

Proposition de corrigé

Concours : Concours Centrale-Supélec

Année : 2013

Filière : TSI

Épreuve : Sciences Industrielles 1

Ceci est une proposition de corrigé des concours de CPGE, réalisée bénévolement par des enseignants de Sciences Industrielles de l'Ingénieur et d'Informatique, membres de l'[UPSTI](http://www.upsti.fr) (Union des Professeurs de Sciences et Techniques Industrielles), et publiée sur le site de l'association :

<https://www.upsti.fr/espace-etudiants/annales-de-concours>

A l'attention des étudiants

Ce document vous apportera des éléments de corrections pour le sujet traité, mais n'est ni un corrigé officiel du concours, ni un corrigé détaillé ou exhaustif de l'épreuve en question.

L'UPSTI ne répondra pas directement aux questions que peuvent soulever ces corrigés : nous vous invitons à vous rapprocher de vos enseignants si vous souhaitez des compléments d'information, et à vous adresser à eux pour nous faire remonter vos éventuelles remarques.

Licence et Copyright

Toute représentation ou reproduction (même partielle) de ce document faite sans l'accord de l'UPSTI est **interdite**. Seuls le téléchargement et la copie privée à usage personnel sont autorisés (protection au titre des [droits d'auteur](#)).

En cas de doute, n'hésitez pas à nous contacter à : corrigesconcours@upsti.fr.

Informez-vous !

Retrouvez plus d'information sur les [Sciences de l'Ingénieur](#), l'[orientation](#), les [Grandes Ecoles](#) ainsi que sur les [Olympiades de Sciences de l'Ingénieur](#) et sur les [Sciences de l'Ingénieur au Féminin](#) sur notre site : www.upsti.fr

L'équipe UPSTI

Modélisation d'un hayon de coffre électrique

I Détermination des caractéristiques des vérins

I.A – Description et paramétrage

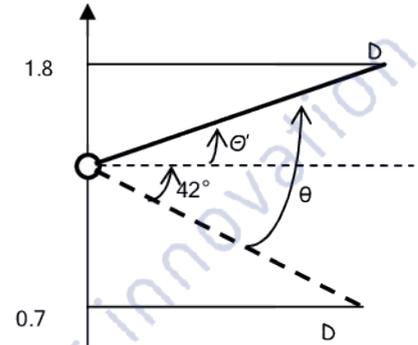
Q1 : Détermination de l'angle d'ouverture maximal du hayon :

Déplacement vertical du point D lors des 42°:

$d \cdot \sin(42^\circ) = 0.67m$, il reste donc un déplacement vertical

de 0.43m d'où $\theta' = \arcsin\left(\frac{0.43}{d}\right) = 25.5^\circ$

On en déduit l'angle d'ouverture maximal : $\theta_{Max} = 67.5^\circ$



Q2 : Détermination de la longueur du vérin L

Fermeture géométrique du triangle ABC :

$$\vec{AC} + \vec{CB} + \vec{BA} = \vec{0} \Leftrightarrow L \cdot \vec{x}_v - c \cdot \vec{x}_p + a \cdot \vec{x}_0 - b \cdot \vec{y}_0 = \vec{0}$$

$$D'où : L \cdot \vec{x}_v = c \cdot \vec{x}_p - a \cdot \vec{x}_0 + b \cdot \vec{y}_0 = \vec{0} \Leftrightarrow \begin{cases} L \cdot \cos \alpha = c \cdot \cos \theta - a \\ L \cdot \sin \alpha = c \cdot \sin \theta + b \end{cases} \text{ en projetant dans la base } B_0.$$

$$\text{Ce qui donne : } L = \sqrt{(c \cdot \cos \theta - a)^2 + (c \cdot \sin \theta + b)^2}$$

Q3 : Détermination de la course du vérin

$$\text{Longueur mini du vérin : } L_0 = \sqrt{(c - a)^2 + b^2} = 0.433m$$

$$\text{Longueur maxi du vérin : } L_{max} = \sqrt{(c \cdot \cos 67.5 - a)^2 + (c \cdot \sin 67.5 + b)^2} = 0.565m$$

$$\text{Course du vérin : } \underline{\text{Course} = L_{max} - L_0 = 0.132m}$$

I.B – Vérification de la fonction FC 1 et détermination de la raideur du ressort...

Q4 : Détermination de l'effort F exercé par chaque vérin

On isole le hayon et on écrit l'équation des moments en B en projection sur \vec{z}_0 :

$$\sum \vec{M}_{B, ext \rightarrow hayon} \cdot \vec{z}_0 = 0$$

$$(\vec{BG} \wedge \vec{P}) \cdot \vec{z}_0 + (\vec{BC} \wedge 2 \cdot \vec{F}_V) \cdot \vec{z}_0 = 0$$

$$\Rightarrow (\lambda \cdot \vec{x}_p \wedge -Mg \cdot \vec{y}_t) \cdot \vec{z}_0 + (c \cdot \vec{x}_p \wedge 2 \cdot F_V \cdot \vec{x}_v) \cdot \vec{z}_0 = 0$$

