

Proposition de corrigé

Concours : e3a - Polytech

Année : 2012

Filière : PSI

Épreuve : Sciences Industrielles pour l'Ingénieur

Ceci est une proposition de corrigé des concours de CPGE, réalisée bénévolement par des enseignants de Sciences Industrielles de l'Ingénieur et d'Informatique, membres de l'[UPSTI](http://www.upsti.fr) (Union des Professeurs de Sciences et Techniques Industrielles), et publiée sur le site de l'association :

<https://www.upsti.fr/espace-etudiants/annales-de-concours>

A l'attention des étudiants

Ce document vous apportera des éléments de corrections pour le sujet traité, mais n'est ni un corrigé officiel du concours, ni un corrigé détaillé ou exhaustif de l'épreuve en question.

L'UPSTI ne répondra pas directement aux questions que peuvent soulever ces corrigés : nous vous invitons à vous rapprocher de vos enseignants si vous souhaitez des compléments d'information, et à vous adresser à eux pour nous faire remonter vos éventuelles remarques.

Licence et Copyright

Toute représentation ou reproduction (même partielle) de ce document faite sans l'accord de l'UPSTI est **interdite**. Seuls le téléchargement et la copie privée à usage personnel sont autorisés (protection au titre des [droits d'auteur](#)).

En cas de doute, n'hésitez pas à nous contacter à : corrigesconcours@upsti.fr.

Informez-vous !

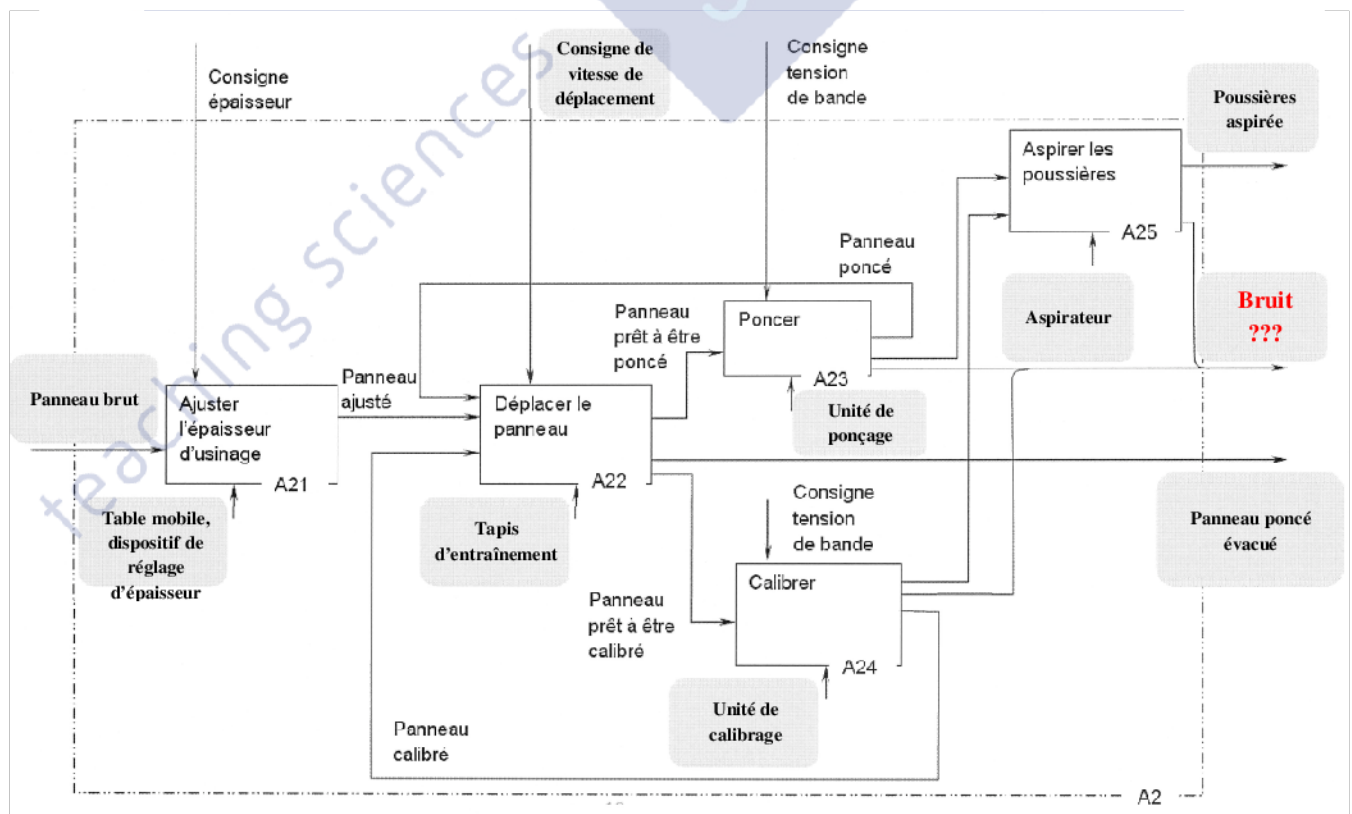
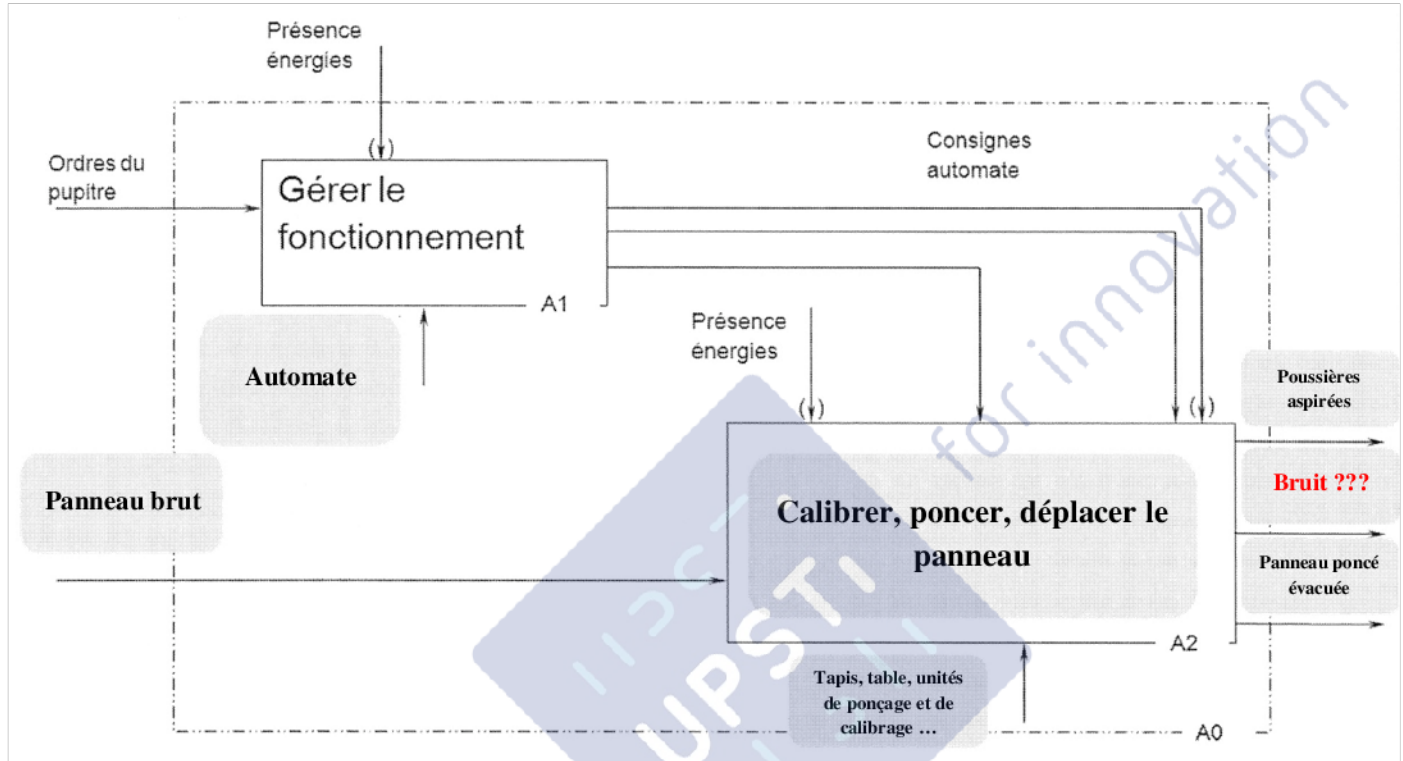
Retrouvez plus d'information sur les [Sciences de l'Ingénieur](#), l'[orientation](#), les [Grandes Ecoles](#) ainsi que sur les [Olympiades de Sciences de l'Ingénieur](#) et sur les [Sciences de l'Ingénieur au Féminin](#) sur notre site : www.upsti.fr

