teaching sciences UPSTI for innovation

Proposition de corrigé

Concours : e3a - Polytech

Année : 2013

Filière : MP

Épreuve : Sciences Industrielles pour l'Ingénieur

Ceci est une proposition de corrigé des concours de CPGE, réalisée bénévolement par des enseignants de Sciences Industrielles de l'Ingénieur et d'Informatique, membres de l'UPSTI (Union des Professeurs de Sciences et Techniques Industrielles), et publiée sur le site de l'association :

https://www.upsti.fr/espace-etudiants/annales-de-concours

A l'attention des étudiants

Ce document vous apportera des éléments de corrections pour le sujet traité, mais n'est ni un corrigé officiel du concours, ni un corrigé détaillé ou exhaustif de l'épreuve en question.

L'UPSTI ne répondra pas directement aux questions que peuvent soulever ces corrigés : nous vous invitons à vous rapprocher de vos enseignants si vous souhaitez des compléments d'information, et à vous adresser à eux pour nous faire remonter vos éventuelles remarques.

Informez-vous !

Retrouvez plus d'information sur les Sciences de l'Ingénieur, l'orientation, les Grandes Ecoles ainsi que sur les Olympiades de Sciences de l'Ingénieur et sur les Sciences de l'Ingénieur au Féminin sur notre site : www.upsti.fr

L'équipe UPSTI

E3A-MP 2013 - Presse à chambre variable

Corrigé

Lien vidéo pour la présentation du support:

http://www.youtube.com/watch?v=-kWqn56FOnY

Q1. Exprimer la masse de la balle Mb(t) en formation de deux manières différentes à partir du rayon de la balle R(t), Q_{Pm}, L, ρ et du temps t.

Mb(t) = Q_{Pm}.t = ρ.L.π.R(t)²

Q2. En déduire, le rayon R(t) de la balle en fonction de Q_{Pm}, L, ρ et du temps t.

$$R(t) = \sqrt{\frac{Q_{Pm}.t}{\rho L.\pi}}$$

Q3. Conclure quant à la cadence de 70 balles à l'heure donnée par le CdCF pour des balles de 0,90 m de diamètre. Prendre 10s pour le déchargement.

Temps pour réaliser 70 balles : $70.\left(\frac{\rho L.\pi.R^2}{Q_{Pm}} + 10\right)$

AN : $70.\left(\frac{300.1,10.\pi.0,45^2}{5} + 10\right) = 3\ 640s$ soit 1h et 40s

Cadence de 69,2 balles par heure

Le résultat est compatible avec le cahier des charges.

Q4. Exprimer $Hv_1(p)$.

$$\mathrm{Hv1(p)} = \frac{4}{\pi.(D^2 - d^2)}$$

Q5. Exprimer $Hv_2(p)$.

$$\mathrm{Hv2(p)} = \mathrm{Hv1(p)} = \frac{4}{\pi.(D^2 - d^2)}$$

Q6. Exprimer Ha(p).

Sur la figure 10 : $Ime(p) = Ha(p).Pc(p) - Kc.Hv2.Hb3.Hb2(p).Pb(p)$

Sur la figure 12 : $Im\varepsilon(p) = Ha(p).\left(Pc(p) - Pb(p)\right)$

Donc :

$$Ha(p) = Kc.Hv2.Hb3.Hb2(p)$$

Q7. Exprimer la fonction de transfert en boucle ouverte du système FTBO(p) sous forme canonique.

$$FTBO(p) = Ha(p).C(p).Kd.Hv1(p).H(p).Hb1(p)$$

$$FTBO(p) = Kc.Hv2.Hb3.Hb2.K.Kd.Hv1.Hb4.Hc.0{,}5/p$$

$$FTBO(p) = Kc.\left(\frac{4}{\pi.(D^2 - d^2)}\right)^2.Hb3.Hb2.K.Kd.Hb4.Hc.0{,}5/p$$

$$FTBO(p) = 5.10^{-7}.\left(\frac{4}{\pi.((63.10^{-3})^2 - (45.10^{-3})^2)}\right)^2.0{,}15.0{,}5.K.3.10^{-5}.0{,}55.0{,}05.0{,}5/p$$

