

Proposition de corrigé

Concours : Concours Commun Polytechniques

Année : 2014

Filière : PSI

Épreuve : Sciences Industrielles pour l'Ingénieur

Ceci est une proposition de corrigé des concours de CPGE, réalisée bénévolement par des enseignants de Sciences Industrielles de l'Ingénieur et d'Informatique, membres de l'[UPSTI](http://www.upsti.fr) (Union des Professeurs de Sciences et Techniques Industrielles), et publiée sur le site de l'association :

<https://www.upsti.fr/espace-etudiants/annales-de-concours>

A l'attention des étudiants

Ce document vous apportera des éléments de corrections pour le sujet traité, mais n'est ni un corrigé officiel du concours, ni un corrigé détaillé ou exhaustif de l'épreuve en question.

L'UPSTI ne répondra pas directement aux questions que peuvent soulever ces corrigés : nous vous invitons à vous rapprocher de vos enseignants si vous souhaitez des compléments d'information, et à vous adresser à eux pour nous faire remonter vos éventuelles remarques.

Licence et Copyright

Toute représentation ou reproduction (même partielle) de ce document faite sans l'accord de l'UPSTI est **interdite**. Seuls le téléchargement et la copie privée à usage personnel sont autorisés (protection au titre des [droits d'auteur](#)).

En cas de doute, n'hésitez pas à nous contacter à : corrigesconcours@upsti.fr.

Informez-vous !

Retrouvez plus d'information sur les [Sciences de l'Ingénieur](#), l'[orientation](#), les [Grandes Ecoles](#) ainsi que sur les [Olympiades de Sciences de l'Ingénieur](#) et sur les [Sciences de l'Ingénieur au Féminin](#) sur notre site : www.upsti.fr

L'équipe UPSTI

ÉLÉMENTS DE CORRECTION CCP PSI 2014

Réponse 1

Zone 1 : Accélération ligne droite

Zone 2 : freinage ligne droite

Zone 3 : virage à droite + freinage à la fin

Zone 4 : virage à gauche

Les zones entourées correspondent aux changements de rapport de la boîte vitesse.

Réponse 2

Pendant la phase de montée, l'accélération vaut : $a(t) = \frac{a_{max}}{t_a} \cdot t$

En intégrant deux fois, il vient alors : $x(t) = \frac{a_{max}}{t_a} \cdot \frac{t^3}{6}$.

Ainsi la distance parcourue pendant la phase de montée est égale à : $x(t_a) = \frac{a_{max}}{6} \cdot t_a^2$.

Par application numérique, on a donc une distance parcourue de $9,81/6 \cdot 0,4^2 = 0,26$ m.

Pendant la seconde phase, l'accélération est constante et vaut a_{max}

On a donc : $v(t) = a_{max} \cdot (t - t_a) + \frac{a_{max}}{2} \cdot t_a$

et $x(t) = a_{max} \cdot \frac{(t-t_a)^2}{2} + \frac{a_{max}}{2} \cdot t_a \cdot (t - t_a) + x(t_a)$

Pour $t = t_m$, on obtient donc une distance parcourue de :