L'équipe UPSTI

Partie I Etude de la fonction de service FS1 « permettre le ponçage à une épaisseur donnée »

♦ IDENTIFICATION DES FONCTIONS TECHNIQUES

Question I.1



L'architecture du système de ponçage est différente de celle du système de calibrage, les bandes abrasives sont différentes, les efforts sont différents (plus important en calibrage) donc il semble normal d'avoir des tensions de bandes différentes.

♦ COORDINATION DES TACHES POUR LA FONCTION TECHNIQUE « Ajuster l'épaisseur d'usinage »

Question I.2

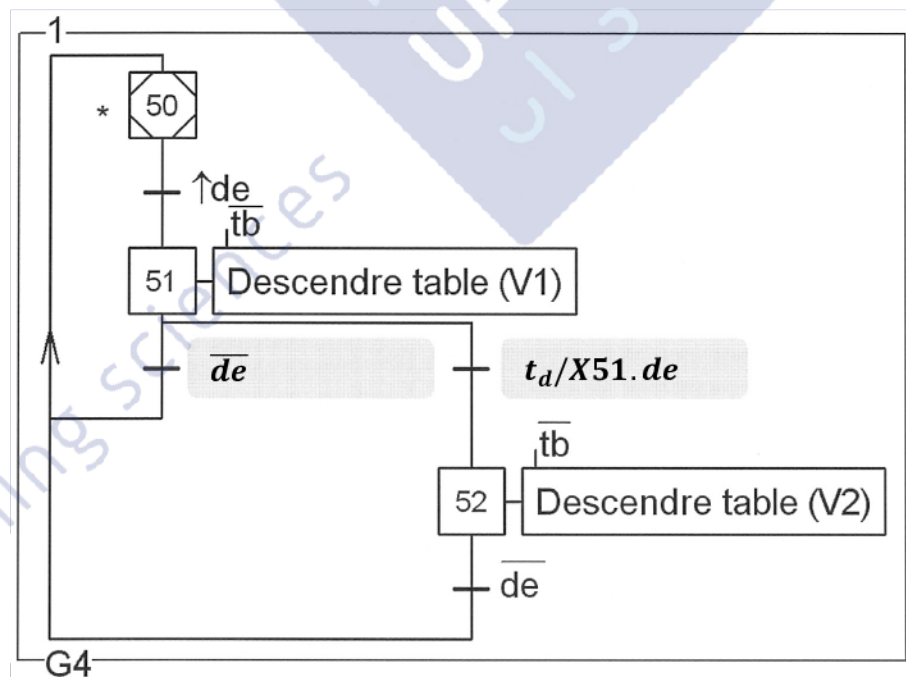
Evènements extérieurs	Situation stables (Etapas actives des grafquets)
	{0}
$\uparrow dcy$	{2,10}
d	{2,11}
dp	{2,13}
re	{2,14}
$[Dh = pa]$	{3,20,30,40}

Question I.3

La temporisation $t_a s/X3$ assure que les rouleaux sont en rotation (à la vitesse nominale) lorsque le plateau touche la bande.

A l'étape 12, un panneau est attendu.

Question I.4



Question I.5

L'appui sur le bouton **de** désactive l'étape 50 donc le grafcet encapsulé. La descente prend donc la priorité sur la montée.

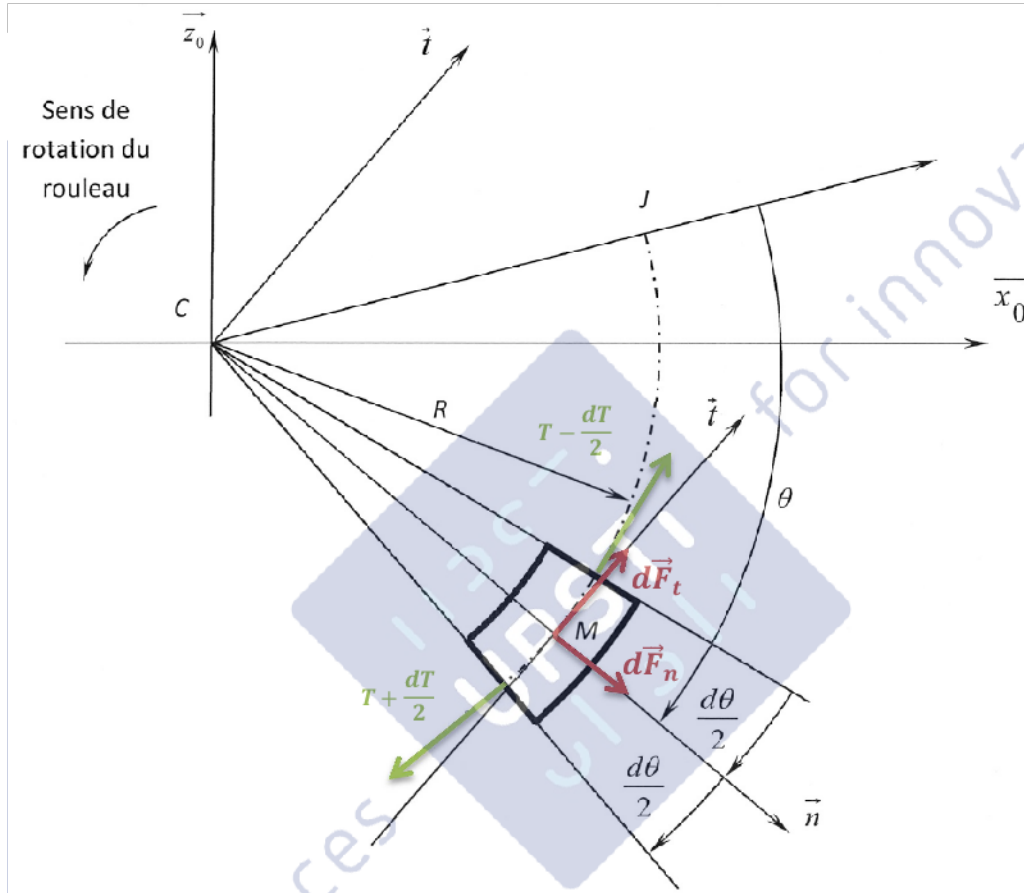
Question I.6

Si une pièce trop haute se présente, on passe en mode manuel quelque soit le mode précédemment sélectionné.