$FTBO(p) = Kbo/p$ avec Kbo=K.A et A=6,64.$10^{-9}$$s^{-1}$

$$FTBO(p) = 6{,}64.10^{-9}.K/p$$

Q8. Exprimer en poursuite la fonction de transfert en boucle fermée du système $FTBF_1(p) = \frac{P_b(p)}{P_c(p)}$ sous forme canonique.

$$FTBF(p) = \frac{FTBO(p)}{1 + FTBO(p)}$$

$$FTBF(p) = \frac{1}{1 + \frac{p}{Kc.Hv2.Hb3.Hb2.K.Kd.Hv1.Hb4.Hc.0{,}5}} = \frac{1}{1 + \frac{p}{Kbo}}$$

Q9. Déterminer l'erreur statique ε_{p1}.

Avec un intégrateur dans la chaine directe, l'erreur statique est nulle.

Ou :

$$\varepsilon_{p1} = \lim_{p \to 0} p.\left(1 - \frac{1}{1 + \frac{p}{6{,}64.10^{-9}.K}}\right).\frac{P_{C0}}{p} = 0$$

Q10. Exprimer en régulation (P_c constant), la fonction de transfert en boucle fermée du système $FTBF_2(p) = \frac{P_b(p)}{Q_p(p)}$ sous forme canonique.

$$FTBF_2(p) = -\frac{Hb_1(p)}{1 + FTBO(p)}$$

$$= -\frac{0,5/p}{1 + Kc.Hv2.Hb3.Hb2.K.Kd.Hv1.Hb4.Hc.\frac{0,5}{p}}$$

$$= -\frac{0,5/p}{1 + 6,64.10^{-9}.K/p}$$

$$FTBF_2(p) = -\frac{\frac{0,5}{6,64.10^{-9}.K}}{\frac{p}{6,64.10^{-9}.K} + 1} = -\frac{\frac{7,53.10^7}{K}}{1 + \frac{1,50.10^8.p}{K}}$$

gain en $m^{-1}.s^{-1}$, constante de temps en s

Q11. Déterminer le gain K du correcteur C(p) pour avoir une erreur statique ε_{p2} de 10% conformément au CdCF.

$$\varepsilon_{p2} = \lim_{p \to 0} p.\left(\frac{\frac{7,53.10^7}{K}}{1 + \frac{1,50.10^8.p}{K}}\right).\frac{Q_P}{p} = \frac{7,53.10^7}{K} Q_P = P_b - P_c = 0.1 * P_c$$

$$K = \frac{7.53 * 10^7 * Q_P}{0.1 * P_c}$$

Pour définir une application numérique de K, on se place dans le cas d'une pression de consigne minimale (0.1 bar) et dans le cas d'une rupture d'alimentation de la machine en fourrage ($Q_P = 5\text{kg/s}$).

<u>AN</u>: $K = \frac{7.53*10^7*5}{0.1*1000} = 6757\ [V/V]$

Q12. Exprimer Cc en fonction de R et α.

Cc(t) = R(t). α(t)

Q13. Exprimer α en fonction de β.

$\alpha(t) + 4.\ \beta(t) = 2.\ \pi$

Donc, $\alpha(t) = 2.\ \pi - 4.\ \beta(t)$

Q14. Exprimer β en fonction de a et R.

$$\tan\beta(t) = \frac{a}{R(t)}$$

$$\beta(t) = \arctan\left(\frac{a}{R(t)}\right) \quad \left(|\beta| < \frac{\pi}{2}\right)$$

Q15. En déduire l'expression de Cc en fonction de R et a.