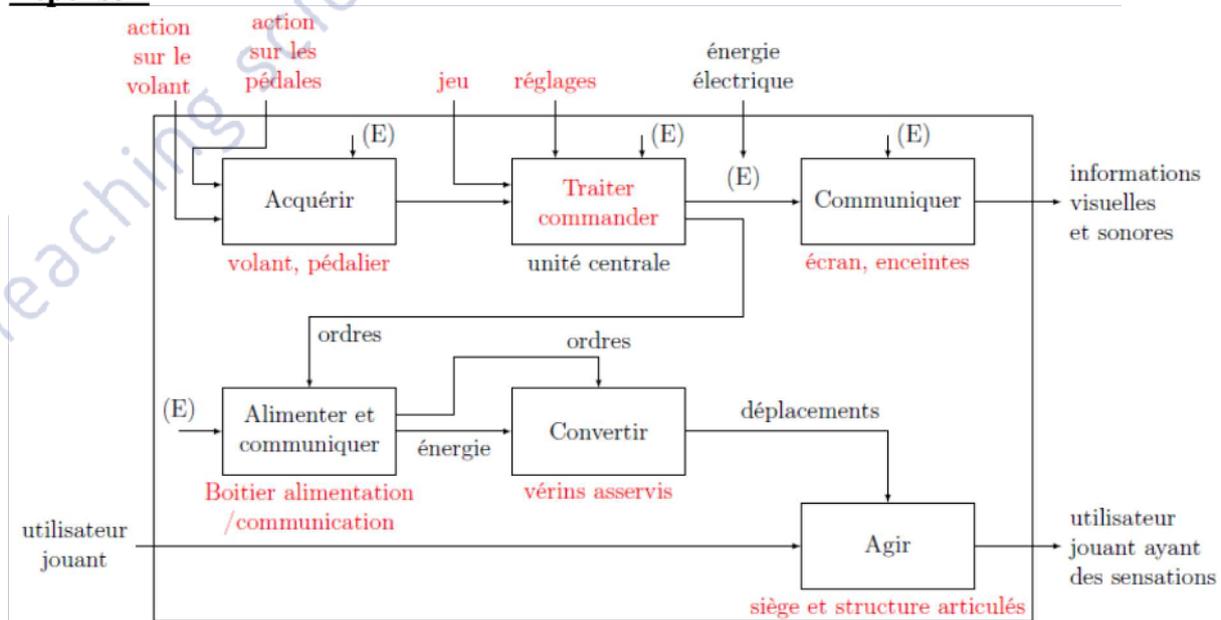
$$x(t_m) = a_{max} \cdot \frac{(t_m - t_a)^2}{2} + \frac{a_{max}}{2} \cdot t_a \cdot (t_m - t_a) + x(t_a)$$

La distance parcourue pendant cette phase est de 49,98m (ou 50,2m pour la distance cumulée).

Réponse 3

La fonction de service FS4 : être adapté à la salle ne sera pas satisfaite car les distances (surtout en phase de maintien) sont trop grandes.

Réponse 4



Réponse 5

Chaîne d'information : volant, pédalier, unité centrale, écran, enceintes

Chaîne d'énergie : structure articulée, vérins

Le boîtier est dans les deux chaînes.

Réponse 6

Il faut projeter \vec{a}_T sur les deux vecteurs \vec{x}_1 et \vec{z}_1 .

Nous avons alors : $\vec{V}(A, 1/0) = \left(\frac{d\vec{OA}}{dt}\right)_0 = h \cdot \dot{\alpha} \cdot \vec{x}_1$

$\vec{a}(A, 1/0) = \frac{d}{dt} [\vec{V}(A, 1/0)]_0 = h \cdot \ddot{\alpha} \cdot \vec{x}_1 - h \cdot \dot{\alpha}^2 \cdot \vec{z}_1$ et comme $-\vec{g} = g \cdot \vec{z}_0 = g \cdot (\cos \alpha \cdot \vec{z}_1 - \sin \alpha \cdot \vec{x}_1)$

d'où les relations à démontrer.

Réponse 7

Les diagrammes de Bode correspondent à la fonction de transfert d'un premier ordre car :

- asymptote horizontale des gains dans les basses pulsations,
- asymptote de pente -20 dB/dec pour les gains dans les hautes pulsations,
- la phase n'a qu'un point d'inflexion et décroît de 0° à -90° .

On relève un gain de 1 et une constante de temps de 0,1 s (pulsation de 10 rad/s pour une phase de -45°).

Réponse 8

En régime établi, les dérivées secondes sont nulles, ainsi : $a_{Tx} = -g \cdot \sin(\alpha)$.