Partie II Etude de la fonction FT2332 « empêcher le glissement de la bande abrasive sur le rouleau moteur »

♦ Détermination de la tension de la bande évitant le glissement avec le rouleau moteur

Question II.1



Question II.2

Méthode 1 :

Le PFS appliqué à l'élément de bande d'angle $d\theta$ conduit en projection sur $(\vec{t}, \vec{n})$ à

$$\begin{cases} -\left[T + \frac{dT}{2}\right] \cos\left(\frac{d\theta}{2}\right) + \left[T - \frac{dT}{2}\right] \cos\left(\frac{d\theta}{2}\right) + dF_t = 0 \\ -\left[T + \frac{dT}{2}\right] \sin\left(\frac{d\theta}{2}\right) - \left[T - \frac{dT}{2}\right] \sin\left(\frac{d\theta}{2}\right) + dF_n = 0 \end{cases}$$

En supposant $d\theta$ petit, il vient

$$\begin{cases} -dT + dF_t = 0 \\ -Td\theta + dF_n = 0 \end{cases}$$

A la limite du glissement, on a la relation

$$dF_t = f \cdot dF_n$$

Donc

$$\boxed{\frac{dT}{T} = f d\theta}$$

On intègre l'équation précédente entre 0 et θ :

$$\int_t^T \frac{dT}{T} = \int_0^\theta f d\theta$$

Soit

$$T(\theta) = t \cdot e^{f\theta}$$

Méthode 2 :

Le PFS appliqué à l'élément de bande d'angle $d\theta$ conduit en projection sur $(\vec{t}, \vec{n})$ à

$$\begin{cases} -T\left(\theta + \frac{d\theta}{2}\right) \cos\left(\theta + \frac{d\theta}{2}\right) + T\left(\theta - \frac{d\theta}{2}\right) \cos\left(\frac{d\theta}{2}\right) + dF_t = 0 \\ -T\left(\theta + \frac{d\theta}{2}\right) \sin\left(\frac{d\theta}{2}\right) - T\left(\theta - \frac{d\theta}{2}\right) \sin\left(\frac{d\theta}{2}\right) + dF_n = 0 \end{cases}$$

En supposant $d\theta$ petit :

$$\begin{aligned} T\left(\theta + \frac{d\theta}{2}\right) + T\left(\theta - \frac{d\theta}{2}\right) &\approx 2T(\theta) \quad \text{et} \quad \frac{T\left(\theta + \frac{d\theta}{2}\right) - T\left(\theta - \frac{d\theta}{2}\right)}{d\theta} \approx T'(\theta) \\ \cos\left(\theta + \frac{d\theta}{2}\right) &= \cos\left(\theta - \frac{d\theta}{2}\right) \approx 1 \quad \text{et} \quad \sin\left(\frac{d\theta}{2}\right) \approx \frac{d\theta}{2} \end{aligned}$$

A la limite du glissement, on a la relation

$$dF_t = f \cdot dF_n$$

Donc

$$T'(\theta) = fT(\theta)$$

Solution de l'équation différentielle : $T(\theta) = Ke^{f\theta}$

Pour $\theta = 0$, $T(\theta) = t$ donc $K = t$

Pour un angle d'enroulement α , on obtient

$$\frac{T}{t} = e^{f\alpha}$$

Donc, le non glissement est garanti si

$$T < t \cdot e^{f\alpha}$$

Question II.3

On isole le rouleau moteur et l'arc de bande enroulé, et on applique le PFS. L'équation de moment en H en projection sur $\vec{y}_0$ s'écrit :

$$\vec{M}_O(b\hat{a}t\hat{i} \rightarrow RH) \cdot \vec{y}_0 + \vec{M}_O(courroie \rightarrow RH) \cdot \vec{y}_0 + \vec{M}_O(b1 \rightarrow RH) \cdot \vec{y}_0 + \vec{M}_O(b2 \rightarrow RH) \cdot \vec{y}_0 = 0$$

Soit

$$C_p - (T - t)R_H = 0$$

La tension minimale (à la limite du glissement) t vérifie

$$C_p - t(e^{f_1\alpha_H} - 1)R_H = 0$$

$$t_{min} = \frac{C_p}{R_H(e^{f_1\alpha_H} - 1)}$$

Question II.4

En effectuant les mêmes calculs pour les poulies R_I et R_G , pour lesquelles il n'y a pas de couple moteur, on montre que les tensions dans les brins $b1$, $b2$ et $b3$ sont identiques.

Question II.5

On isole la portion de bande en regard du patin presseur, et on applique le PFS. L'équation de résultante donne :

$$\vec{R}_{pat \rightarrow ban} + \vec{R}_{pan \rightarrow ban} + \vec{T} - \vec{t} = \vec{0}$$

En projection sur $(\vec{x}_0)$.

$$-f_3 F - f_4 F - t + T = 0$$

Si on suit l'énoncé de la question, il faut implicitement appliquer le PFS au patin pour faire intervenir F .

Avec la relation trouvée en II.3, il vient

$$FR_H(f_3 + f_4) = C_p$$

On obtient une tension minimale de bande de

$$t_{min} = \frac{F(f_3 + f_4)}{(e^{f_1 \alpha_H} - 1)}$$

Application numérique :

$$t_{min} = 156,71 N$$

Question II.6

On isole la poulie R_I + la partie de bande en contact + tige de vérin. On applique le PFS. L'équation de résultante en projection sur $\vec{z}_0$ donne :

$$\frac{p_t \pi D_v^2}{4} = t(1 + \cos \beta) + mg$$

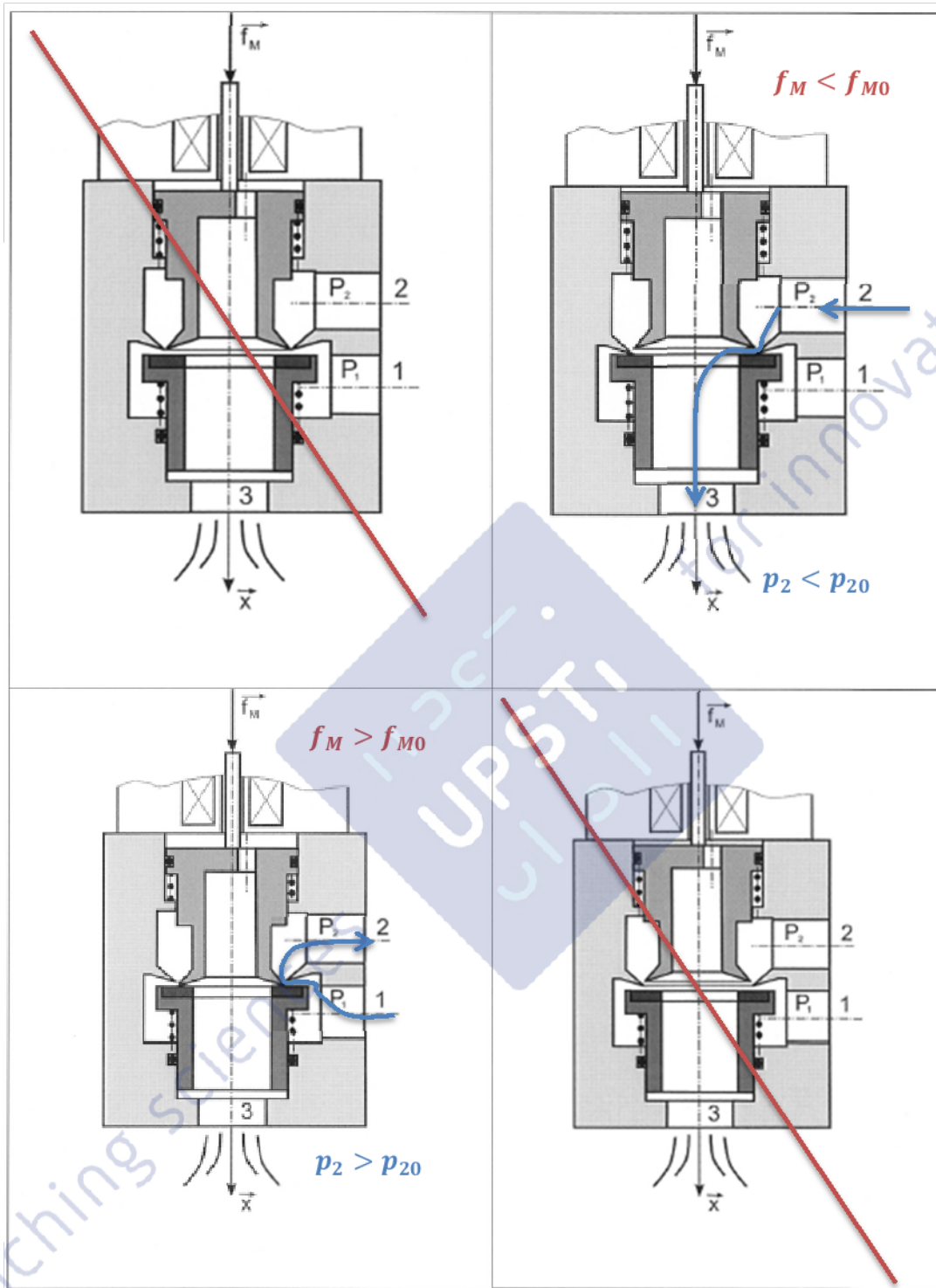
$$p_t = 4 \frac{t(1 + \cos \beta) + mg}{\pi D_v^2}$$

