

Proposition de corrigé

Concours : Concours Centrale-Supélec

Année : 2013

Filière : MP

Épreuve : Sciences Industrielles pour l'Ingénieur

Ceci est une proposition de corrigé des concours de CPGE, réalisée bénévolement par des enseignants de Sciences Industrielles de l'Ingénieur et d'Informatique, membres de l'[UPSTI](http://www.upsti.fr) (Union des Professeurs de Sciences et Techniques Industrielles), et publiée sur le site de l'association :

<https://www.upsti.fr/espace-etudiants/annales-de-concours>

A l'attention des étudiants

Ce document vous apportera des éléments de corrections pour le sujet traité, mais n'est ni un corrigé officiel du concours, ni un corrigé détaillé ou exhaustif de l'épreuve en question.

L'UPSTI ne répondra pas directement aux questions que peuvent soulever ces corrigés : nous vous invitons à vous rapprocher de vos enseignants si vous souhaitez des compléments d'information, et à vous adresser à eux pour nous faire remonter vos éventuelles remarques.

Licence et Copyright

Toute représentation ou reproduction (même partielle) de ce document faite sans l'accord de l'UPSTI est **interdite**. Seuls le téléchargement et la copie privée à usage personnel sont autorisés (protection au titre des [droits d'auteur](#)).

En cas de doute, n'hésitez pas à nous contacter à : corrigesconcours@upsti.fr.

Informez-vous !

Retrouvez plus d'information sur les [Sciences de l'Ingénieur](#), l'[orientation](#), les [Grandes Ecoles](#) ainsi que sur les [Olympiades de Sciences de l'Ingénieur](#) et sur les [Sciences de l'Ingénieur au Féminin](#) sur notre site : www.upsti.fr

L'équipe UPSTI

Etude du robot de traite automatique Lély Astronaut A3
Centrale supélec MP 2013

Q1. Adéquation du robot à la taille du cheptel

durée :

d'un cycle : d_{cycle}

d'une traite : $d_t = 6'$

d'un nettoyage simple : $d_{ns} = 4'$

d'un nettoyage complet : $d_{nc} = 10'$

période en nombre de traites :

d'un nettoyage simple : $f_s = 5$

d'un nettoyage complet : $f_c = 20$

On peut ainsi écrire d'après la description faite, $d_{cycle} = d_t * f_c + d_{ns} * (\frac{f_c}{f_s} - 1) + d_{nc}$ soit

$d_{cycle} = 6 * 20 + 4 * (\frac{20}{5} - 1) + 10 = 142'$; Sur une durée quotidienne de 20h, il est possible de réaliser $n_{cycle} = E(\frac{20 * 60}{142}) = 8 \text{ cycles}$ et il reste 64' de disponibles. Il est de ce fait possible de réaliser 10 traites complémentaires et un nettoyage simple.

Le robot peut effectuer $8 * 20 + 10 = 170$ traites par 20h, à raison d'une moyenne de 2,5 traites par vache cela donne pour 1 robot 68 vaches.

Remarque : le dernier nettoyage complet est-il inclus dans les 20h ? Il est indiqué dans le sujet à « l'issue des 20h quel que soit le nombre de traites... ». Si l'on considère qu'il n'y est pas alors il faut 5 traites, un nettoyage simple, 3 traites et un nettoyage complet soit $8 * 6 + 4 + 10 = 62'$. Ce qui conduirait à 168 traites et ainsi un troupeau de 67 vaches par robot.

Q2. Adéquation du robot à l'investissement économique

$S = 270000 \text{ €}$ est le montant de l'emprunt.

Au bout d'un mois si rien n'est remboursé le montant dû vaut $S' = S + S * t_m$ avec t_m le taux mensuel.

Si l'emprunteur a remboursé une mensualité m , alors le restant dû vaut : $S_1 = S(1 + t_m) - m$.

Au bout de 2 mois à mensualité constante le montant dû devient

$$S_2 = S_1 * (1 + t_m) - m = S(1 + t_m)^2 - m(1 + t_m) - m = S(1 + t_m)^2 - m * (1 + 1 + t_m)$$

Il est ainsi aisé de généraliser au mois k : $N_k = S_k = S(1 + t_m)^k - m * \sum_{i=0}^{k-1} (1 + t_m)^i$.

Au $n^{\text{ième}}$ mois, le montant dû doit être nul, ce qui permet de déduire la mensualité $m = \frac{S(1 + t_m)^n}{\sum_{i=0}^{n-1} (1 + t_m)^i}$.

On reconnaît la somme des n premiers termes d'une suite géométrique au dénominateur donc

$$m = \frac{-t_m * S(1 + t_m)^n}{1 - (1 + t_m)^n}$$

L'application numérique donne $m = 3944,31 \text{ €}$.