L'angle tilt est donc égal à $-\arcsin(a_{Tx}/g)$

Réponse 9

En régime établi, $a_{Tz} - g = g \cdot (\cos(\alpha) - 1)$. On veut que : $|a_{Tz} - g| < 0,25$

Soit : $1 - \cos(\alpha_{\text{tilt}}) < 0,25/9,8$. Ainsi : $1 - 0,25/9,8 < \cos(\alpha_{\text{tilt}})$

On en déduit que : $\alpha_{\text{tilt}} \in [-13^\circ; 13^\circ]$

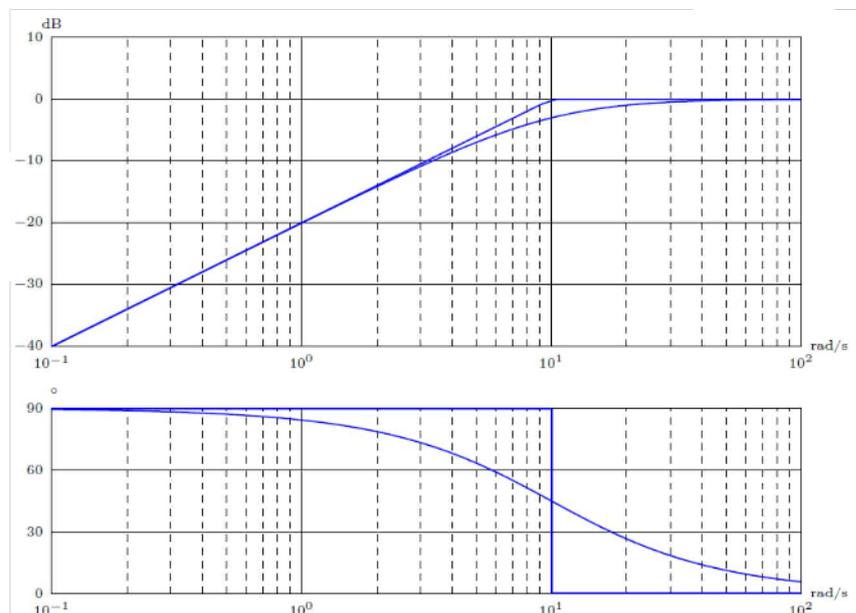
Réponse 10

L'accélération maximale vaut : $a_{Tx} = -g \sin(\alpha_{\text{tilt}}) \approx 2,2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ (pour une accélération positive, on aura un angle négatif).

Il faut donc prendre un gain d'adaptation $K_{\text{adapt}} = 2,2/10 = 0,22$ pour que l'accélération ne dépasse pas les limites d'angle autorisées.

Réponse 11

Ce filtre passe-haut laisse passer les hautes fréquences uniquement ce qui correspond à des mouvements brefs.



Réponse 12

Nous avons directement : $H_{mov2}(p) = \frac{1}{h.p^2}$

Réponse 13

On a $\alpha_{mov}(p) = \frac{\tau.p}{1+\tau.p} \cdot \frac{1}{h.p^2} \cdot \frac{a_0}{p} = \frac{\tau.a_0}{h.p^2.(1+\tau.p)}$

donc $\lim_{t \rightarrow 0} \alpha_{mov}(t) = \lim_{p \rightarrow \infty} p.\alpha_{mov}(p) = 0$ et $\lim_{t \rightarrow 0} \alpha'_{mov}(t) = \lim_{p \rightarrow \infty} p^2.\alpha_{mov}(p) = 0$

$\lim_{t \rightarrow \infty} \alpha_{mov}(t) = \lim_{p \rightarrow 0} p.\alpha_{mov}(p) = +\infty$ et $\lim_{t \rightarrow \infty} \alpha'_{mov}(t) = \lim_{p \rightarrow 0} p^2.\alpha_{mov}(p) = \frac{\tau.a_0}{h}$

Ce qui correspond à l'allure de la courbe de l'angle $\alpha_{mov}(t)$

La courbe de $a_{mov}(t)$ correspond bien à la réponse d'un premier ordre à un dirac.