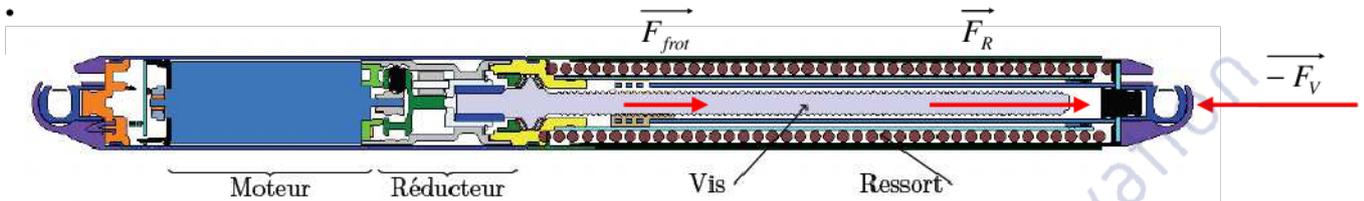
$$\Rightarrow -\lambda Mg \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} + \theta_0 - \theta\right) + 2 \cdot F_V \cdot c \cdot \sin(\alpha - \theta)$$

$$D'où : \underline{F_V = \frac{\lambda Mg \cdot \cos(\theta_0 - \theta)}{2 \cdot c \cdot \sin(\alpha - \theta)}}$$

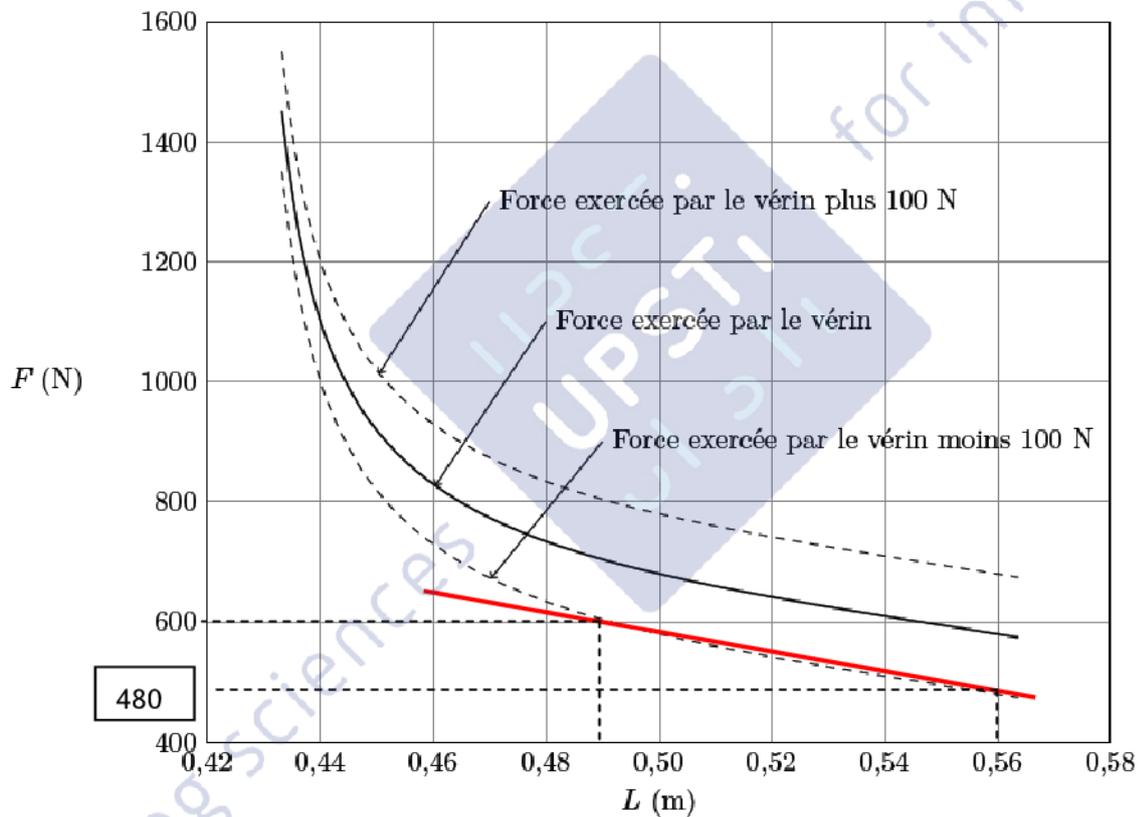
Q5 :Détermination des ressorts

En isolant la tige du vérin, on obtient :

- Action du ressort sur la tige \vec{F}_R
- Action de la vis sur l'écrou \vec{F}_{frot}
- Action du hayon sur la tête de vérin $-\vec{F}_V$
-



On en déduit $F_R = F_V - F_{frot}$, on utilise alors la courbe inférieure :



