$



Question n°10

On isole tout le système sauf le batteur, le théorème de l'énergie cinétique donne :

$\frac{dE_{c\Sigma/0}}{dt} = P_{\text{ext} \rightarrow \Sigma/0} + P_{\text{int}(\Sigma)}$, Avec $E_{c\Sigma/0} = J_B \cdot (\alpha_M \cdot \omega \cdot \cos(\omega \cdot t))^2 + \frac{1}{2} \cdot J_M \cdot \omega^2$

a) $P_{\text{int}(\Sigma)} = 0$ car les liaisons sont parfaites et la puissance de déformation des batteurs est négligée.

b) $P_{\text{ext} \rightarrow \Sigma/0} = P_M + P_{\text{gravité} \rightarrow \Sigma/0} + P_{\text{liaisons} \rightarrow \Sigma/0}$

Les liaisons sont parfaites : $P_{\text{liaisons} \rightarrow \Sigma/0} = 0$

Les actions de pesanteur sont orthogonales aux vitesses $\Rightarrow P_{\text{gravité} \rightarrow \Sigma/0} = 0$

c) $P_M = \frac{d \left(J_B \cdot (\alpha_M \cdot \omega \cdot \cos(\omega \cdot t))^2 + \frac{1}{2} \cdot J_M \cdot \omega^2 \right)}{dt}$

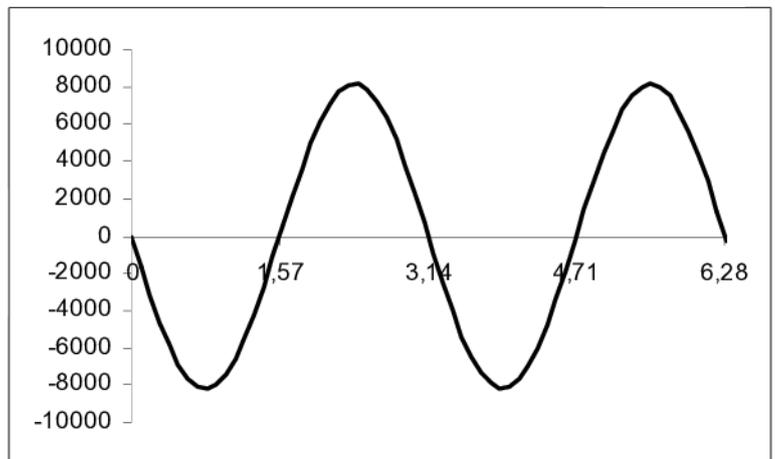
$P_M = 2 \cdot J_B \cdot \alpha_M^2 \left(\dot{\omega} \cdot \omega \cdot \cos(\omega \cdot t) - \omega^2 \cdot \omega \cdot \cos(\omega \cdot t) \cdot \sin(\omega \cdot t) \right) + J_M \cdot \omega \cdot \dot{\omega}$

Avec $\dot{\omega} = 0 \Rightarrow P_M = -2 \cdot J_B \cdot \alpha_M^2 \cdot \omega^3 \cdot \cos(\omega \cdot t) \cdot \sin(\omega \cdot t) \Rightarrow P_M = -J_B \cdot \alpha_M^2 \cdot \omega^3 \cdot \sin(2 \cdot \omega \cdot t)$

A.N. $P_M = -8170 \cdot \sin(2 \cdot \omega \cdot t)$

L'aire sous la courbe représente l'énergie apportée par le moteur. L'aire de cette surface est nulle pour un tour du moteur.

L'énergie nécessaire pour faire un tour est donc nulle si on suppose que le moteur peut stocker de l'énergie dans la phase où il est freineur.



Question n°11

A) On isole l'ensemble (moteur + les 16 batteurs).

On applique le théorème de l'énergie cinétique. Nous sommes avec les mêmes expressions que dans la question n°11 à la seule différence que : $P_M = 0$.