Q3. La lecture du graphique proposé donne en regardant les aires sous la courbe

$$V_{max} = \left[\frac{60 \times 1}{2} + 60 \times 3,5 + \frac{(60 - 15) \times (7 - 4,5)}{2} + 15 \times (10 - 4,5) \right] \times 30,4 = 11514 \text{ litres/an}$$

Q4. Détermination du revenu pour les associés

salle de traite manuelle : $\text{revenu} = \text{chiffre d'affaire} - \text{frais}$,

soit $r = \text{volume}_{\text{moyen}} \times \text{prix} \times \text{nombre vaches} - \text{fonctionnement} - \text{vétérinaire} - \text{masse salariale}$

Avec les données du sujet : $r = 8000 \times 0,31 \times 100 - 200000 - 5000 - 24000 = 19000 \text{ €}$ soit par associé $r_a = 19000/3 = 6333 \text{ €}$

Dans le cas de l'achat de robot pour les 7 premières années :

$$r = 8000 \times 1,2 \times 0,31 \times 100 - 200000 \times 1,15 - 1000 - 48000 = 18600 \text{ €} \quad \text{soit} \quad r_a = 6200 \text{ €}$$

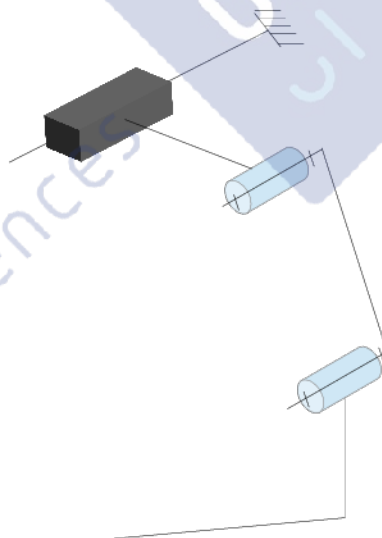
Pour les années suivantes :

seul le remboursement disparaît remplacé par une augmentation de frais soit 18000€ de revenu supplémentaire $r_a = 6200 + 18000/3 = 12200 \text{ €}$.

La perte de revenu engendrée pendant 7 ans est de $133 \times 7 = 931 \text{ €}$ qui seront compensés en 2 mois (le revenu mensuel passant de 528€ à 1017€ sans ou avec robot soit un plus de 480€).

Il peut sembler pertinent au vu de ces calculs de justifier de l'intérêt de l'implantation d'une salle de traite automatique (mais est-ce les seuls critères à prendre en compte?)

Q5. La structure cinématique retenue permet un mouvement de translation rectiligne suivant la direction $\vec{x}_0$ et deux mouvements de rotation d'axes $(A, \vec{x}_0)$ et $(B, \vec{x}_0)$. Elle est modélisable par une liaison glissière et deux liaisons pivots.



Il aurait été possible de créer une structure comportant trois liaisons glissières en série en remplaçant les liaisons pivot par des liaisons glissières de direction $\vec{y}_0$ et $\vec{z}_0$.