Application numérique :

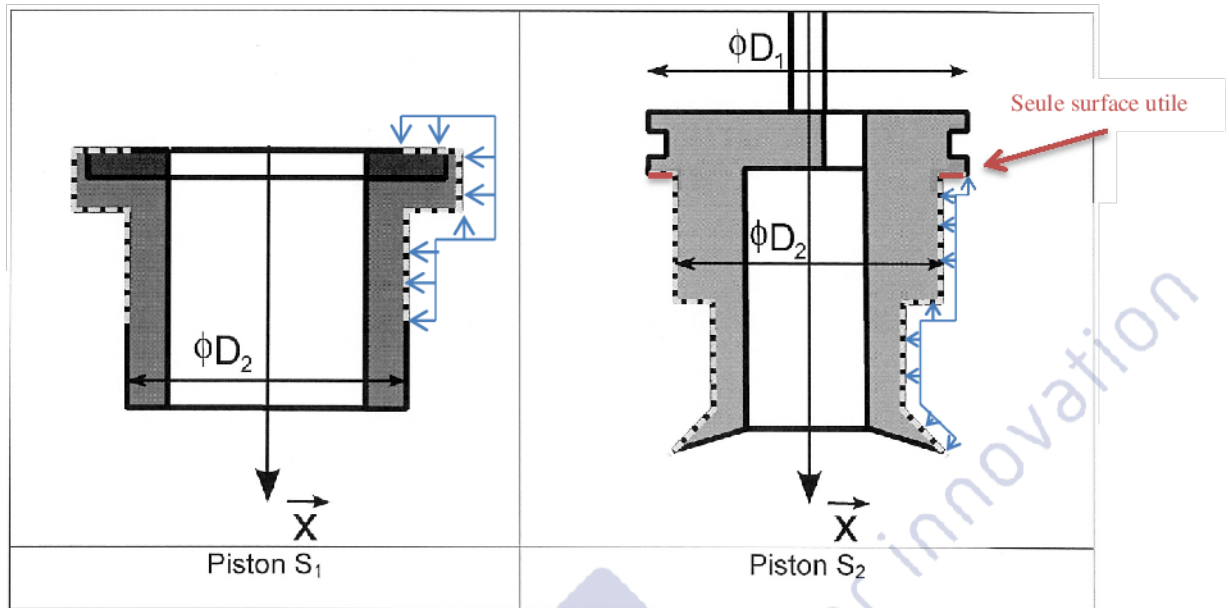
$$p_t = 1,51 \text{ bars}$$

Avec un coefficient de sécurité de 2, il faut une pression de **3 bars** donc **compatible** avec le réseau.

Question II.7



Question II.8



La pression génère un effort local normal à la surface de contact.

On en déduit

$$F_{p1} = 0 \text{ et } F_{p2} = -\frac{p_2 \pi (D_1^2 - D_2^2)}{4}$$

On isole le piston S_2 et on applique le PFD. L'équation de résultante en projection sur $\vec{x}$ donne

$$f_M - \frac{p_2 \pi (D_1^2 - D_2^2)}{4} - 2(F_{R0} + k_p x) - 2\lambda_p \dot{x} = 2m_p \ddot{x}$$

Question II.9

A l'équilibre, l'équation précédente s'écrit

$$f_{M0} - \frac{p_{20} \pi (D_1^2 - D_2^2)}{4} - 2F_{R0} = 0$$

Soit

$$f_{M0} = \frac{p_{20} \pi (D_1^2 - D_2^2)}{4} + 2F_{R0}$$

Par soustraction des deux équations, il vient

$$f_M - f_{M0} - \frac{p_2 \pi (D_1^2 - D_2^2)}{4} + \frac{p_{20} \pi (D_1^2 - D_2^2)}{4} - 2(F_{R0} + k_p x) + 2F_{R0} - 2\lambda_p \dot{x} = 2m_p \ddot{x}$$

Soit

$$\Delta f_M - \frac{\Delta p_2 \pi (D_1^2 - D_2^2)}{4} - 2k_p x - 2\lambda_p \dot{x} = 2m_p \ddot{x}$$

Ou encore

$$\Delta f_M - \Delta p_2 \frac{\pi (D_1^2 - D_2^2)}{4} = 2k_p x + 2\lambda_p \dot{x} + 2m_p \ddot{x}$$

Par transformation de Laplace, on obtient

$$\Delta F_M - \Delta P_2 \frac{\pi (D_1^2 - D_2^2)}{4} = (2k_p + 2\lambda_p s + 2m_p s^2)X$$

Soit

$$\Delta f_M - S_{p1} \Delta p_2 = (2k_p + 2\lambda_p s + 2m_p s^2)X$$

$$\frac{X}{\Delta f_M - S_{p1} \Delta p_2} = \frac{\frac{1}{2k_p}}{1 + \frac{\lambda_p}{k_p} s + \frac{m_p}{k_p} s^2} = \frac{K_H}{\frac{s^2}{\omega_0^2} + \frac{2\xi}{\omega_0} s + 1}$$

Avec $S_{p1} = \frac{\pi(D_1^2 - D_2^2)}{4}$; $K_H = \frac{1}{2k_p}$; $\omega_0 = \sqrt{\frac{k_p}{m_p}}$ et $\xi = \frac{\lambda_p}{2} \sqrt{\frac{1}{k_p m_p}}$

Application numérique :

$$S_{p1} = 125,66 \text{ mm}^2 = 1,25 \text{ cm}^2$$

Question II.10

On a un gain constant, phase nulle en basse fréquence et une pente à -40dB/dec , phase à -180° en haute fréquence donc on modélise le système par un second ordre.

Il n'apparaît pas de résonnance sur le diagramme de gain donc $\xi_G \geq \frac{1}{\sqrt{2}}$.

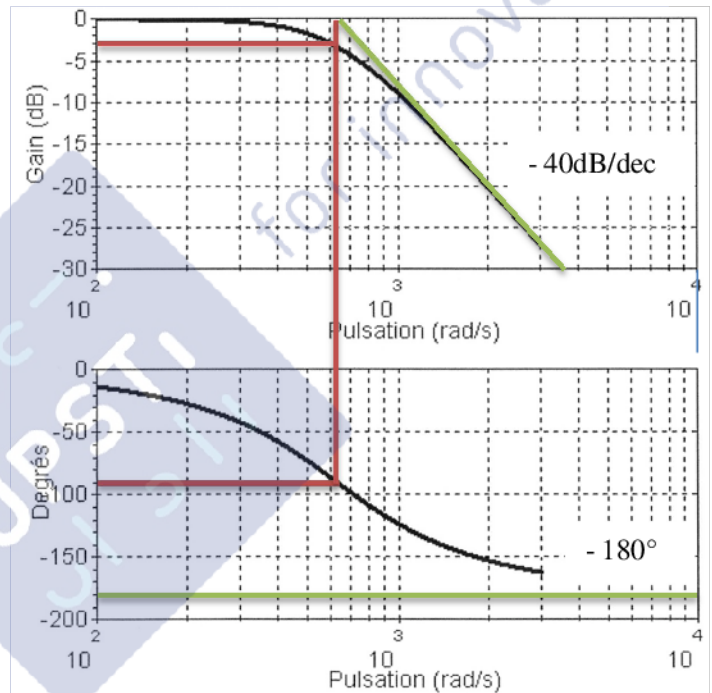
A la pulsation ω_{0G} , le gain s'écrit

$$G(\omega_{0G}) = 20\log(K_G) - 20\log(2\xi_G)$$

En basse fréquence, le gain tend vers 0dB donc $K_G = 1$.