Les équations de la question n°10 donne donc : $P_{\text{ext} \rightarrow \Sigma/0} = P_M + P_{\text{gravité} \rightarrow \Sigma/0} + P_{\text{liaisons} \rightarrow \Sigma/0} = 0$;

$P_{\text{int}(\Sigma)} = 0$ nous avons donc : $\boxed{\frac{dE_{c\Sigma/0}}{dt} = 0}$. **L'énergie cinétique du système est donc constante.**

$$B) E_{c\Sigma/0}(\theta) = J_B \cdot (\alpha_M \cdot \omega_\theta \cdot \cos(\theta))^2 + \frac{1}{2} \cdot J_M \cdot \omega_\theta^2$$

Pour $\theta = 0^\circ$: $E_{c\Sigma/0}(\theta = 0^\circ) = J_B \cdot (\alpha_M \cdot \omega_{\theta 0})^2 + \frac{1}{2} \cdot J_M \cdot \omega_{\theta 0}^2$;

$$\boxed{E_{c\Sigma/0}(\theta = 0^\circ) = \left(J_B \cdot \alpha_M^2 + \frac{1}{2} \cdot J_M \right) \cdot \omega_{\theta 0}^2} \quad \text{A.N. : } \boxed{E_{c\Sigma/0}(\theta = 0^\circ) = \left(J_B \cdot \alpha_M^2 + \frac{1}{2} \cdot J_M \right) \cdot \omega_{\theta 0}^2}$$

Pour $\theta = 90^\circ$: $E_{c\Sigma/0}(\theta = 90^\circ) = J_B \cdot (\alpha_M \cdot \omega_{\theta 90} \cdot \cos(90^\circ))^2 + \frac{1}{2} \cdot J_M \cdot \omega_{\theta 90}^2$;

$$\boxed{E_{c\Sigma/0}(\theta = 90^\circ) = \frac{1}{2} \cdot J_M \cdot \omega_{\theta 90}^2}$$

Pour $\theta = 180^\circ$: $E_{c\Sigma/0}(\theta = 180^\circ) = J_B \cdot (\alpha_M \cdot \omega_{\theta 180} \cdot \cos(180^\circ))^2 + \frac{1}{2} \cdot J_M \cdot \omega_{\theta 180}^2$;

$$\boxed{E_{c\Sigma/0}(\theta = 180^\circ) = \left(J_B \cdot \alpha_M^2 + \frac{1}{2} \cdot J_M \right) \cdot \omega_{\theta 180}^2}$$

Pour $\theta = 270^\circ$: $E_{c\Sigma/0}(\theta = 270^\circ) = J_B \cdot (\alpha_M \cdot \omega_{\theta 270} \cdot \cos(270^\circ))^2 + \frac{1}{2} \cdot J_M \cdot \omega_{\theta 270}^2$;

$$\boxed{E_{c\Sigma/0}(\theta = 270^\circ) = \frac{1}{2} \cdot J_M \cdot \omega_{\theta 270}^2}$$

C) Puisque l'énergie cinétique est constante (avec les hypothèses mentionnées), les quatre expressions sont égales :

Pour $\theta = 90^\circ$: $\frac{1}{2} \cdot J_M \cdot \omega_{\theta 90}^2 = \left(J_B \cdot \alpha_M^2 + \frac{1}{2} \cdot J_M \right) \cdot \omega_{\theta 0}^2 \Rightarrow \boxed{\frac{\omega_{\theta 0}}{\omega_{\theta 90}} = \sqrt{\frac{J_M}{2 \cdot J_B \cdot \alpha_M^2 + J_M}}}$

Pour $\theta = 180^\circ$: $\left(J_B \cdot \alpha_M^2 + \frac{1}{2} \cdot J_M \right) \cdot \omega_{\theta 180}^2 = \left(J_B \cdot \alpha_M^2 + \frac{1}{2} \cdot J_M \right) \cdot \omega_{\theta 0}^2 \Rightarrow \boxed{\frac{\omega_{\theta 0}}{\omega_{\theta 180}} = 1}$

Pour $\theta = 270^\circ$: $\frac{1}{2} \cdot J_M \cdot \omega_{\theta 270}^2 = \left(J_B \cdot \alpha_M^2 + \frac{1}{2} \cdot J_M \right) \cdot \omega_{\theta 0}^2 \Rightarrow \boxed{\frac{\omega_{\theta 0}}{\omega_{\theta 270}} = \sqrt{\frac{J_M}{2 \cdot J_B \cdot \alpha_M^2 + J_M}}}$

D) Pour $\theta = 90^\circ$: $\omega_{\theta 90} = \omega_{\theta 0} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot J_B \cdot \alpha_M^2 + J_M}{J_M}}$