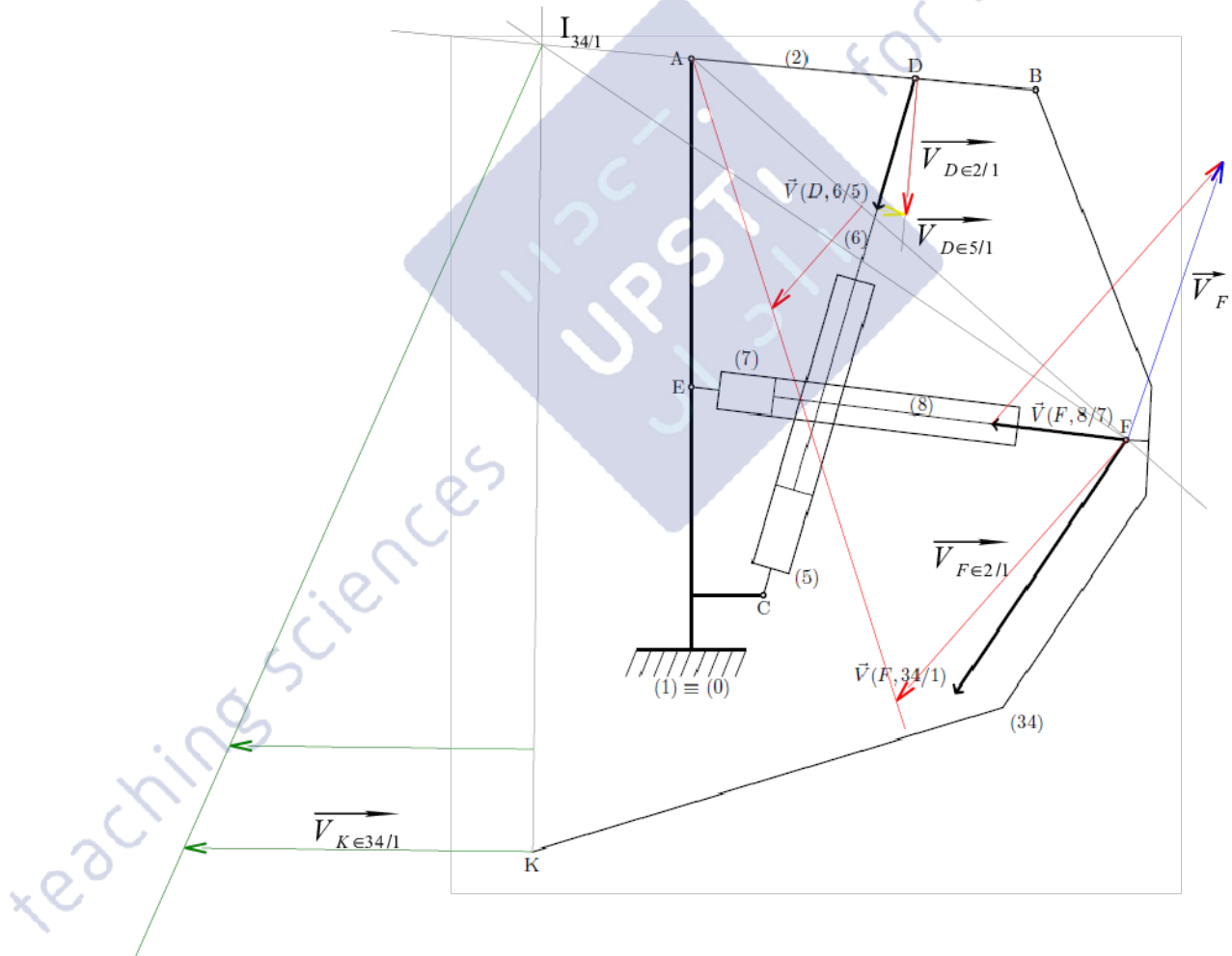
Q6. Détermination graphique de la vitesse d'approche de la tête de traite.

a) Par composition de mouvement au point D entre les pièces 2, 1, 6 et 5 on obtient :

$\vec{V}_{D \in 2/1} = \vec{V}_{D \in 6/1} = \vec{V}_{D \in 6/5} + \vec{V}_{D \in 5/1}$. L'analyse des mouvements élémentaires permet de trouver les supports de $\vec{V}_{D \in 2/1}$ et de $\vec{V}_{D \in 5/1}$ et ainsi d'obtenir $\vec{V}_{D \in 2/1}$. (voir le tracé

Pour obtenir le vecteur $\vec{V}_F$ défini par le sujet, il faut tracer $\vec{V}_{F \in 2/1}$ (champ des vecteurs vitesses du mouvement de 2/1 tracé en rouge), puis réaliser la somme vectorielle. On obtient $\vec{V}_F$ tracé en bleu.

- b) On a la relation $\overrightarrow{V_{F \in 2/1}} + \overrightarrow{V_{F \in 34/2}} + \overrightarrow{V_{F \in 8/34}} + \overrightarrow{V_{F \in 7/8}} + \overrightarrow{V_{F \in 1/7}} = \vec{0}$. En introduisant $\overrightarrow{V_F} = \overrightarrow{V_{F \in 8/7}} - \overrightarrow{V_{F \in 2/1}}$ on obtient $\overrightarrow{V_F} = \overrightarrow{V_{F \in 34/2}} - \overrightarrow{V_{F \in 7/1}}$
- c) Le centre instantané de rotation du mouvement de 34/1 s'obtient par l'intersection des droites définies par (I_{2/1}I_{34/2}) soit (AB) et la perpendiculaire à $\overrightarrow{V_{F \in 34/1}}$ en F. Ayant le point I_{34/1}, on peut tracer le champ des vecteurs vitesses du mouvement de 34/1 et en déduire $\overrightarrow{V_{K \in 34/1}}$ (tracé en vert).
- d) En considérant que les actionneurs sont à vitesse maximale soit 50 cm.s^{-1} , on obtient un vecteur vitesse $\overrightarrow{V_{K \in 34/1}}$ dont la norme vaut $1,29 \text{ m.s}^{-1}$ excédant 10 cm.s^{-1} : il y a risque de blessure de l'animal. En revanche pour une vitesse d'actionneurs de 4 cm.s^{-1} le tracé permet d'obtenir $4 \text{ cm.s}^{-1} * 6,2 \text{ cm} / 2,5 \text{ cm} = 9,92 \text{ cm.s}^{-1}$ pour la norme de $\overrightarrow{V_{K \in 34/1}}$. Dans ce cas le cahier des charges est tout juste respecté.



Q7.Filtrage du signal par un 1er ordre.