$$Cc(t) = 2.R(t).\left(\pi - 2.\arctan\left(\frac{a}{R(t)}\right)\right) \; ou \; Cc(t) = 4 * R(t) * \arctan\left(\frac{a}{R(t)}\right)$$

Q16. Exprimer I_BB_0 en fonction de θ_0 et b.

$$\sin\frac{\theta_0}{2} = -\frac{I_BB_0}{2.b}$$

$$I_BB_0 = -2.b.\sin\frac{\theta_0}{2}$$

Q17. En déduire l'expression de I_BB_0 - I_BB qui est la variation approchée d'un brin de courroie entre la poulie d'axe $B, \vec{Z}$ et les poulies liées au bâti.

$$I_BB_0 - I_BB = 2.b.\left(\sin\frac{\theta}{2} - \sin\frac{\theta_0}{2}\right)$$

Q18. En déduire l'expression de Cc en fonction de b, c, θ_0 et θ.

$$Cc(t) = 2.(I_BB_0 - I_BB) + 2.(I_CC_0 - I_CC)$$

$$Cc(t) = 4.(b + c)\left(\sin\frac{\theta}{2} - \sin\frac{\theta_0}{2}\right)$$

Q19. A partir de ces approximations, en déduire l'expression du rayon R en fonction de la position θ du bras, puis l'expression du volume V_b de la balle en formation en fonction de θ.

On a :

$$k_1.\theta + k_2 = k_3.R + k_4$$

Donc,

$$R = \frac{k_1.\theta + k_2 - k_4}{k_3}$$

$$V_b = \pi.R^2.L = \pi.\left(\frac{k_1.\theta + k_2 - k_4}{k_3}\right)^2.L$$

Q20. En déduire la valeur du gain Hc (figure 13) pour θ = -45°.

$$Q_d = \dot{V}_b = 2.\pi.\frac{k_1}{k_3}.\left(\frac{k_1.\theta + k_2 - k_4}{k_3}\right).L.\dot{\theta}$$

$$Q_d = 2.\pi.\frac{0{,}073}{5{,}50}.\left(\frac{0{,}073.(-45) + 5{,}29 + 0{,}89}{5{,}50}\right).1{,}10.\dot{\theta}$$

$Q_d = 4{,}83.10^{-2}.\dot{\theta}$ donc Hc = $4{,}83.10^{-2}$ m^3

Q21. A partir d'une fermeture géométrique, exprimer $L_V(t)$ en fonction de X_F, Y_F, L_E, δ et θ.

$$\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{EF}$$

$$X_F.\overrightarrow{x_0} + Y_F.\overrightarrow{y_0} = L_E.\overrightarrow{x_{4'}} - L_V(t).\overrightarrow{y_2}$$

$$\begin{cases} X_F = L_E.\cos(\delta+\theta) + L_V(t).\sin\gamma \\ Y_F = L_E.\sin(\delta+\theta) - L_V(t).\cos\gamma \end{cases}$$

$$L_V(t) = \sqrt{(L_E.\cos(\delta+\theta) - X_F)^2 + (L_E.\sin(\delta+\theta) - Y_F)^2} \quad L_V(t) > 0$$

Q22. En déduire en phase de sortie de tige, l'expression de la vitesse V du vérin.

$$V(t) = \frac{d\,L_V(t)}{dt} = \frac{L_E.\dot{\theta}.\left(-\sin(\delta+\theta)\,(L_E.\cos(\delta+\theta) - X_F) + \cos(\delta+\theta)\,.\,(L_E.\sin(\delta+\theta) - Y_F)\right)}{\sqrt{(L_E.\cos(\delta+\theta) - X_F)^2 + (L_E.\sin(\delta+\theta) - Y_F)^2}}$$

Q23. En déduire la valeur du gain Hb_4 (figure 13) pour θ = -45°.