A.N. : $\boxed{\omega_{\theta 90} = 17,3 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot 1,68 \cdot 0,14^2 + 0,2}{0,2}} = 17,3 \cdot \pi \cdot 1,153}$; $\boxed{\omega_{\theta 90} = 62,66 \text{ rd/s}}$

Pour $\theta = 180^\circ$: $\omega_{\theta 180} = \omega_{\theta 0}$ A.N. : $\boxed{\omega_{\theta 180} = 17,3 \pi = 54,35 \text{ rd/s}}$

Pour $\theta = 270^\circ$: $\omega_{\theta 270} = \omega_{\theta 0} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot J_B \cdot \alpha_M^2 + J_M}{J_M}}$ $\boxed{\omega_{\theta 270} = 17,3 \cdot \pi \cdot 1,153} \Rightarrow \boxed{\omega_{\theta 270} = 62,66 \text{ rd/s}}$

E) Dans les expressions déterminées : $\omega_{\theta 90^\circ} = \omega_{\theta 270^\circ} = \omega_{\theta 0} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot J_B \cdot \alpha_M^2 + J_M}{J_M}}$, nous constatons que plus (J_M) sera grand plus $\omega_{\theta 90^\circ} = \omega_{\theta 270^\circ}$ seront proches de $\omega_{\theta 0}$.

Plus (J_M) sera grand plus la vitesse de rotation du moteur sera constante.

Question n°12

Type d'étude : Etude géométrique.

Etude faite à la question : Question n°8 par la recherche de (α_M).

Rapport amplitude / fréquence de commande : Non. Dans la formule définissant (α_M) seules des longueurs intervenaient. Ces différentes longueurs sont constantes par hypothèse (solides indéformables).

Question n°13

Type d'étude

Si l'on ne tient pas compte de la commande (entrée : débit d'huile vers le vérin $q(t)$) : une fermeture géométrique (A, D, C) permettrait de déterminer la relation entre l'angle de la partie rigide du batteur et la longueur du vérin. En faisant l'hypothèse que le fluide est incompressible, on pourrait lier le débit entrant dans le vérin à sa longueur. Si le fluide est compressible, il faudrait réaliser une étude dynamique (c'est ce deuxième cas qui est le plus vraisemblable).

Si l'on prend en compte la commande, il faudrait réaliser une étude fréquentielle.

Rapport amplitude / fréquence

A) Il faudrait réaliser une étude fréquentielle (diagramme de Bode) qui permettrait de définir l'amplitude d'oscillation en fonction de la fréquence et de l'amplitude de la consigne.

B) L'amplitude des oscillations peut dépendre de la fréquence. Le système est géré par une équation différentielle du deuxième degré (au moins). Le diagramme de Bode (en amplitude) de la FTBF présente une décroissance en fonction de la pulsation.

C) Le système est un système dynamique qui peut présenter un phénomène de résonance (cas d'un amortissement trop faible)

D) L'amplitude de sortie peut être significativement inférieure à la consigne à haute fréquence : à cause de la dissipation d'énergie qui peut devenir importante (à haute fréquence) et à cause de l'inertie des pièces.

Question n°14

Equation (2) : Système isolé : Ensemble des batteurs gauches (8).

Equation utilisée : théorème du moment dynamique en (A) en projection sur (\vec{z}_0) par rapport à un repère galiléen.

Exemple de terme linéarisé : $\cos(\alpha) \approx 1$ car α reste petit, les « bras de levier » (dans les moments créés par le vérin (b) ou par la vigne (L)) sont quasiment constants. L'effort du vérin est selon (\vec{y}_0).

Question n°15

a) Couple exercé par la vigne : $-L \cdot F_{vb} \Rightarrow \boxed{H_1 = L}$.

b) Frottement fluide et couple de rappel : $-f \cdot \dot{\alpha} - K \cdot \alpha \Rightarrow \boxed{H_4 = K + f \cdot p}$ avec $(\alpha(t=0) = 0)$

c) Equation de dynamique : $\Sigma \text{Moment} = J_B \cdot \ddot{\alpha} \Rightarrow \boxed{H_3 = \frac{1}{J_B \cdot p^2}}$, avec $(\alpha(t=0) = 0)$ et $(\dot{\alpha}(t=0) = 0)$

d) $y_c = b \cdot \alpha \Rightarrow \boxed{H_6 = b}$.