La relation entre le signal filtré et le signal non filtré est donnée par une équation différentielle du 1er ordre soit $T_f \frac{dF}{dt} + F = M$. En réalisant une approximation de la dérivée première par une différence finie en arrière on obtient

$$T_f \frac{F[i, j] - F[i-1, j]}{t_e} = M[i, j] - F[i, j] \quad \text{que l'on peut mettre sous la forme proposée}$$

$$F[i, j] \approx \frac{t_e M[i, j] + T_f F[i-1, j]}{t_e + T_f}$$

On peut par exemple coder en matlab : (en supposant que la matrice M soit entrée manuellement)

```
clear all ;
prompt = 'entrer la matrice m '
m=input (prompt)
te=0.02 ;
Tf=0.05 ;
F=M ;
j=3 ;
while j<6
    i=1;
    while i<N+1
        F(i,j)=(te*M(i,j)+Tf*F(i-1,j))/(te+Tf);
        i=i+1;
    end
    j=j+1 ;
end
```

Autrement si la matrice est stockée dans un fichier .txt il faut effectuer une lecture du fichier et stocker les valeurs dans la matrice M.

Q8.D'après la figure 11, il semble que la direction $\vec{x}_a$ corresponde à la direction de la translation dans la glissière donc GC1 correspond à $\vec{x}_a$. Dans la zone 2, $\vec{z}_a$ est sensiblement colinéaire à $\vec{g}$ (voir figure 13), d'où GC3 correspond à $\vec{z}_a$ et GC2 à $\vec{y}_a$.

Q9.Détermination de l'angle d'inclinaison de la tête.

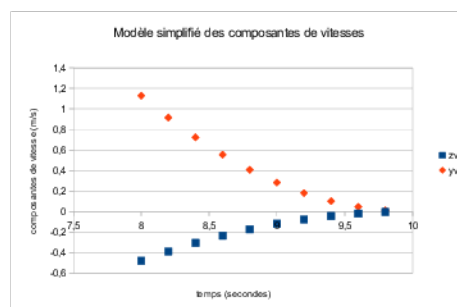
Dans les zones 1, 2 et 3 le vecteur accélération doit être colinéaire à l'accélération de la pesanteur, ce qui se traduit par $\vec{a} \wedge \vec{g} = \vec{0}$ ou bien scalairement en faisant intervenir l'angle

$\tan i = \frac{a_y}{a_z}$. L'application numérique à l'aide des valeurs relevées sur la figure 13 donne

pour les zones 1 et 3 $\tan i = \frac{6}{7,8}$ soit $i \approx 37,5^\circ$ et dans la zone 2 $\tan i = \frac{1,3}{9,5}$ soit

$i \approx 7,8^\circ$. On note que le critère d'inclinaison est vérifié dans les trois zones supérieur au 5° du cahier des charges.

Q10. La figure 14 indique les graphes d'évolution des composantes de l'accélération. Une des composantes est linéairement croissante (a_y) l'autre décroissante (a_z). On peut rechercher l'équation de chaque composante de vitesse (on obtient des équations de branche de parabole)



Si l'on calcule la norme de la vitesse pour la date $t = 8s$ entrée dans la zone de risque de contact on obtient $1,23 m.s^{-1}$, vitesse nettement supérieure à celle maximale spécifiée

dans le cahier des charges. Lors de l'étude graphique, cette vitesse avait été évaluée à $1,29 \text{ m.s}^{-1}$. On peut affirmer que le modèle cinématique proposé semble compatible avec les mesures.

- Q11. Les vérins sont montés « bi rotulés » ainsi les actions transmissibles aux points $O, A, D_1, D_2, C_1, C_2, E$ et F sont modélisables par des glisseurs. En considérant comme négligeables les masses et inerties de ces vérins, l'étude dynamique se résume à un équilibre simple de solides soumis à l'action de 2 glisseurs. Ces derniers sont donc opposés et leur droite d'action est la droite passant par les points d'application, soit en isolant {9+10} on obtient $(A, \vec{x}_0)$, en isolant {5+6} on obtient $(D, \vec{w})$, et en isolant {7+8} on obtient $(F, \vec{k})$.

Q12.

Effort à déterminer	Système à isoler	Théorème à utiliser	Justification des choix adoptés pour les isollements et les théorèmes utilisés
$F_{V1 \rightarrow 1}$	{1,2,5,6,7,8,34}	Principe fondamental de la dynamique, équation de la résultante suivant $\vec{x}_0$	on ne fait intervenir que l'action du vérin $V1$, l'action dans la liaison glissière avec frottement, la pesanteur et l'action de la patte de vache. L'équation de la résultante suivant $\vec{x}_0$ donne directement $F_{V1 \rightarrow 1}$.
$F_{V3 \rightarrow 34}$	{34}	Principe fondamental de la dynamique, équation de moment en B suivant $\vec{x}_0$	Cela permet de ne pas faire intervenir l'action dans la liaison en B, mais uniquement l'action de la vache, de la pesanteur et du vérin.
$F_{V2 \rightarrow 2}$	{2,34}	Principe fondamental de la dynamique, équation de moment en A suivant $\vec{x}_0$	Cela permet de ne pas faire intervenir l'action dans la liaison en A, ni en B, mais uniquement l'action de la vache, de la pesanteur et du vérin {5+6} et l'action du vérin {7+8} déterminé précédemment.