Raideur du ressort : $k = \frac{120}{0.07} = 1715 N/m$

Précharge : $F_0 = 480 N$, soit un écrasement initial de 0.28m

Q6 : Couple maximal

En ouverture, on obtient : $C_{Max}=4.10^{-3}$ N.m pour $\theta = 1.15rad$

En fermeture, on obtient : $C_{Max}=-3.5.10^{-3}$ N.m pour $\theta = 0.6rad$

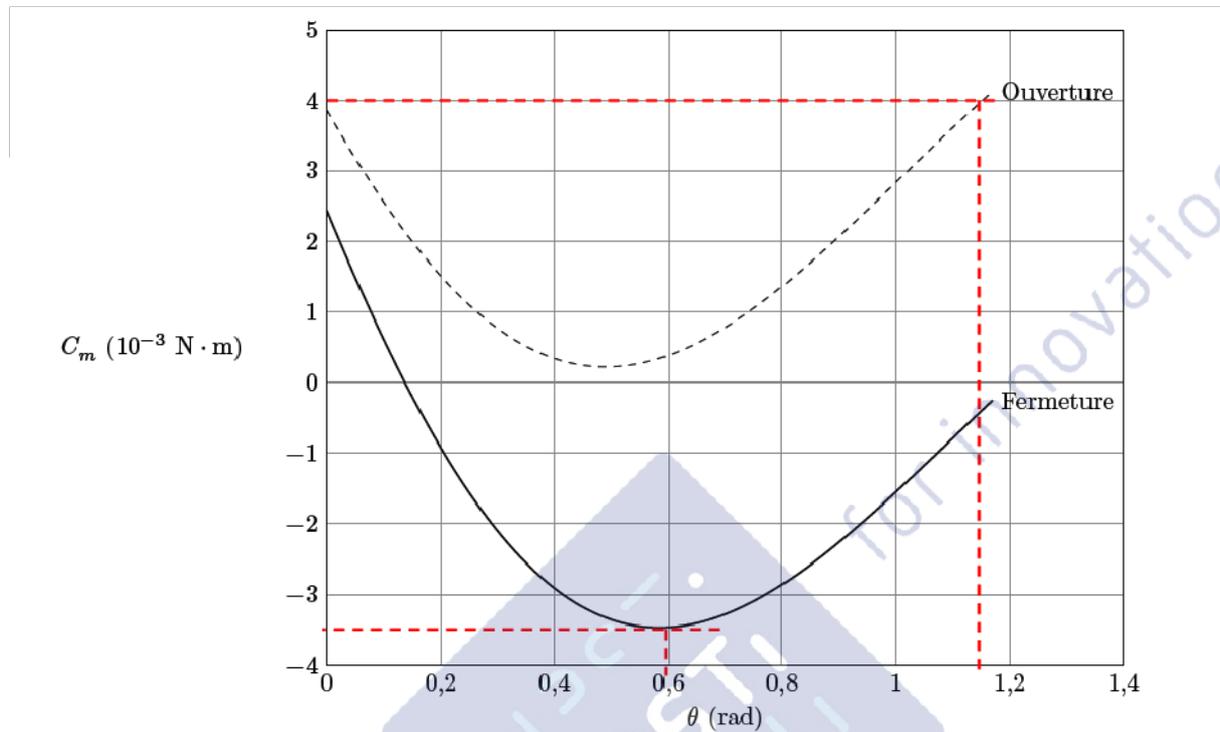


Figure 7 Évolution du couple moteur C_m

II Modélisation dynamique du système global

Q7 :Energie cinétique de l'ensemble {porte+vérins}

L'inertie des vérins étant négligée devant celle du hayon, on se ramène à un solide en rotation autour d'un axe fixe :

$$Ec(\text{porte} + \text{vérin} / R_t) = \frac{1}{2} J \dot{\theta}^2$$

Q8 : Puissance galiléenne fournie par les moteurs

$$P_g(\text{Stator} \rightarrow \text{rotor}) = C_m \cdot \omega_m - f \cdot \omega_m^2 \text{ pour chaque moteur}$$

Q9 : Puissance développée par le poids du hayon

$$P_g(\text{Pesanteur} \rightarrow \text{hayon}) = M \vec{g} \cdot \vec{V}_{G \in \text{hayon} / R_t} = -Mg \cdot \vec{y}_t \cdot \lambda \cdot \dot{\theta} \cdot \vec{y}_p = -Mg \cdot \lambda \cdot \dot{\theta} \cdot \cos(\theta_0 - \theta)$$

Q10 : Puissance développée par chaque ressort

$$P_g(\text{Re ssort} \rightarrow \text{hayon}) = k \cdot (L - L_0) \cdot \vec{x}_V \cdot \vec{V}_{C \in \text{hayon} / R_t} = k \cdot (L - L_0) \cdot \vec{x}_V \cdot c \cdot \dot{\theta} \cdot \vec{y}_p = k \cdot (L - L_0) \cdot c \cdot \dot{\theta} \cdot \cos\left(\theta - \alpha + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$P_g(\text{Re ssort} \rightarrow \text{hayon}) = k \cdot (L - L_0) \cdot c \cdot \dot{\theta} \cdot \sin(\alpha - \theta)$$

Q11 :Puissance dissipée par les frottements internes :

$$\underline{P_g(\text{frott}) = -F_{\text{frott}} \cdot \dot{L}}$$

Q12 : Equation du mouvement du moteur

On applique le théorème de l'énergie puissance à l'ensemble { porte + vérins } :

$$\frac{d}{dt} Ec(\text{porte} + \text{vérins} / Rg) = \sum P_g(\text{Ext} \rightarrow \text{porte} + \text{vérins})$$

$$\Rightarrow J\ddot{\theta} = 2.(C_m \cdot \omega_m - f \cdot \omega_m^2) - Mg \cdot \lambda \cdot \dot{\theta} \cdot \cos(\theta_0 - \theta) + 2.k.(L - L_0).c.\dot{\theta} \cdot \sin(\alpha - \theta) - 2.F_{\text{frott}} \cdot \dot{L}$$