A la pulsation ω_{0G} , la phase vaut -90° donc $\omega_{0G} = 620 \text{ rad.s}^{-1}$

A cette pulsation, on a un gain $G(\omega_{0G}) = -3\text{dB}$ soit $\xi_G \approx \frac{1}{\sqrt{2}}$



Question II.11

D'après le schéma blocs, on a

$$\frac{\Delta P_2}{\Delta P_c} = K \cdot K_E \frac{K_H K_{C1}}{\frac{s^2}{\omega_0^2} + \frac{2\xi}{\omega_0} s + 1 + K_H K_{C1} S_{p1}}$$

$$\frac{\Delta P_2}{\Delta P_c} = \frac{\frac{K K_E K_H K_{C1}}{1 + K_H K_{C1} S_{p1}}}{1 + \frac{2\xi}{\omega_0(1 + K_H K_{C1} S_{p1})} s + \frac{s^2}{\omega_0^2(1 + K_H K_{C1} S_{p1})}}$$

Donc

$$K_G = \frac{K K_E K_H K_{C1}}{1 + K_H K_{C1} S_{p1}}$$

Soit

$$K_H = \frac{K_G}{K K_E K_{C1} - K_{C1} S_{p1} K_G}$$

$$K_H = 0,12 \text{ cm} \cdot \text{daN}^{-1}$$

De plus

$$\omega_0^2(1 + K_H K_{C1} S_{p1}) = \omega_{0G}^2$$

Soit

$$\omega_0 = \frac{\omega_{0G}}{\sqrt{1 + K_H K_{C1} S_{p1}}} = \frac{\omega_{0G}}{\sqrt{1 + \frac{K_G K_{C1} S_{p1}}{K K_E K_{C1} - K_{C1} S_{p1} K_G}}}$$

$$\omega_0 = 379,67 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$$

Enfin

$$\frac{2\xi}{\omega_0(1 + K_H K_{C1} S_{p1})} = \frac{2\xi_G}{\omega_{0G}}$$

Soit

$$\xi = \xi_G \sqrt{1 + K_H K_{C1} S_{p1}} = \xi_G \sqrt{1 + \frac{K_G K_{C1} S_{p1}}{K K_E K_{C1} - K_{C1} S_{p1} K_G}}$$

$$\xi = 1,15$$

Question II.12

D'après le schéma bloc,

$$H_{BO}(s) = \frac{\Delta I_{p2}(s)}{\varepsilon(s)} = C(s) \frac{K_E K K_H K_{C2}}{\left(\frac{s^2}{\omega_0^2} + \frac{2\xi}{\omega_0} s + 1\right)(1 + \tau_2 s) + K_H K_{C2} S_{p1}}$$

$$H_{BO}(s) = C(s) \frac{K_E K K_H K_{C2}}{\frac{\tau_2}{\omega_0^2} s^3 + \left(\frac{2\xi \tau_2}{\omega_0} + \frac{1}{\omega_0^2}\right) s^2 + \left(\frac{2\xi}{\omega_0} + \tau_2\right) s + 1 + K_H K_{C2} S_{p1}}$$

On a un système d'ordre 3 donc la phase tend vers -270° en haute fréquence. Ainsi, si la pulsation de coupure à 0dB est trop grande, le système peut devenir instable.

Question II.13

Pour assurer un écart statique nul, il suffit de prendre comme correcteur un intégrateur pur $C(s) = \frac{1}{s}$

Question II.14

Une marge de gain de 5dB permet de remonter la courbe de

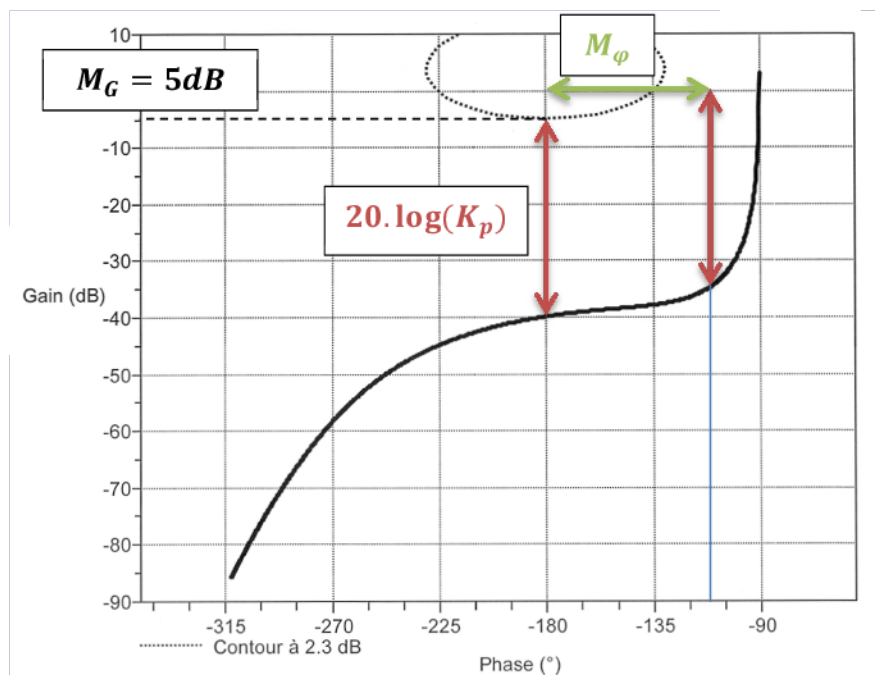
$$20 \log(K_p) = 35 \text{ dB}$$

Soit

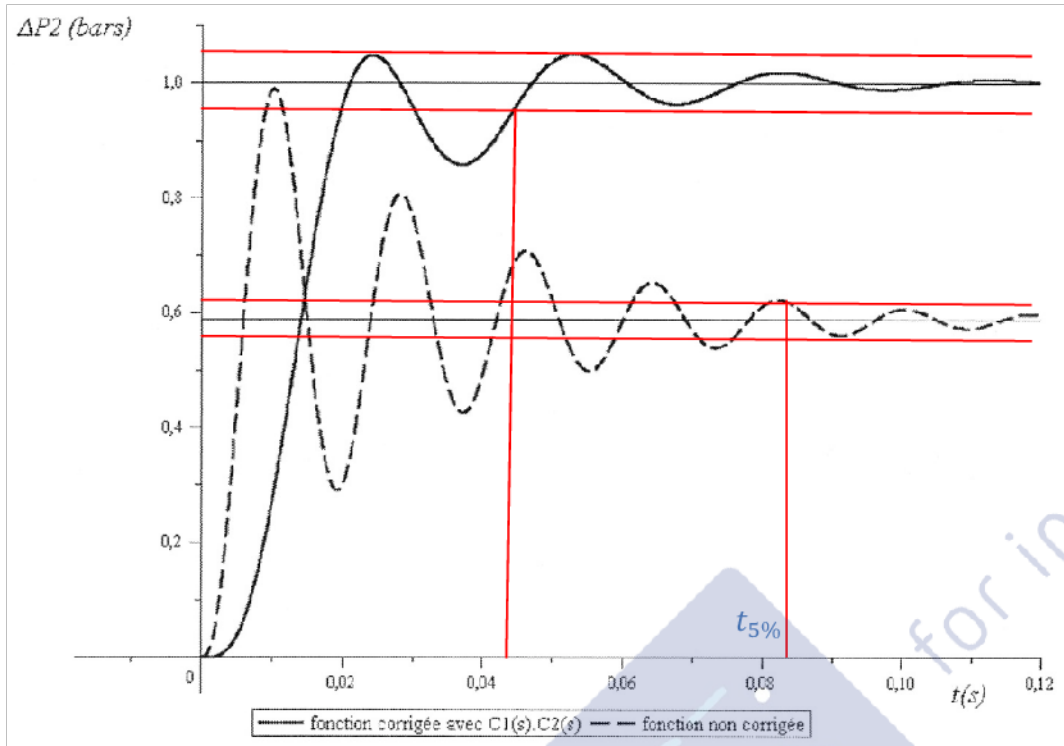
$$K_p = 56,23$$

La marge de phase vaut alors

$$M_\varphi = 73^\circ$$



Question II.15



	$t_{5\%}$	Ecart statique
Système non corrigé	0,085s	> 40%
Système corrigé	0,045s	0