- Q13. L'application de la démarche proposée dans la question 12 donne :

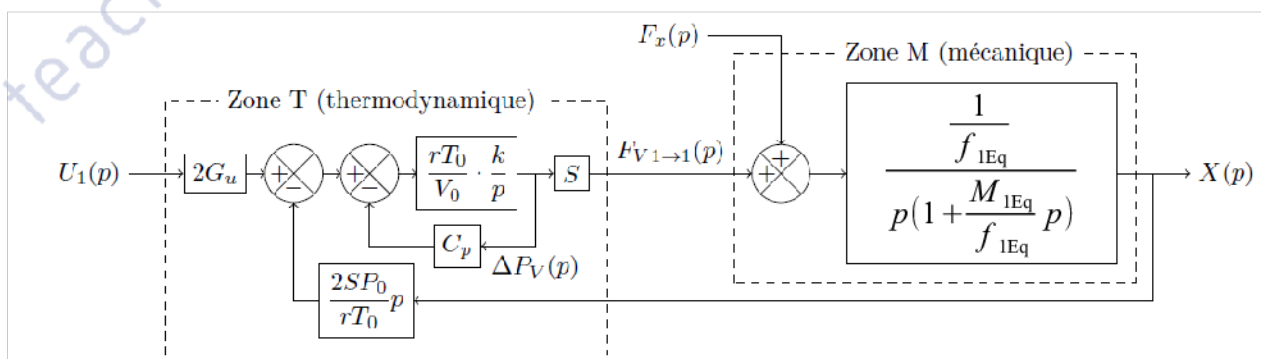
$$\vec{R}_{10 \rightarrow 1} + \vec{R}_{vache \rightarrow 34} + \vec{R}_{pesanteur \rightarrow S} + \vec{R}_{0 \rightarrow 1} = (m_1 + m_2 + m_{34}) \vec{a}$$

soit en projection sur $\vec{x}_0$: $F_{V1 \rightarrow 1}(t) + F_x(t) - f_{IEq} \dot{x}(t) = (M_{IEq}) \ddot{x}(t)$, avec

$$M_{IEq} = m_1 + m_2 + m_{34} \quad \text{et} \quad f_{IEq} = f_{10}.$$

En passant cette équation dans le domaine symbolique de Laplace on obtient :

$$M_{IEq} p^2 X(p) + f_{IEq} p X(p) = F_{V1 \rightarrow 1}(p) + F_x(p) \quad \text{soit la fonction de transfert de la zone M.}$$



Il n'y a aucune mesure du déplacement effectif qui soit réalisée et comparée à une consigne, les retours présents dans la structure proposée semblent être dus à la modélisation du comportement thermodynamique (influence de la pression sur le débit massique).

Commentaire : Il semble qu'il y ait une erreur d'unité pour les coefficients G_u et C_p il faudrait remplacer les $m^3 \cdot s^{-1}$ par des $kg \cdot s^{-1}$ car il s'agit de débits massiques dans les équations thermodynamiques (sans influence sur le sujet).

Q14. On recherche la fonction de transfert en boucle fermée $H(p) = \frac{X(p)}{F_x(p)}$ soit

$$H(p) = \frac{\frac{1}{(Ap^2 + Bp + C)p}}{1 + \frac{K_u K_1}{(Ap^2 + Bp + C)p}} (1 + Dp) = \frac{\frac{1}{K_u K_1} (1 + Dp)}{1 + \frac{p}{K_u K_1} (Ap^2 + Bp + C)}$$

Q15. On utilise le théorème de la valeur finale pour déterminer le critère de sensibilité, soit $\lim_{t \rightarrow +\infty} x(t) = \lim_{p \rightarrow 0} p X(p)$. Dans le cas où l'entrée est une impulsion, alors

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} x(t) = \lim_{p \rightarrow 0} p X(p) = 0 \text{ et le critère est respecté. Dans le cas où l'entrée est un échelon}$$

d'amplitude F_0 alors $\lim_{t \rightarrow +\infty} x(t) = \lim_{p \rightarrow 0} p X(p) = \frac{F_0}{K_u K_1}$ et quelle que soit la valeur de

K_1 , il restera une erreur de position. Pour palier cet inconvénient il est possible de placer un intégrateur dans le correcteur en amont de la perturbation (si $C(p) = \frac{K_1}{p}$) on obtient une valeur finale nulle dans les deux cas. Cela peut être préjudiciable pour la stabilité car cela introduit un déphasage (dû à $\frac{1}{p}$). On peut aussi proposer un correcteur PI plutôt qu'un intégrateur pur, la stabilité sera moins dégradée.