En posant $\theta = \frac{L}{G_0}$ et $\dot{\theta} = \frac{\rho \cdot \omega_m}{G_0}$, on obtient l'équation différentielle suivante :

$$\frac{\rho^2}{G_0^2} \cdot J \frac{d\omega_m}{dt} + 2.f \cdot \omega_m + \frac{\rho}{G_0} \left[Mg \cdot \lambda \cdot \cos\left(\theta_0 - \frac{L}{G_0}\right) - 2.k.(L - L_0).c.\sin\left(\alpha - \frac{L}{G_0}\right) \right] = 2.(C_m - F_{\text{frott}} \cdot \rho)$$

III Réglage de la fonction sécurité des personnes

III.A – Détermination du courant de pincement

Q13 :D'après le cahier des charges, l'effort de pincement est donné par la fonction de service

$$FP3 : \text{Effort maximum } \underline{F_{\text{pinc}} = 40N}$$

Q14 :Détermination de l'effort exercé par chaque vérin en cas de pincement

On isole le hayon et on applique le principe fondamental de la statique en écrivant l'équation

$$\text{des moments en B en projection sur } \vec{z}_0 : \sum \vec{M}_{B, \text{ext} \rightarrow \text{hayon}} \cdot \vec{z}_0 = 0$$

$$(\vec{BC} \wedge 2 \cdot \vec{\Delta F})_{z_0} + (\vec{BD} \wedge F_{\text{pinc}})_{z_0} = 0$$

$$\Rightarrow (c \cdot \vec{x}_p \wedge 2 \cdot \vec{\Delta F} \cdot \vec{x}_v)_{z_0} + (d \cdot \vec{x}_p \wedge F_{\text{pinc}} \cdot \vec{y}_0)_{z_0} = 0$$

On se place dans la position particulière ou $\vec{x}_p = \vec{x}_0$

$$\Rightarrow \underline{\Delta F = \frac{d \cdot F_{\text{pinc}}}{2 \cdot c \cdot \sin \alpha}}$$

L'expression de $\tan \alpha$ donnée à la fin de la question 4, permet de déterminer α pour $\theta = 0^\circ$.

On obtient $\alpha = 162^\circ$

D'où $\underline{\Delta F = 462.3N}$.

Q15 :Détermination de l'accroissement du couple moteur :

En considérant le rapport de transmission fourni à la partie II et en négligeant les pertes, on

obtient alors $\underline{\Delta C_m = \rho \cdot \Delta F = 0.036N.m}$

(compatible avec la valeur fournie dans le sujet 0.035Nm)

Q16 : Détermination du courant maximal lors d'un pincement en fin de fermeture du hayon.

En utilisant la courbe de couple fournie en fig7, on peut lire que le couple maximal en fin de fermeture vaut : $C_m(\theta = 0) = 2.4.10^{-3} N.m$

$$I_{\max} = \frac{C_{\max}}{K_t} = \frac{C_m + \Delta C_m}{K_t} = \frac{2.4.10^{-3} + 0.035}{9.5.10^{-3}} = 3.93A$$

III.B – Contrôle du couple moteur

Q17 : Avec $C_2(p) = 1$.

$$I_M(p) = \frac{U(p) - E(p)}{R + L_M \cdot p} = \frac{G_c \cdot I_{ref}(p)}{R + L_M \cdot p} - \frac{E(p)}{R + L_M \cdot p}$$

Par identification on a :

$$H_1(p) = \frac{G_c}{R} \frac{1}{1 + \frac{L_M}{R} \cdot p} \text{ et } H_2(p) = \frac{1}{R} \frac{1}{1 + \frac{L_M}{R} \cdot p}$$

$$\text{Ainsi } A_1 = \frac{G_c}{R}, A_2 = \frac{1}{R} \text{ et } \tau = \frac{L_M}{R}$$

A.N. :

$$H_1(p) = \frac{2,4}{0,05} \frac{1}{1 + \frac{0,0015}{0,05} \cdot p} \text{ et } H_2(p) = \frac{1}{0,05} \frac{1}{1 + \frac{0,0015}{0,05} \cdot p}$$

$$\text{Soit } H_1(p) = \frac{48}{1 + 0,03 \cdot p} \text{ et } H_2(p) = \frac{20}{1 + 0,03 \cdot p} \text{ et } A_1 = 48, A_2 = 20A/V \text{ et } \tau = 30ms.$$

Respect des critères : limiter l'effort de pincement à 40 N à $\pm 1\%$ en 10 ms maxi.