e) $S \cdot b \cdot (q(t) - S \cdot \dot{y}(t)) \cdot \frac{2 \cdot B}{V} = \frac{d((P_1 - P_{12}))}{dt} \cdot S \cdot b$

$(Q(p) - S \cdot b \cdot p \cdot \alpha(p)) \cdot \frac{2 \cdot S \cdot b \cdot B}{V} = (P_1(p) - P_{12}(p)) \cdot p \cdot S \cdot b$, avec $(p_1(t=0) = 0)$ et $(p_2(t=0) = 0) \Rightarrow$

$\boxed{H_5 = b \cdot S \cdot p}$; $\boxed{H_2 = \frac{2 \cdot b \cdot S \cdot B}{V \cdot p}}$

Remarque : l'ensemble des deux blocs (H3 et H4) peut aussi être de vue de la façon suivante :

b) couple de rappel : $-K \cdot \alpha \Rightarrow \boxed{H'_4 = K}$

c) Equation de dynamique : $\Sigma \text{Moment} = J_B \cdot \ddot{\alpha} + f \cdot \dot{\alpha} \Rightarrow \boxed{H'_3 = \frac{1}{f \cdot p + J_B \cdot p^2}}$, avec $(\alpha(t=0) = 0)$ et $(\dot{\alpha}(t=0) = 0)$

Question n°16

$$\text{FTBO}(p) = \text{Cor}(p) \cdot \text{Sc}(p) \cdot \frac{\frac{H_2 \cdot H_3}{1 + H_3 \cdot H_4}}{1 + \frac{H_2 \cdot H_3 \cdot H_5}{1 + H_3 \cdot H_4}} \cdot C_a = \text{Cor}(p) \cdot \text{Sc}(p) \cdot C_a \cdot \frac{H_2 \cdot H_3}{1 + H_3 \cdot H_4 + H_2 \cdot H_3 \cdot H_5}$$

Avec : $H_4 = K + f \cdot p$ et $H_3 = \frac{1}{J_B \cdot p^2}$:

$$\text{FTBO}(p) = K_C \cdot C_a \cdot \frac{\frac{2 \cdot b \cdot S \cdot B}{V \cdot p} \cdot \frac{1}{J_B \cdot p^2}}{1 + (K + f \cdot p) \cdot \frac{1}{J_B \cdot p^2} + \frac{2 \cdot b \cdot S \cdot B}{V \cdot p} \cdot \frac{1}{J_B \cdot p^2} \cdot b \cdot S \cdot p}$$

$$\text{FTBO}(p) = K_C \cdot C_a \cdot \frac{2 \cdot b \cdot S \cdot B}{J_B \cdot V \cdot p^3 + (K + f \cdot p) \cdot V \cdot p + 2 \cdot b^2 \cdot S^2 \cdot B \cdot p}$$

$$\text{FTBO}(p) = \frac{K_C \cdot C_a \cdot 2 \cdot b \cdot S \cdot B}{p} \cdot \frac{1}{K \cdot V + 2 \cdot b^2 \cdot S^2 \cdot B + f \cdot V \cdot p + J_B \cdot V \cdot p^2}$$

$$\text{FTBO}(p) = \frac{K_C \cdot C_a \cdot 2 \cdot b \cdot S \cdot B}{(K \cdot V + 2 \cdot b^2 \cdot S^2 \cdot B) \cdot p} \cdot \frac{1}{1 + \frac{f \cdot V}{K \cdot V + 2 \cdot b^2 \cdot S^2 \cdot B} \cdot p + \frac{J_B \cdot V}{K \cdot V + 2 \cdot b^2 \cdot S^2 \cdot B} \cdot p^2}$$

Remarque : si l'on utilise les fonctions H'_3 et H'_4 , l'expression de la FTBO ne changera pas.