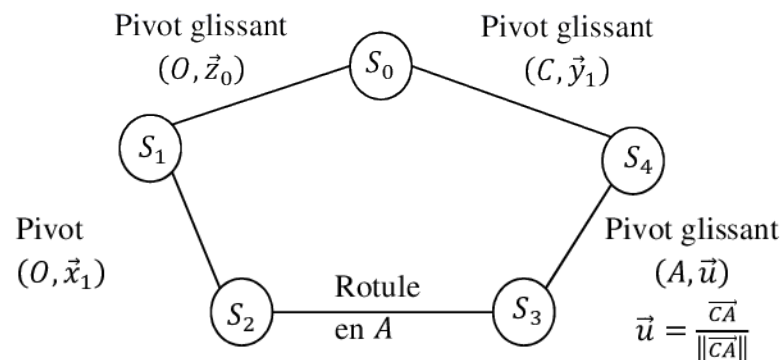
Le correcteur assure le critère de précision. Pour la rapidité, il n'y a pas de critère dans le cahier des charges.

Partie III Etude de la fonction FT 2333 « éviter une sortie latérale de la bande abrasive »

◆ Oscillation du rouleau supérieur

Question III.1

Graphe des liaisons



La mobilité du système est en première approche $m = 3$:

- deux mobilités utiles : les deux déplacements des vérins
- une mobilité interne : rotation de S_3 autour de son axe

On a une chaîne fermée ($\gamma = 1$) et $I_c = 10$ inconnues cinématiques. Donc

$$h = m + 6\gamma - I_c = -1$$

Manifestement, on a oublié une mobilité !!!

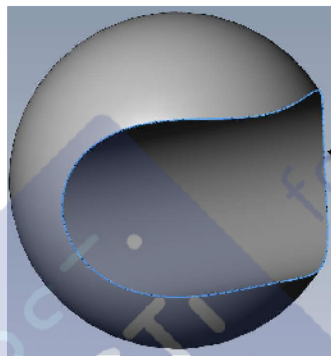
Regardons le système de plus près. On « bloque » la translation des vérins.

La pivot glissant entre 0 et 4 impose au point A de rester sur un cylindre dont l'axe est celui de la liaison pivot glissant.

Les rotations entre 0 et 1 et entre 1 et 2 autorisent ce même point A à être sur une sphère de centre O.

L'intersection de ces deux ensembles est une ligne continue (et non un unique point) donc même si les vérins sont bloqués en translation, il existe une mobilité interne (en plus de celle du piston).

Donc $m = 4$ d'où $h = 0$ le système est isostatique.



Positions possibles
du point A, vérins
bloqués

Question III.2

Dans la position $\theta = 0^\circ$, on a

$$x = \overrightarrow{EA} \cdot \vec{x}_0 = \overrightarrow{OA} \cdot \vec{x}_0 = -a \cdot \sin(\psi)$$

De même, on a

$$y = \overrightarrow{EA} \cdot \vec{y}_0 = \overrightarrow{EO} \cdot \vec{y}_0 + \overrightarrow{OA} \cdot \vec{y}_0 = a \cdot [\cos(\psi) - 1]$$

Lorsque ψ varie entre $0,53^\circ$ et $-0,53^\circ$, $\Delta y = y_{\max} - y_{\min} = 28 \mu m$

Par dérivation de la première expression, on a

$$\dot{x} = -a \cdot \dot{\psi} \cdot \cos(\psi)$$

Soit

$$\dot{\psi} = \frac{-\dot{x}}{a \cdot \cos(\psi)}$$

Pour ψ petit, on a

$$\dot{\psi} = -\frac{\dot{x}}{a}$$

Question III.3

- On isole la tige de vérin et on applique le PFD. Le théorème de la résultante en projection sur $\vec{x}_0$ conduit à :

$$\vec{R}_{23} \cdot \vec{x}_0 + F_{\text{vérin}} = 0$$

- On isole $S = \{S_1 + S_2 + S_5\}$ et on applique le PFD. Le théorème du moment dynamique en O en projection sur $\vec{z}_0$ conduit à :

$$\overrightarrow{OA} \wedge \vec{R}_{32} \cdot \vec{z}_0 = \vec{\delta}_O (S_2 + S_5/S_0)$$

Question III.4

Par composition des rotations,

$$\vec{\Omega}_{S_5/S_0} = \vec{\Omega}_{S_5/S_2} + \vec{\Omega}_{S_2/S_4} + \vec{\Omega}_{S_1/S_0}$$

$$\vec{\Omega}_{S_5/S_0} = \dot{\phi} \vec{y}_1 + \dot{\psi} \vec{z}_0$$

Question III.5

Le solide S_5 est axisymétrique d'axe $(D, \vec{y}_1)$ donc au point D dans la base $\mathcal{B}_1 = (\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_0)$, la matrice est diagonale et les termes A_5 et C_5 sont égaux.

$$[I_{D,S_5}] = \begin{bmatrix} A_5 & 0 & 0 \\ 0 & B_5 & 0 \\ 0 & 0 & A_5 \end{bmatrix}_{(D,\mathcal{B}_1)}$$

Question III.6

D est un point fixe (et/ou le centre d'inertie) de S_5 dans son mouvement par rapport à S_0 donc

$$\vec{\sigma}_D(S_5/S_0) = [I_{D,S_5}] \vec{\Omega}_{S_5/S_0} = B_5 \dot{\phi} \vec{y}_1 + C_5 \dot{\psi} \vec{z}_0$$

Soit, comme $\vec{V}_D(S_5/S_0) = \vec{0}$ (quantité de mouvement nulle)

$$\vec{\sigma}_O(S_5/S_0) = \vec{\sigma}_D(S_5/S_0)$$

Question III.7

$(O, \vec{x}_1, \vec{z}_2)$ et $(O, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$ sont deux plans de symétrie orthogonaux donc la matrice d'inertie en O dans la base $\mathcal{B}_2$ est diagonale.

$$[I_{O,S_2}] = \begin{bmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{bmatrix}_{\mathcal{B}_2=\mathcal{B}_1}$$

Question III.8

O est un point fixe de S_2 dans son mouvement par rapport à S_0 donc

$$\vec{\sigma}_O(S_2/S_0) = [I_{O,S_2}] \vec{\Omega}_{S_2/S_0} = C_2 \dot{\psi} \vec{z}_0$$

Question III.9

Le point O est un point fixe dans S_0 donc

$$\begin{aligned} \vec{\sigma}_O(\Sigma/S_0) &= \left(\frac{d\vec{\sigma}_O(\Sigma/S_0)}{dt} \right)_{S_0} = \left(\frac{d\vec{\sigma}_O(S_5/S_0)}{dt} \right)_{S_0} + \left(\frac{d\vec{\sigma}_O(S_2/S_0)}{dt} \right)_{S_0} \\ \vec{\sigma}_O(\Sigma/S_0) &= B_5 \ddot{\phi} \vec{y}_1 - B_5 \dot{\phi} \dot{\psi} \vec{x}_1 + (C_5 + C_2) \ddot{\psi} \vec{z}_0 \end{aligned}$$

Question III.10

La liaison entre S_2 et S_3 est une liaison rotule. Cette liaison ne transmet pas de moment en A .

$$\{\mathfrak{S}_{S_3 \rightarrow S_2}\} = \left\{ \begin{array}{l} \vec{F}_{32} = X_{32} \vec{x}_0 + Y_{32} \vec{y}_0 + Z_{32} \vec{z}_0 \\ \vec{M}_{A,32} = \vec{0} \end{array} \right\}_A$$

On isole $\{S_3 + S_4\}$ et on applique le PFD. L'inertie de l'ensemble étant négligée :

- Le théorème de la résultante dynamique en projection sur $\vec{y}_0$ donne $Y_{32} = 0$
- Le théorème du moment dynamique en C en projection sur $\vec{y}_0$ donne $Z_{32} = 0$

Ainsi $\vec{F}_{32} = X_{32} \vec{x}_0$ (X_{32} est notée F_{32} dans la suite).