- Précision : il n'y a pas d'asservissement du courant donc de contrôle du couple moteur fourni.
- Rapidité : C'est un premier ordre, donc le temps de réponse entre $I_M(p)$ et $I_{ref}(p)$ est égale à $3 \cdot \tau$ (90 ms) temps largement supérieur au temps max autorisé (10ms)

$$Q18 : H_i(p) = \frac{I_M(p)}{I_{ref}(p)} = \frac{H_1(p)}{1 + K_i \cdot H_1(p)} = \frac{G_c}{R + L_M \cdot p + K_i \cdot G_c} = \frac{G_c}{R + K_i \cdot G_c} \cdot \frac{1}{1 + \frac{L_M}{R + K_i \cdot G_c} \cdot p}$$

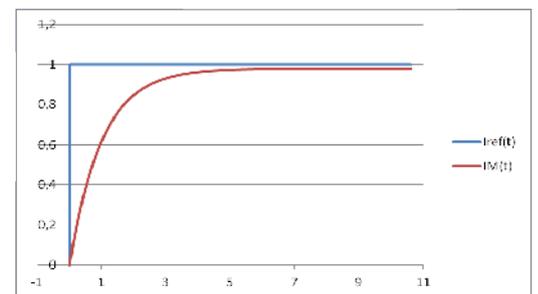
$$\text{Éléments caractéristiques : } A_i = \frac{G_c}{R + K_i \cdot G_c} \text{ et } \tau_i = \frac{L_M}{R + K_i \cdot G_c}$$

$$\text{A.N : } A_i = \frac{2,4}{0,05 + 2,4} = 0,98 \text{ et } \tau_i = \frac{0,0015}{0,05 + 2,4} = 0,61ms$$

Ce système ainsi bouclé est toujours stable (fonction du 1^{er} ordre). Réponse temporelle ci-contre.

Respect des autres critères :

- Précision : L'erreur statique est de 2% : non respect du cahier des charges.
- Rapidité : Par contre le temps de réponse est égal à $3 \cdot \tau$ (1,83 ms) temps inférieur au temps max autorisé (10 ms)



Q19 : $C_2(p) = K_p \frac{1 + \tau_c \cdot p}{\tau_c \cdot p} = K_p + \frac{K_p}{\tau_c \cdot p}$ C'est un correcteur Proportionnel Intégral qui annule l'erreur statique

$$H_{BO}(p) = C_2(p) \cdot H_1(p) \cdot K_i = \frac{1 + \tau_c \cdot p}{\tau_c \cdot p} \cdot \frac{G_c}{R} \cdot \frac{1}{1 + \frac{L_M}{R} \cdot p} \cdot K_i \text{ et on cherche à avoir : } H_{BO}(p) = \frac{A_c}{\tau_c \cdot p}$$

$$\text{Par identification : } \tau_c = \frac{L_M}{R} \text{ et } A_c = \frac{K_i \cdot G_c}{R}$$

$$\text{Calcul de } H_{BF} : H_{BF}(p) = \frac{H_{BO}(p)}{1 + H_{BO}(p)} \cdot \frac{1}{K_i} = \frac{A_c}{A_c + \tau_c \cdot p} \cdot \frac{1}{K_i} = \frac{1}{K_i} \cdot \frac{1}{1 + \frac{\tau_c}{A_c} \cdot p}$$

$$\text{La nouvelle constante de temps du système bouclé est } \tau_{BF} = \frac{\tau_c}{A_c} = \frac{L_M}{R} \cdot \frac{R}{K_p \cdot G_c} = \frac{L_M}{K_p \cdot G_c}$$

$$\text{On désire } \tau_{BF} = 3\text{ms} \text{ donc } \tau_{BF} = \frac{L_M}{K_p \cdot G_c} \Leftrightarrow K_p = \frac{L_M}{\tau_{BF} \cdot G_c} \text{ A.N. : } K_p = \frac{0,0015}{0,003 \cdot 2,4} = 0,21$$

L'ajout de ce correcteur (PI) permet de respecter la précision demandée (erreur statique nulle) et la rapidité souhaitée ($Tr = 3 \cdot \tau_{BF}$ et $Tr < 10\text{ms}$).

III.C – Limitation du couple moteur

Q20 :

Avec $I_{refMAX} = 3,6 \text{ A}$

La valeur du courant de sortie ne peut être supérieure à I_{refMAX} . Ainsi, la valeur du couple fournit est aussi limitée.

Il suffit de choisir la valeur de I_{refMAX} pour limiter le couple de pincement (à K_t près).

Q21 : ALI idéal et les deux diodes zéners sont bloquées. On reconnaît un montage

$$\text{amplificateur inverseur : } \frac{V_s(t)}{V_e(t)} = -\frac{R_2}{R_1}$$

Q22 : D_{z1} est polarisée en direct

D_{z2} est polarisée en inverse

$$u_{AB}(t) = u_{z1}(t) - u_{z2}(t) = 0 - (-U_{Z0}) = U_{Z0}$$

Dans ces conditions $V_s(t) = -u_{AB}(t) = -U_{Z0}$

Q23 : Limite de conduction de la diode zéner D_{z2} :

$$\text{En régime linéaire (juste avant la conduction de } D_{z2}), \frac{V_s(t)}{V_e(t)} = -\frac{R_2}{R_1} \text{ d'où } V_e(t) = -\frac{R_1}{R_2} \cdot V_s(t) \text{ et}$$

la tension $V_s(t) = -U_{Z0}$. Donc $V_e(t) = \frac{R_1}{R_2} \cdot U_{Z0}$ C'est donc la tension minimale de $V_e(t)$ telle que