Classe du système : 1

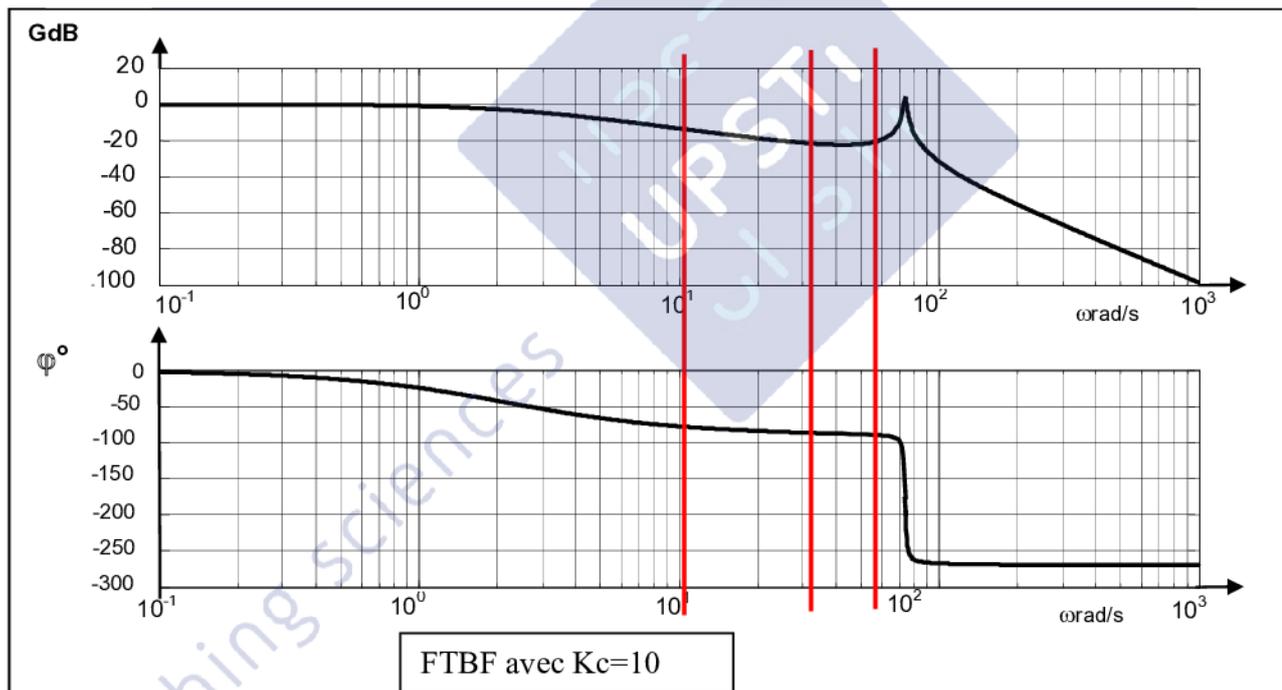
Précision : Pour un échelon : erreur nulle ; Pour une entrée rampe : erreur constante mais non nulle.

Le système ne sera pas soumis à ce type d'entrée (entrée périodique : sinus).

Question n°17

$$\text{Consigne} = \frac{A_{osc}}{100} \cdot \sin\left(\frac{F_{osc}}{60} \cdot 2 \cdot \pi \cdot t\right) \quad (\text{la consigne est alors en (m) avec } A_{osc} \text{ en cm})$$

$$\text{Réponse} = 10^{\left(\frac{GdB(F_{osc})}{20}\right)} \cdot \frac{A_{osc}}{100} \cdot \sin\left(\frac{F_{osc}}{60} \cdot 2 \cdot \pi \cdot t + \varphi(F_{osc})\right)$$



Fosc	100 cps/min	300 cps/min	540 cps/min
ω (rad/s)	10,47	31,41	56,55
GdB	-15	-21	-20
φ (°)	-75	-87	-91

Analyse des capacités :

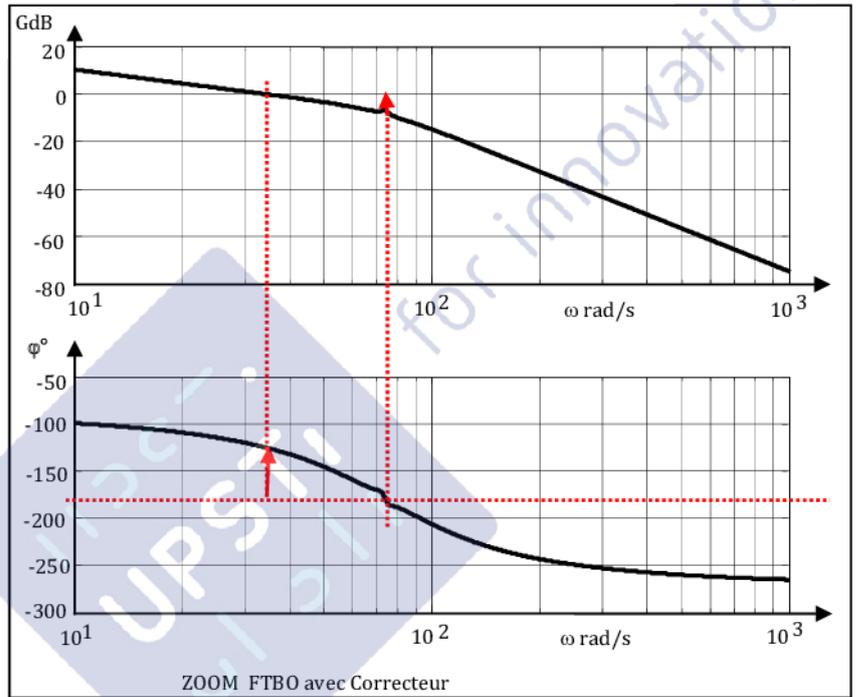
Le gain est négatif sauf à la résonance ($\omega \approx 75 \text{ rad/s}$), l'amplitude de déplacement de la vigne sera plus petite que celle du vérin, ce qui ne convient pas.