$$V(t) = \frac{0{,}71.\dot{\theta}.\left(-\sin(35-45)\,(0{,}71.\cos(35-45) - 1{,}10) + \cos(35-45)\,.\,(0{,}71.\sin(35-45) + 0{,}86)\right)}{\sqrt{(0{,}71.\cos(35-45) - 1{,}10)^2 + (0{,}71.\sin(35-45) + 0{,}86)^2}}$$

$V(t) = 0{,}55.\dot{\theta}$ or, $\omega(t) = Hb_4.V(t)$ donc, Hb_4 = 1,82 m^{-1}

Q24. Exprimer $\beta(R)$ en fonction de R(t), r et a.

$$\sin\beta(R) = \frac{a}{R(t)+r}$$

Q25. Exprimer la portion élémentaire de surface dS en fonction de $d\theta$, R et L.

$$dS = L.R.d\theta$$

Q26. Exprimer l'effort élémentaire $\overrightarrow{df}$ agissant sur dS en fonction de $d\theta$, R, L et P.

$$\overrightarrow{df} = P_b.dS.\vec{n} = P_b.L.R.d\theta.\vec{n}$$

Q27. Déterminer les composantes dans la base $(O,\overrightarrow{X_b},\overrightarrow{Y_b},\overrightarrow{Z_b})$ des éléments de réduction au point O du torseur des actions mécaniques exercées par la balle sur les courroies $\{T_{b\to c}\}_O$ en fonction de P, R, L et α.

$$\{T_{b\to c}\}_O = \begin{Bmatrix} \iint_S \overrightarrow{df} \\ \iint_S \overrightarrow{OM}\wedge\overrightarrow{df} \end{Bmatrix}_O = \begin{Bmatrix} P.L.R.\int_\beta^{\beta+\alpha}(\cos\theta.\overrightarrow{x_b}+\sin\theta.\overrightarrow{y_b})d\theta \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_O$$

$$= \begin{Bmatrix} P.L.R.\left((\sin(\beta+\alpha)-\sin\beta).\overrightarrow{x_b}-(\cos(\beta+\alpha)-\cos\beta).\overrightarrow{y_b}\right) \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_O$$

Or, $\beta = \pi - \frac{\alpha}{2}$ donc,

$$\{T_{b\to c}\}_O = \begin{Bmatrix} -2.P.L.R.\sin\frac{\alpha}{2}.\overrightarrow{x_b} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_O$$

Q28. En isolant la portion des courroies en contact avec la balle et en s'arrêtant juste avant les poulies 1 et 2, déterminer la tension dans les courroies T en fonction des paramètres précédant.
En déduire, la valeur du gain Hb_2 de la figure 21.

On applique le théorème de la résultante statique à ce morceau de courroie $/\overrightarrow{x_b}$

$2.T.\sin\beta = 2.P.L.R\sin\alpha/2$ or, $\sin\alpha/2 = \sin\beta$

Donc, $T = P.L.R$ et Hb_2 = L.R

Q29. Déterminer le torseur des actions mécaniques exercé par les courroies sur la poulie d'axe $(B,\overrightarrow{Z_0})$ au point B : $\{T_{C\to PB}\}_B$

$$\{T_{C\to PB}\}_B = \begin{Bmatrix} 2.T.\vec{u} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_B$$

Q30. Déterminer le torseur des actions mécaniques exercé par les courroies sur la poulie d'axe $(C, \vec{Z})$ au point C : $\{T_{C\to PC}\}_C$

$$\{T_{C\to PC}\}_C = \begin{Bmatrix} 2.T.\vec{v} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_C$$

Q31. Faire le bilan des actions mécaniques agissant sur le bras supérieur (4). Noter qu'il y a deux bras de tension et deux vérins, un à chaque extrémité des poulies. L'étude porte sur un seul de ces bras.