Q16. Soit $FTBO(p) = \frac{K_u K_1}{p(Ap^2 + Bp + C)}$. Pour le critère de rapidité, il faut respecter

$\omega_u = 10 \text{ rad.s}^{-1}$ pour un gain de 0 dB . Or d'après la figure E du document réponse, le gain vaut $G_{dB_{BO}}(10) = -14 \text{ dB}$. Il est donc nécessaire de prendre K_1 tel que

$20 \log K_1 = +14 \text{ dB}$ pour obtenir la valeur 0 dB . Cela conduit à $K_1 \approx 5 \text{ V.m}^{-1}$. Il est clair que cela va modifier la phase et donc la marge de phase, cette dernière devenant après réglage $M_\varphi = 4,5^\circ$ (lecture sur le diagramme 11mm pour 45° donc $1 \text{ mm} \approx 4,5^\circ$).

Commentaire : le sujet pourrait comporter des graduations bien tracées et des figures plus grandes.

Pour respecter la rapidité cela se fait au détriment de la stabilité (marge de phase réduite) et cela ne peut se résoudre avec un correcteur proportionnel. Il pourrait être envisagé de placer

un correcteur à avance de phase $H(p) = \frac{1 + \tau p}{1 + \tau' p}$ au voisinage de $\omega_u = 10 \text{ rad.s}^{-1}$.

Q17. Pour déterminer $z_2(t)$ il faut écrire la fermeture géométrique

$\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DA} = \vec{0}$ et exprimer la norme du vecteur $\overrightarrow{CD}$. On obtient (calcul non demandé) $z_2(t) = \sqrt{(b^2 + l_2^2 + c^2 + 2 \cdot b \cdot l_2 \cdot \sin(\theta) - 2 \cdot c \cdot l_2 \cdot \cos(\theta))}$.

Pour déterminer $z_3(t)$ il faut écrire la fermeture géométrique $\overrightarrow{EF} + \overrightarrow{FB} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AE} = \vec{0}$ et en projection dans la base $(\vec{y}_1, \vec{z}_1)$ éliminer le paramètre β . On obtient (calcul non

demandé) $z_3(t) = \sqrt{(h^2 + l_2^2 + l_3^2 + 2h \cdot l_2 \cdot \sin(\theta) + 2l_2 l_3 \sin(\varphi) - 2h l_3 \cos(\varphi + \theta))}$

Q18. Si le bras 2 est maintenu fixe par rapport à 1, alors le mouvement de 34 se réduit à une rotation d'axe fixe $(B, \vec{x}_0)$. C'est l'équation de moment dynamique en projection sur $(B, \vec{x}_0)$ qui va donner l'équation de mouvement cherchée. On isole {34} on fait le bilan des actions mécaniques extérieures et on écrit l'équation de moment en B :

$$\overrightarrow{\delta_{B \in 34/2}} \cdot \vec{x}_0 = C_{2 \rightarrow 34}^v + (F_{v3 \rightarrow 34} \cdot \vec{k} \wedge \overrightarrow{FB} + (F_y \vec{y}_0 + F_z \vec{z}_0) \wedge \overrightarrow{KB} + mg \vec{y}_0 \wedge \overrightarrow{G_{34}B}) \cdot \vec{x}_0.$$

Du fait du mouvement particulier de rotation autour d'un axe fixe on peut calculer le

moment dynamique $\overrightarrow{\delta_{B \in 34/2}} = \frac{d \overrightarrow{\sigma_{B \in 34/2}}}{dt}$ qui donne en projection sur l'axe de la rotation

$$\overrightarrow{\delta_{B \in 34/2}} \cdot \vec{x}_0 = J_{eq} \ddot{\varphi}(t) \text{ avec } J_{eq} = J_{34} + m_{34} \times (d^2 + e^2) \text{ inertie calculée par rapport à l'axe } (B, \vec{x}_0).$$

Les moments des actions extérieures donnent :

$$-b_{32} \dot{\varphi}(t) + [F_{v3 \rightarrow 34} (\vec{k} \wedge -L_3 \vec{y}_{34}) + (F_y \vec{y}_0 + F_z \vec{z}_0) \wedge (-L_4 \vec{y}_{34} + l_4 \vec{z}_{34}) - mg \vec{y}_0 \wedge (d \vec{y}_{34} - e \vec{z}_{34})] \cdot \vec{x}_0$$

soit $-b_{32} \dot{\varphi}(t) + L_3 \cos(\psi(t)) F_{v3 \rightarrow 34} + A_3 \sin(\theta_0 + \varphi) + B_3 \cos(\theta_0 + \varphi)$ avec pour A3 et B3

$$A_3 = -m_{34} g d - F_y L_4 + F_z l_4 \text{ et } B_3 = e m_{34} g + F_y l_4 + F_z L_4.$$