Question III.11

On isole l'ensemble $S = \{S_1 + S_2 + S_5\}$. Le théorème du moment dynamique en O en projection sur $\vec{z}_0$ conduit à :

$$-a F_{32} \cos \psi = (C_5 + C_2) \ddot{\psi}$$

En linéarisant, et en remplaçant $\dot{\psi}$ par son expression en fonction de $\dot{x}$, il vient

$$\ddot{x} = \frac{a^2 F_{32}}{C_5 + C_2}$$

Soit un temps pour atteindre la vitesse V_{34} (en partant d'une vitesse nulle) de :

$$t_a = \frac{C_5 + C_2}{a^2 F_{32}} V_{34} \quad t_a = 7,5 \cdot 10^{-4} \text{ s}$$

Rapport entre le temps d'accélération et le temps à vitesse constante :

$$\frac{t_a}{t_{\text{sortie}} - t_a} = 1,5 \cdot 10^{-3}$$

Question III.12

On isole $\{S_2 + S_5\}$. La PFD s'écrit

$$\{\mathfrak{T}_{S_1 \rightarrow S_2}\} + \{\mathfrak{T}_{S_3 \rightarrow S_2}\} + \{\mathfrak{T}_{\text{Bande} \rightarrow S_5}\} + \{\mathfrak{T}_{\text{pes} \rightarrow S_2}\} + \{\mathfrak{T}_{\text{pes} \rightarrow S_5}\} = \{\mathcal{D}_{S_2/S_0}\} + \{\mathcal{D}_{S_5/S_0}\}$$

L'équation de résultante s'écrit (les centres d'inerties de 2 et 5 sont sur les axes de rotations)

$$\vec{F}_{12} + \vec{F}_{32} + \vec{F}_{B5} + \vec{F}_{\text{pes} \rightarrow 2} + \vec{F}_{\text{pes} \rightarrow 5} = \vec{0}$$

Soit en projection sur $(\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_0)$:

$$\begin{cases} X_{12} + X_{32} \cos(\psi) - F_{Bx} = 0 \\ -X_{32} \sin(\psi) + Y_{12} = 0 \\ Z_{12} - F_{Bz} - mg = 0 \end{cases} \quad m = m_2 + m_5$$

L'équation de moment en O donne

$$\vec{M}_O(1 \rightarrow 2) + \vec{M}_O(3 \rightarrow 2) + \vec{M}_O(B \rightarrow 5) + \vec{M}_O(\text{pes} \rightarrow 2) + \vec{M}_O(\text{pes} \rightarrow 5) = \vec{\delta}_O(2/0) + \vec{\delta}_O(5/0)$$

Or

$$\vec{M}_O(B \rightarrow 5) = \vec{M}_B(B \rightarrow 5) + \vec{OD} \wedge \vec{F}_{B5} = d\vec{z}_0 \wedge \vec{F}_{B5} = -dF_{Bx} \vec{y}_1$$

$$\vec{M}_O(3 \rightarrow 2) = \vec{M}_A(3 \rightarrow 2) + \vec{OA} \wedge X_{32} \vec{x}_0 = ay_1 \wedge X_{32} \vec{x}_0 = -aX_{32} \cos(\psi) \vec{z}_0$$

Donc en projection sur $(\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_0)$:

$$\begin{cases} L_{12} = -B_5 \dot{\phi} \dot{\psi} \\ M_{12} - dF_{Bx} = B_5 \ddot{\phi} \\ N_{12} - aX_{32} \cos(\psi) = (C_5 + C_2) \ddot{\psi} \end{cases}$$

Question III.13

Le terme $L_{12} \vec{x}_1$ vient du terme $[I_{D, S_5}] \vec{\Omega}_{52}$ du moment cinétique qui se réduit à $B_5 \vec{\Omega}_{52}$. Ainsi

$$L_{12} \vec{x}_1 = \left(\frac{dB_5 \vec{\Omega}_{52}}{dt} \right)_{R_0} = \left(\frac{dB_5 \vec{\Omega}_{52}}{dt} \right)_{R_1} + B_5 \vec{\Omega}_{52} \wedge \vec{\Omega}_{10}$$

Sous l'hypothèse $\ddot{\phi} = 0$, on en déduit

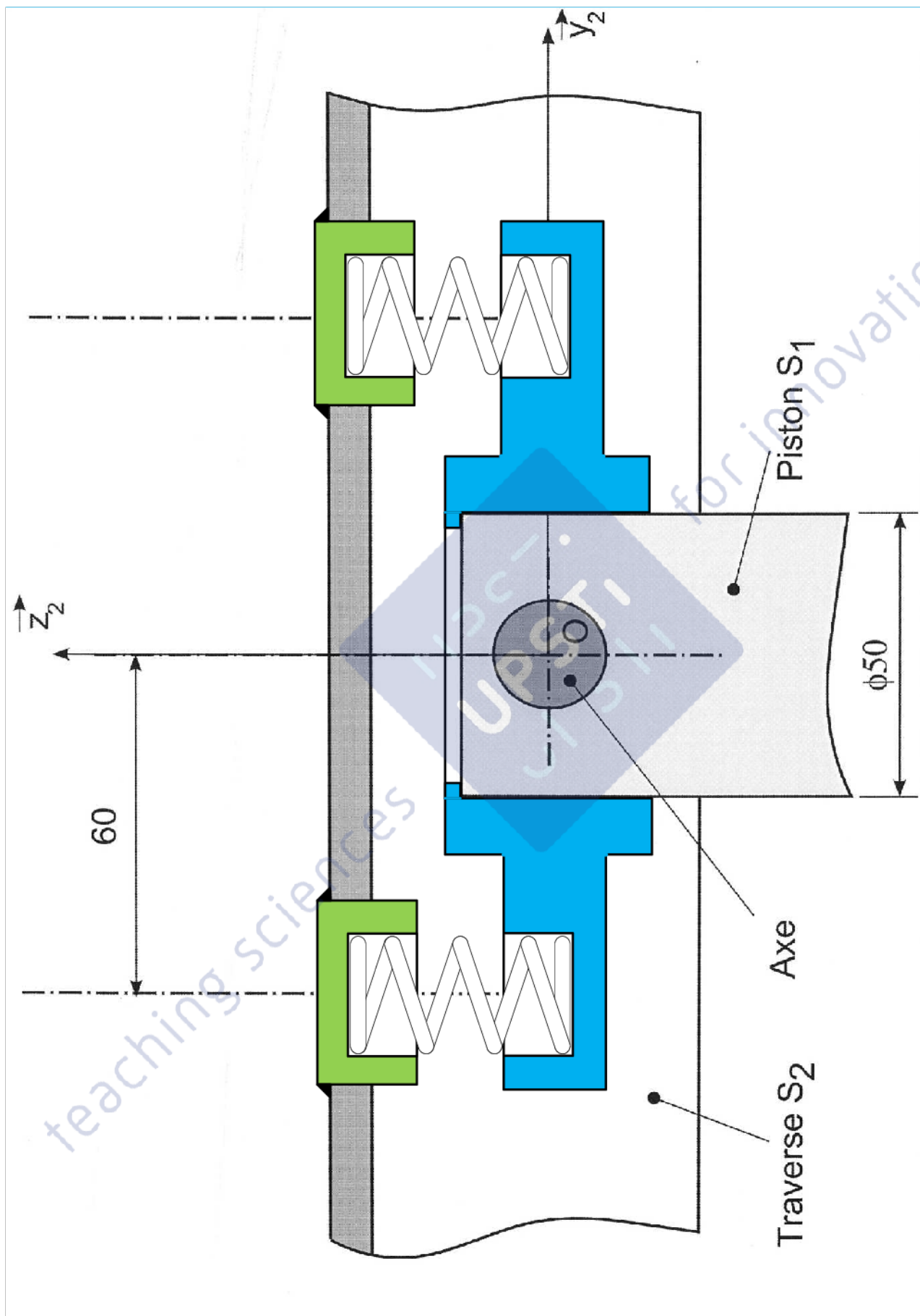
$$L_{12} \vec{x}_1 = B_5 \vec{\Omega}_{52} \wedge \vec{\Omega}_{10}$$