$$\{T_{R\to 4}\}_D = \begin{Bmatrix} -\frac{F_r}{2}.\overrightarrow{y_0} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_D \qquad \{T_{poids\to 4}\}_P = \begin{Bmatrix} -P_4.\overrightarrow{y_0} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_P \qquad \{T_{3\to 4}\}_E = \begin{Bmatrix} F.\overrightarrow{y_2} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_E$$

$$\{T_{PB\to 4}\}_B = \begin{Bmatrix} T.\vec{u} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_B \qquad \{T_{PC\to 4}\}_C = \begin{Bmatrix} T.\vec{v} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_C \qquad \{T_{0\to 4}\}_A = \begin{Bmatrix} \overrightarrow{R_{0\to 4}} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_A$$

Q32. Exprimer l'effort F du vérin sur le bras supérieur (4) en fonction de P_4, T, F_r, u_0, u_4, v_0, v_4, θ et γ.

PFS appliqué à 4, équation de moment en A en projection sur $\overrightarrow{z_0}$ …

$$\left(\overrightarrow{AD}\wedge\left(-\frac{F_r}{2}.\overrightarrow{y_0}\right)\right).\overrightarrow{z_0} + \left(\overrightarrow{AP}\wedge(-P_4.\overrightarrow{y_0})\right).\overrightarrow{z_0} + \left(\overrightarrow{AE}\wedge(F.\overrightarrow{y_2})\right).\overrightarrow{z_0} + \left(\overrightarrow{AB}\wedge(T.\vec{u})\right).\overrightarrow{z_0} + \left(\overrightarrow{AC}\wedge(T.\vec{v})\right).\overrightarrow{z_0} + 0 = 0$$

$$-\frac{F_r}{2}.(X_D.\overrightarrow{x_4} + Y_D.\overrightarrow{y_4}).\overrightarrow{x_0} - P_4.(X_P.\overrightarrow{x_4} + Y_P.\overrightarrow{y_4}).\overrightarrow{x_0} + F.(X_E.\overrightarrow{x_4} + Y_E.\overrightarrow{y_4}).\overrightarrow{x_2} + T.[(X_B.\overrightarrow{x_4})\wedge(u_0.\overrightarrow{x_0} - u_4.\overrightarrow{x_4})].\overrightarrow{z_0} + T.[(X_C.\overrightarrow{x_4})\wedge(v_0.\overrightarrow{x_0} - v_4.\overrightarrow{x_4})].\overrightarrow{z_0} = 0$$

$$-\frac{F_r}{2}.(294.\overrightarrow{x_4} + 274.\overrightarrow{y_4}).\overrightarrow{x_0} - P_4.(410.\overrightarrow{x_4} + 125.\overrightarrow{y_4}).\overrightarrow{x_0} + F.(553.\overrightarrow{x_4} + 331.\overrightarrow{y_4}).\overrightarrow{x_2} + T.[(685.\overrightarrow{x_4})\wedge(u_0.\overrightarrow{x_0} - u_4.\overrightarrow{x_4})].\overrightarrow{z_0} + T.[(900.\overrightarrow{x_4})\wedge(v_0.\overrightarrow{x_0} - v_4.\overrightarrow{x_4})].\overrightarrow{z_0} = 0$$

$$-\frac{F_r}{2}.(294.\cos\theta - 274.\sin\theta) - P_4.(410.\cos\theta - 125.\sin\theta) + F.(553.\cos(\theta-\gamma) - 331.\sin(\theta-\gamma)) - u_0.T.685.\sin\theta - v_0.900.T.\sin\theta = 0$$

Donc,

$$F = \frac{\frac{F_r}{2}.(294.\cos\theta - 274.\sin\theta) + P_4.(410.\cos\theta - 125.\sin\theta) - u_0.T.685.\sin\theta - v_0.900.T.\sin\theta}{553.\cos(\theta-\gamma) - 331.\sin(\theta-\gamma)}$$

Q33. En déduire par des mesures, la valeur du gain Hb_3 de la figure 10 pour θ = -45°.

Sur la figure 23, on peut mesurer pour θ = -45° différents $\frac{\Delta F}{\Delta T}$ qui valent autour de 7.

Donc, approximativement, $Hb_3 = 7$