Le sujet propose d'exprimer l'équation de mouvement sous la forme :

$$k_2 \ddot{\varphi}(t) + k_1 \dot{\varphi}(t) = L_3 \cos(\psi(t)) F_{v3 \rightarrow 34}(t) + A_3(t) \sin(\theta_0 + \varphi(t)) + B_3(t) \cos(\theta_0 + \varphi(t)). \text{ On a donc } k_2 = J_{34} + m_{34}(d^2 + e^2) \text{ et } k_1 = b_{32}.$$

Commentaire : Attention la variable b_{32} est utilisée deux fois pour 2 choses différentes !

Q19. Pour linéariser autour de la position d'équilibre on peut écrire :

$$\ddot{\varphi}(t) = \ddot{\varphi}(t)^* \text{ et } \dot{\varphi}(t) = \dot{\varphi}(t)^*$$

$$\sin(\theta_0 + \varphi_0 + \varphi^*) = \sin(\theta_0 + \varphi_0) \cos(\varphi^*) + \cos(\theta_0 + \varphi_0) \sin(\varphi^*) \approx \sin(\theta_0 + \varphi_0) \times 1 + \cos(\theta_0 + \varphi_0) \times \varphi^*$$

$$\cos(\theta_0 + \varphi_0 + \varphi^*) = \cos(\theta_0 + \varphi_0) \cos(\varphi^*) - \sin(\theta_0 + \varphi_0) \sin(\varphi^*) \approx \cos(\theta_0 + \varphi_0) \times 1 - \sin(\theta_0 + \varphi_0) \times \varphi^*$$

ce qui permet de simplifier l'équation obtenue à la question précédente en:

$$k_2 \ddot{\varphi}(t)^* + k_1 \dot{\varphi}(t)^* = - (d g m_{34} + L_4 F_y - l_4 F_z) (\sin(\theta_0 + \varphi_0) + \varphi^* \cos(\theta_0 + \varphi_0)) + (e g m_{34} + l_4 F_y + L_4 F_z) (\cos(\theta_0 + \varphi_0) - \varphi^* \sin(\theta_0 + \varphi_0))$$

En supposant comme indiqué dans le sujet que les termes en $F_y \varphi^*$ et $F_z \varphi^*$ ont une influence négligeable ainsi qu'en écrivant que

$L_3 \cos(\psi_0) F_{v30} - d g m_{34} \sin(\theta_0 + \varphi_0) + e g m_{34} \cos(\theta_0 + \varphi_0) = 0$ (donnée par la position de référence en l'absence d'effort extérieur) on obtient :

$$k_2 \ddot{\varphi}^*(t) + k_1 \dot{\varphi}^*(t) + k_0 \varphi^*(t) = K_3 F_{v3}^*(t) + K_y F_y(t) + K_z F_z(t) \text{ avec}$$

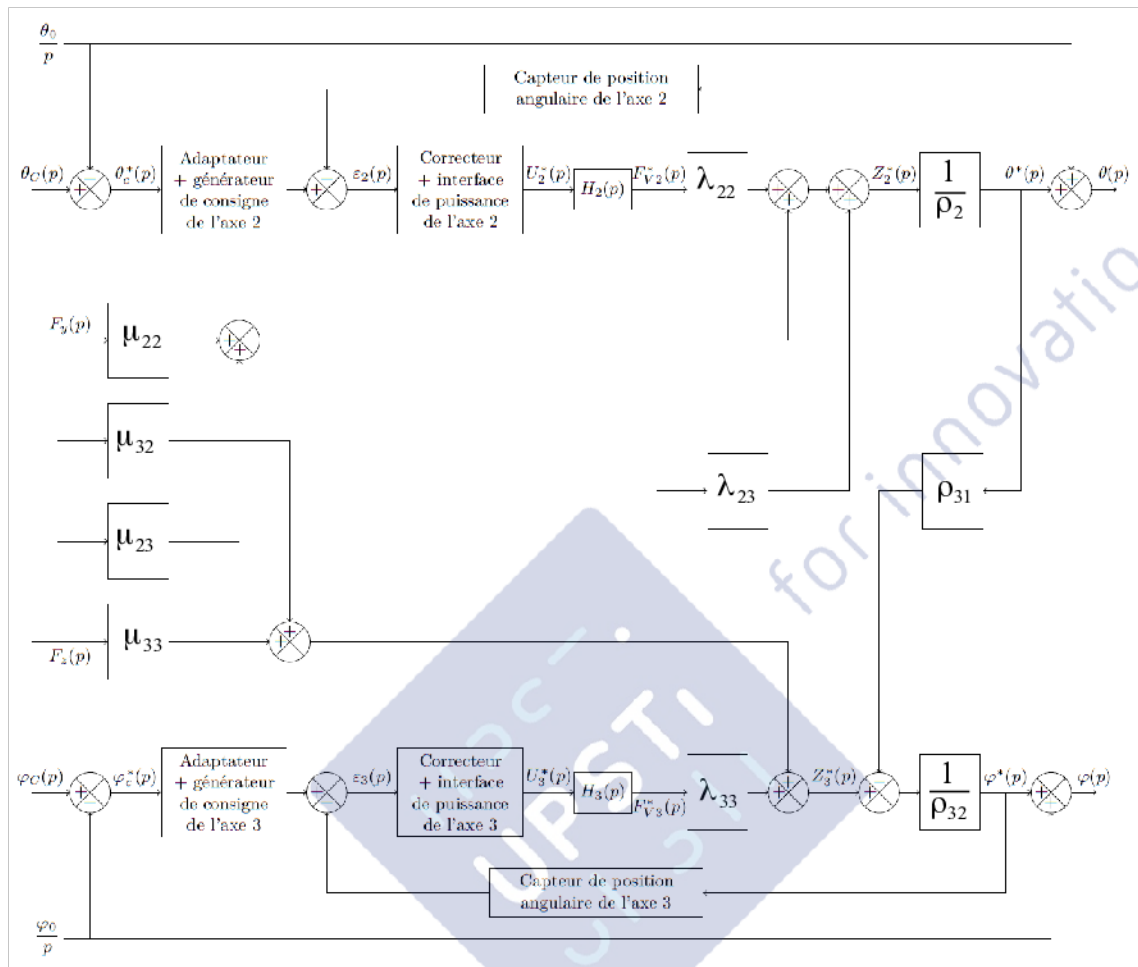
$$k_0 = d g m_{34} \cos(\theta_0 + \varphi_0) + e g m_{34} \sin(\theta_0 + \varphi_0)$$