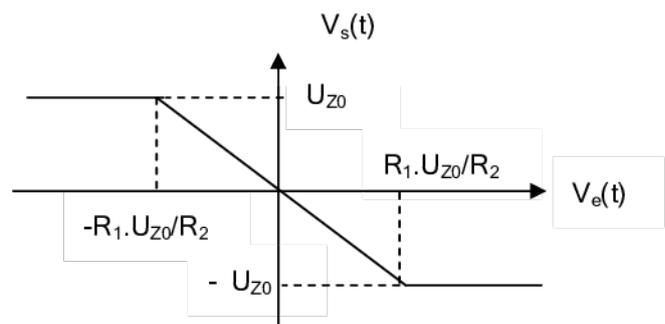
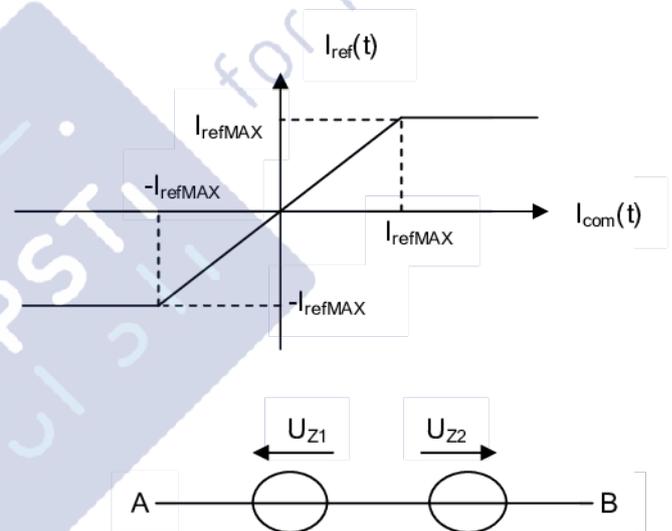
la diode D_{z2} soit polarisée en inverse.

Q24 :

On ne retrouve pas exactement la caractéristique de la question Q20. Il faut :

- prévoir un inverseur supplémentaire,
- que $R_1 = R_2$ (entre 1 et 10 k Ω) avec des valeurs précises,

La valeur limite du couple est liée à la tension zéner inverse (U_{Z0}) donc au choix de la diode zéner.



Ce choix est difficilement à mettre en œuvre en cas de fabrication en série : grande dispersion des valeurs des résistances (ou à utiliser des résistances à 0,5 %, donc coût plus important) et de la tension inverse de la diode zéner.

Q25 : Modification de l'algorithme

Debut

IREF = CAN ;

Si IREF > IREFMAX

Alors IREF = IREFMAX ;

Si IREF < (-IREFMAX)

Alors IREF = -IREFMAX ;

CNA = IREF

Fin

Q26 :

La bande passante est de : $f_c = \frac{1}{2\pi\tau_i}$ et on veut $f_e = 10.f_c = \frac{10}{2\pi\tau_i} = \frac{10}{2\pi \cdot 0,003} = 530,5 \text{ Hz}$

Le calculateur dispose donc de T_e (soit 1,88 ms) pour calculer la nouvelle valeur IREF.

Lors du calcul de cette nouvelle valeur, il y a :

3 affectations max (ou deux si les tests sont négatifs) + 2 tests

donc : $3 \cdot 5 + 2 \cdot 3 = 21$ cycles machines

et ainsi $21 \cdot \frac{1}{f_{\text{horloge}}} < T_e$ donc $f_{\text{horloge}} > \frac{21}{T_e}$ soit $f_{\text{horloge}} > \frac{21}{1,88} \cdot 10^3, f_{\text{horloge}} > 11,2 \text{ kHz}$

Q27 :

La solution numérique présente de nombreux avantages : le réglage de la valeur limite du couple est facilement modifiable (variable IREFMAX) et cette solution est aisément mise en œuvre lors d'une fabrication en série. Elle ne nécessite qu'un seul circuit (le microcontrôleur avec souvent CAN et CNA intégrés) et la fréquence min de ce dernier est faible (l'emploi d'un quartz n'est donc pas utile).

Ce sera certainement la solution retenue.