Pour des fréquences comprises entre 300 cps/min et 500 cps/min le signal de sortie est divisé par 10 (environ). La vigne ne va pas bouger.

Question n°18

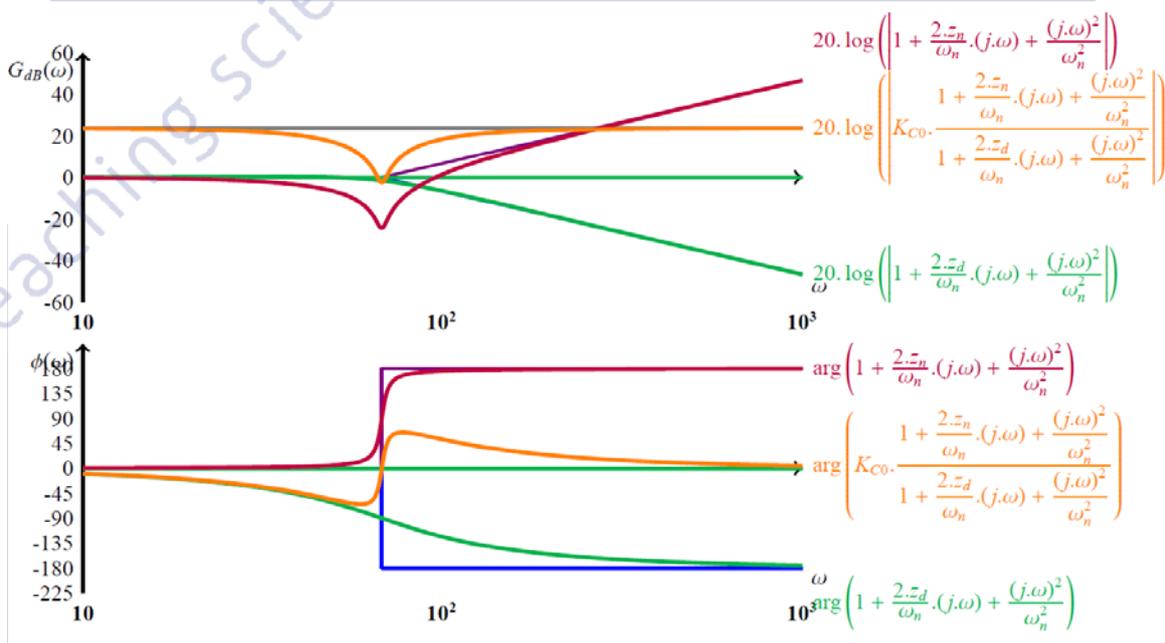
Le système est stable car les marges de stabilité sont positives.

La marge de phase est d'environ 50° . La marge de gain d'environ 7 dB.