$$K_3 = L_3 \cos(\psi_0)$$

$$K_y = -L_4 \sin(\theta_0 + \varphi_0) + l_4 \cos(\theta_0 + \varphi_0)$$

$$K_z = +l_4 \sin(\theta_0 + \varphi_0) + L_4 \cos(\theta_0 + \varphi_0)$$

Q20. D'après les équations fournies, il est naturel de compléter le schéma bloc de la manière suivante.



Q21. L'étude proposée comportait deux volets : l'un sur la pertinence d'un investissement au regard de critères économiques (au détriment d'autres critères dont l'importance n'est pas nécessairement moindre...), l'autre sur la vérification de performances du système en particulier sur la capacité à assurer un asservissement de position de la tête de traite sans blesser l'animal et en résistant aux perturbations générées par ce dernier (modèle d'analyse cinématique et comparaison à la mesure, établissement d'un modèle dynamique de commande).

Q22. On nous indique sur les courbes les coordonnées du point K extrémité de la tête de traite. On constate que le déplacement vertical vaut environ 7,5 mm et demeure inférieur aux 20 mm (limite acceptable de déformation du trayon de la vache). De la même manière, le déplacement latéral vaut approximativement 100mm ce qui reste inférieur aux 150 mm maximum. La commande semble convenir au cahier des charges proposé.

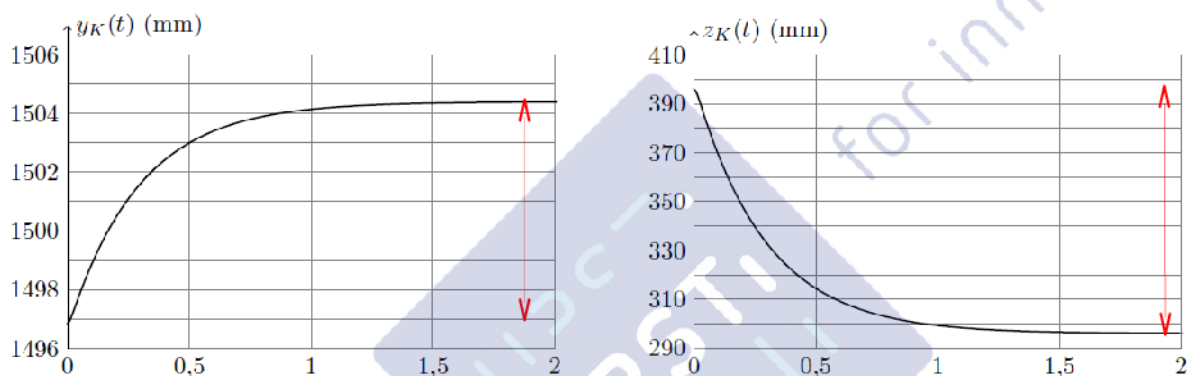


Figure F Simulation de l'évolution de la position de l'extrémité de la tête de traite suite à une perturbation (en abscisse des deux courbes : le temps en secondes)