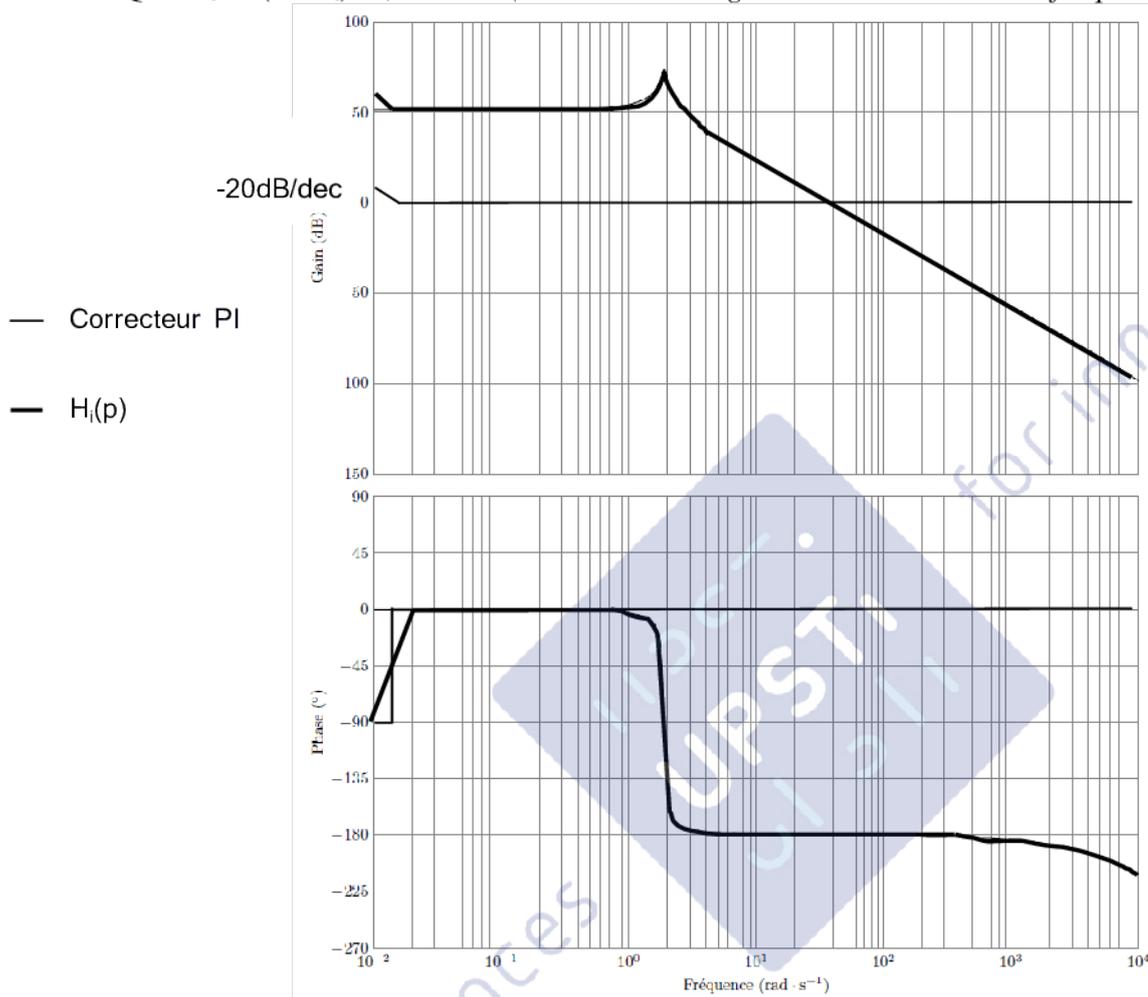
III.D – Réglage de la stabilité de l'asservissement de position

Q28 :

A l'aide de la figure 16, on relève un déphasage de -270° : donc système du 3^{ème} ordre

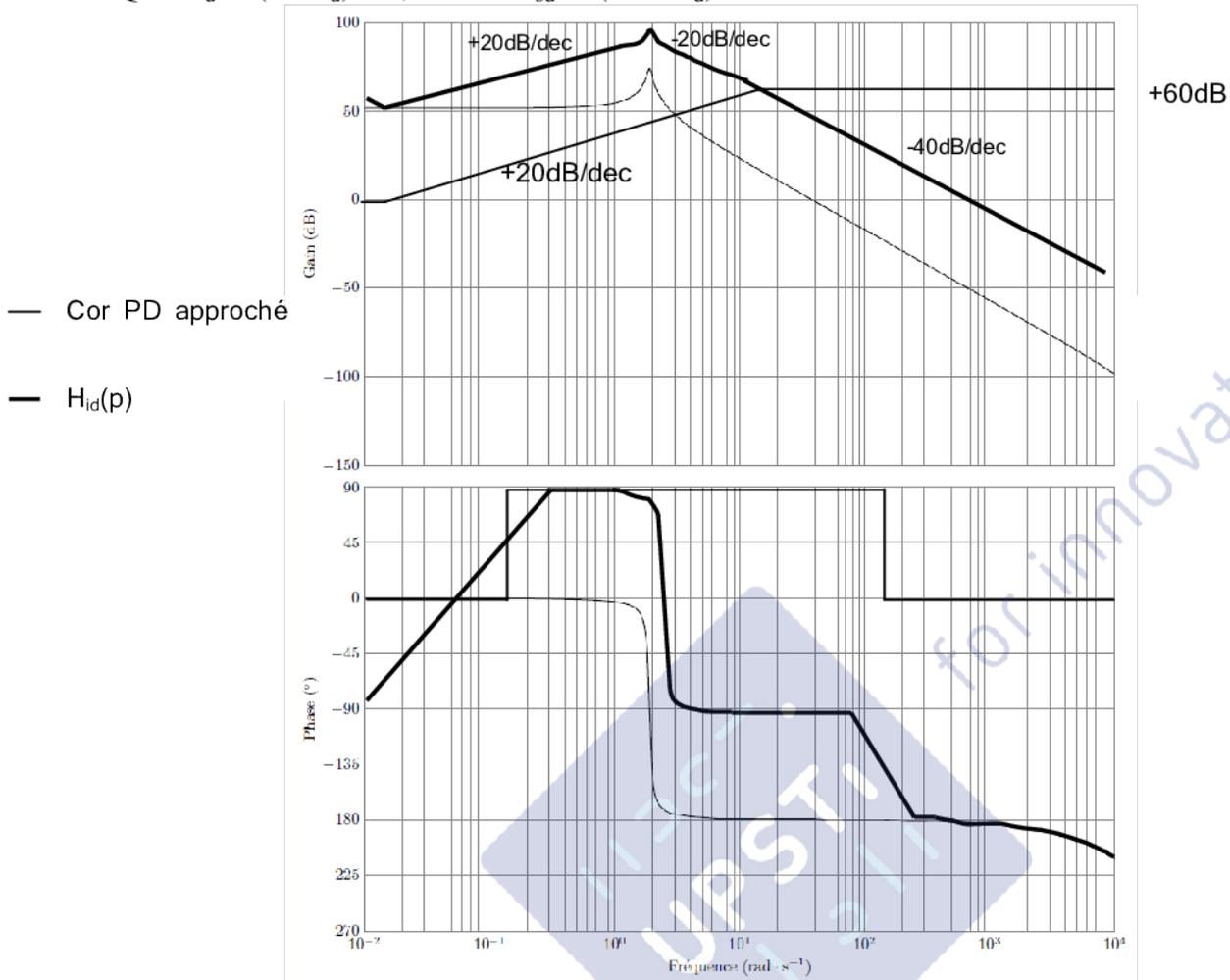
A l'aide de la figure 8, on note la présence d'un seul intégrateur : donc système de classe 1.