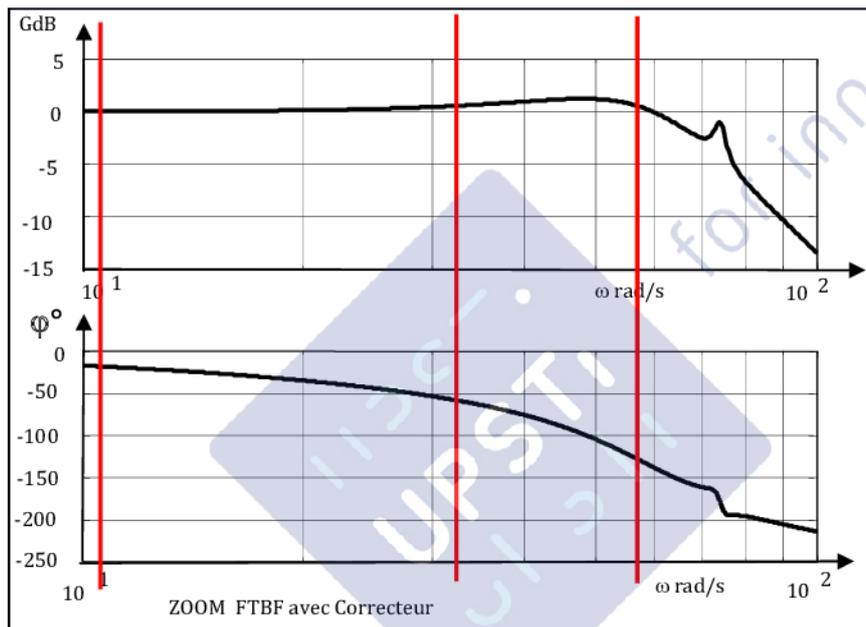


Le correcteur choisi permet de:

- maintenir un gain (dB) proche de 0 sur une plus grande plage de fréquence ,
- diminuer la résonance,
- d'avoir une évolution de la phase moins brutale.



Sur le diagramme de la FTBF corrigée, nous pouvons lire.



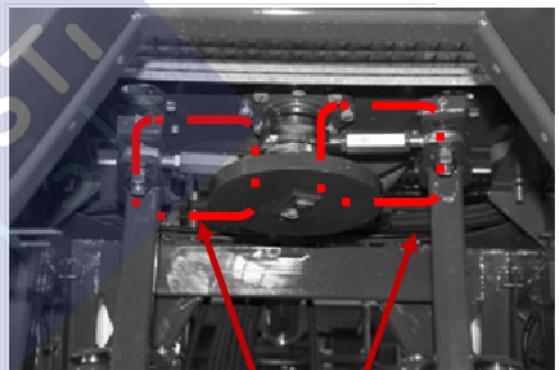
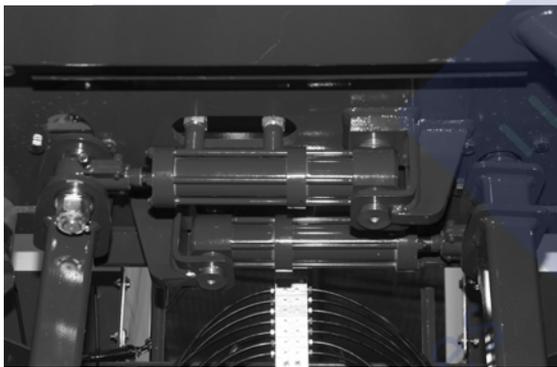
Fosc	100 cps/min	300 cps/min	540 cps/min
ω (rad/s)	10,47	31,41	56,55
GdB	0	1	1
φ (°)	-20	-60	-130

Le déphasage n'a pas beaucoup d'influence. Le seul problème qui pourrait apparaître est lorsque l'on s'approche de l'opposition de face (déphasage de 180°) entre la vigne et le batteur. Si les dimensions du batteur ne sont pas assez grandes, il pourrait y avoir contact direct entre la vigne et la partie rigide du batteur (ce qui engendrerait une dégradation de la vigne). Si l'on dépasse les 570 coups/min (60 rd/s). L'amplitude de sortie devient plus faible que l'amplitude d'entrée (gain en dB négatif), on s'approche des phases avoisinant les -180° et on s'approche de la résonance résiduelle (grande variation de la sortie pour une faible évolution de la fréquence d'excitation). Il convient donc de ne pas dépasser cette valeur de 570 coups/min.

Question n°19

	Réglage amplitude *	Réglage pincement*	Réglage fréquence*
Mécanisme à vérins	Partie commande qui pilote :SC (variation du débit qui impose une variation de longueur du vérin)	Partie commande qui pilote :SC (position moyenne du vérin)	Partie commande qui pilote : SC
Mécanisme moteur hydraulique et excentrique	Partie opérative	Partie opérative (bielles)	Partie commande qui pilote :CPM

Question n°20



Réglage du pincement