On peut aussi, simplement identifier les termes. $\vec{\Omega}_e = \dot{\psi} \vec{z}_0$, $\vec{\Omega}_r = \dot{\phi} \vec{y}_1$, $I_{\text{rotor}} = B_5$

C'est la mise en évidence du phénomène de **couple gyroscopique**.

♦ Proposition de solution pour le système de rappel élastique dans la liaison pivot S_1/S_2

Question III.14



◆ Déplacement latéral de la bande abrasive

Question III.15

On a d'après le schéma

$$\delta = MM_d = D \cdot \sin(\psi)$$

Question III.16

Pour un tour, on se déplace de δ . Le point M a parcouru la longueur de la bande $(2L + \pi D)$. Le rouleau inférieur a alors tourné d'un angle $\frac{2 \cdot (2L + \pi D)}{D}$.

Pour un angle φ_b , le déplacement est de $d(\varphi_b)$.

Donc

$$d(\varphi_b) = \frac{D^2 \sin(\psi)}{2(2L + \pi D)} \varphi_b$$

Question III.17

En tournant à vitesse constante N_b , on a

$$d(t) = \frac{\pi D^2 \sin(\psi)}{60(2L + \pi D)} N_b t$$

Pour passer d'un capteur à l'autre, la bande met donc

$$t_d = \frac{60d(2L + \pi D)}{\pi N_b D^2 \sin(\psi)}$$

Application numérique ($d=100\text{mm}$, t_d durée pour passer d'un capteur à l'autre)

$$t_d = 16,35 \text{ s}$$

Question III.18

En prenant ψ petit, le déplacement est donné par

$$d(t) = \frac{D^2 \dot{\varphi}_b}{2(2L + \pi D)} \psi t = K \cdot \psi \cdot t$$

Avec $K = \frac{D^2 \dot{\varphi}_b}{2(2L + \pi D)}$

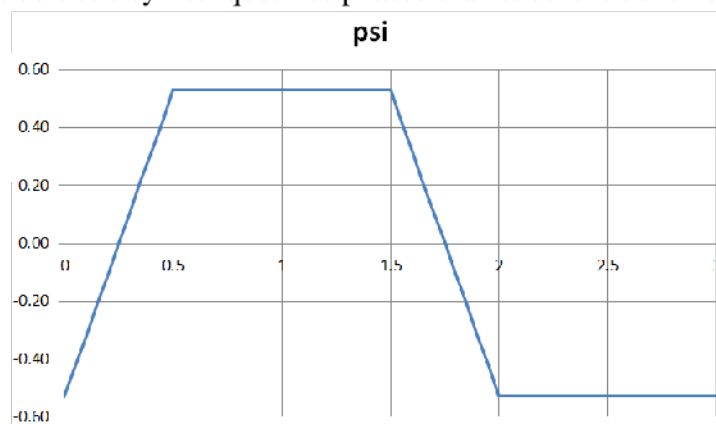
Application numérique : $K = 661 \text{ mm} \cdot \text{s}^{-1}$

Question III.19

V_{34} étant constante, on a pour ψ variant de $-0,53^\circ$ à $0,53^\circ$

$$\psi(t) = -\frac{V_{34}}{a} t + \psi(0)$$

Le système met $0,5\text{s}$ pour passer de $-0,53^\circ$ à $0,53^\circ$. Il mettra donc $0,5\text{s}$ pour passer de $0,53^\circ$ à $-0,53^\circ$. La durée du cycle est de 3s et doit être symétrique. Les phases d'arrêt durent donc 1s . D'où le graphe :



Pour un angle ψ constant, nous avons montré $(t) = K \cdot \psi \cdot t$. On va supposer que, dans le cas général, $\dot{d}(t) = K \cdot \psi$ (Il faudrait le montrer proprement).

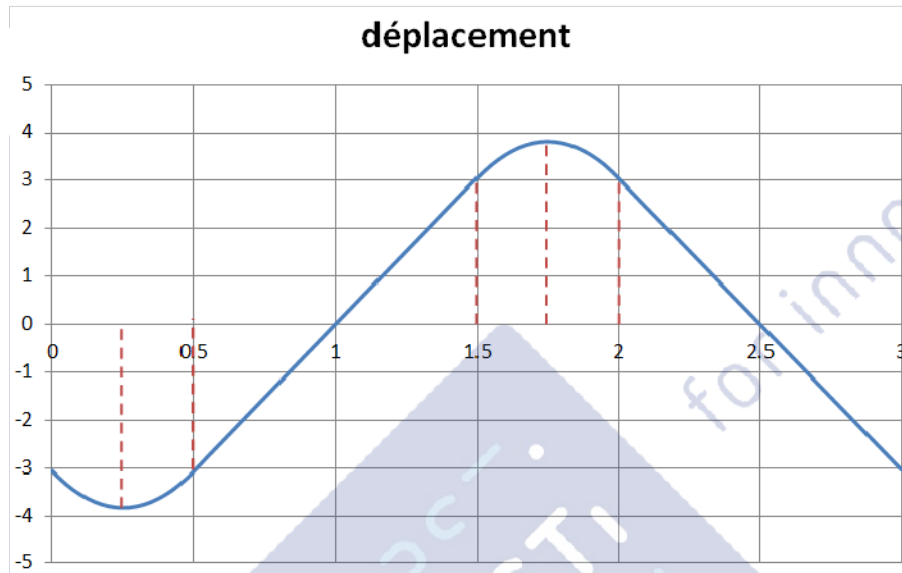
Ainsi, le déplacement vérifie

$$\dot{d}(t) = K.\psi(t) = -\frac{KV_{34}}{a}t + K\psi(0)$$

Soit

$$d(t) = -\frac{KV_{34}}{a}\frac{t^2}{2} + K\psi(0)t + d(0)$$

On peut prendre $d(0) = 0$. Mais j'ai centré la courbe. On obtient



Si l'angle est négatif, le déplacement diminue si l'angle est positif il augmente (c'est le sens de déplacement qui change). Ainsi les valeurs extrêmes sont obtenues lorsque l'angle est nul.

Question III.20

Le minimum est obtenu lorsque l'angle ψ est nul, donc à $t = 0,25s$ puis à $t = 1,75s$

Le déplacement est alors de

$$d_1 = -\frac{KV_{34}}{32a} + \frac{K\psi(0)}{4} = 0,77mm$$

A ce déplacement, s'ajoute le déplacement lorsque l'angle est constant et vaut $0,53^\circ$. Cette phase dure 1s. soit

$$d_2 = K.\psi = 6.12mm$$

Puis on retrouve une variation d'angle identique à la première phase

L'amplitude du déplacement est donc

$$A_d = 7,65mm$$

La distance entre les capteurs semble disproportionnée par rapport au déplacement attendu. Les capteurs s'activent s'il y a un gros défaut sur la machine.