Q29 : $f_i=1/(2.\pi.\tau_i)=0,016$ Hz (attention les diagrammes sont donnés en fréquence)



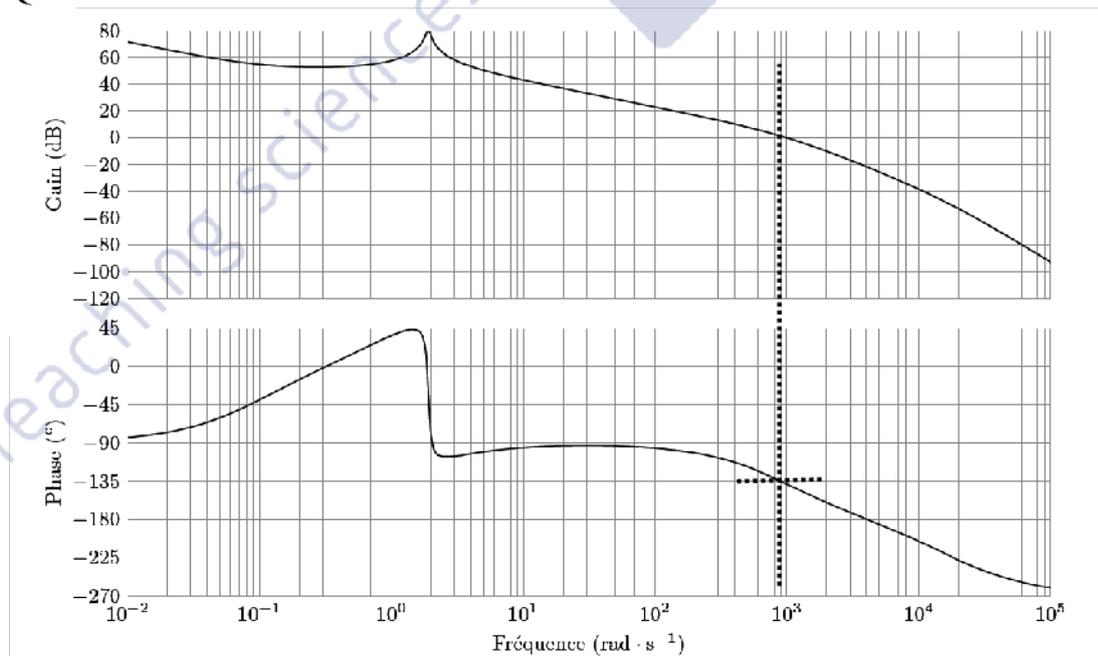
Ce correcteur est un correcteur PI, il permet d'augmenter la classe du système (classe 2 ainsi) et donc ici d'annuler l'erreur dynamique.

Q30 : $f_d=1/(2.\pi.\tau_d) = 0,16 \text{ Hz}$ et $f_{bd}=1/(2.\pi.b.\tau_d) = 160 \text{ Hz}$



C'est un correcteur à avance de phase. Il permet d'augmenter la marge de phase (ou de gain) ce qui rend la fonction plus stable.

Q31 :



Pour $M_\varphi = 45^\circ$, on a $f = 900 \text{ Hz}$ et le $G = 0 \text{ dB}$. Donc il suffit de prendre $K_p = 1$.

IV Conclusion

Q32 : Les modifications sont présentées en bas de la page 2 du sujet (débattement, temps, ...)