En effet $a_{mov}(p) = \frac{\tau.p}{1+\tau.p} \cdot \frac{a_0}{p} = \frac{\tau.a_0}{(1+\tau.p)}$

Si la consigne dure trop longtemps, l'angle α_{mov} atteint rapidement une valeur incompatible avec la taille du simulateur (le tableau 1 du IV définit un niveau de +/- 13 ° soit +/- 0,23 rad qui serait atteint en 0,3 s).

Réponse 14

$\alpha_{mov}(p) = \frac{K.p}{(1+\tau.p)^3} \cdot \frac{a_0}{p}$

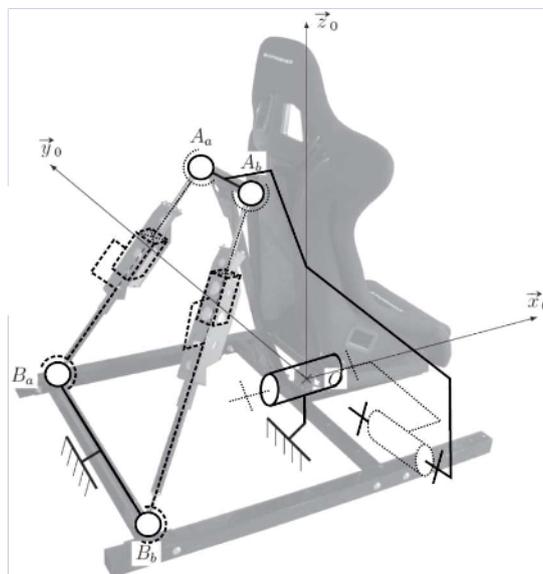
Le théorème de la valeur finale donne : $\lim_{t \rightarrow \infty} \alpha_{mov}(t) = \lim_{p \rightarrow 0} p.\alpha_{mov}(p) = 0$.

Réponse 15

On remarque que α est négatif pour une accélération positive, ce qui est logique car on est projeté vers l'arrière.

On constate que l'accélération a_{Tx} en régime permanent correspond bien à la valeur attendue mais de niveau diminué à cause du gain K_{adapt} .

La variation d'accélération a_{Tz} en régime permanent est bien contenue dans une fourchette à $+0,25m.s^{-2}$. On constate également sur les zones d'accélération variables de forts pics.

Réponse 16

Réponse 17

Déplacement vérin a	Déplacement vérin b	Mouvement du siège
+	+	Tangage (sens direct)
+	-	Roulis (sens direct)

Réponse 18

Le modèle est constitué de 2 cycles avec $I_c = 4*3+2*1+2*1 = 16$.

Ici $m_c = 2+2$, il y a en effet 2 mobilités utiles (les deux vérins) et 2 mobilités internes (rotation propre des vérins).

Ainsi $h = 6 * 2 + m_c - I_c = 0$. Le modèle est isostatique.

Ceci permet de déterminer tous les efforts.

Un modèle isostatique indique qu'il n'y a aucune contrainte géométrique. Il n'y a donc pas de contrainte de montage du système. Intérêt également pour le fonctionnement où l'on n'aura aucun risque de blocage du mécanisme.

Réponse 19

La fermeture est donnée par : $\vec{OA} + \vec{AB} + \vec{BO} = \vec{0}$

Soit : $h \cdot \vec{z}_1 - \lambda \cdot \vec{x}_3 + L \cdot \vec{x}_0 = \vec{0}$

Par projection, il vient alors :

$$\text{Sur } \vec{x}_0 : h \cdot \sin(\alpha) - \lambda \cos(\beta) + L = 0$$

$$\text{Sur } \vec{z}_0 : h \cdot \cos(\alpha) + \lambda \sin(\beta) = 0$$

En isolant le terme en λ et en élevant au carré, il vient alors :

$$\lambda^2 = (h \cdot \sin(\alpha) + L)^2 + (h \cdot \cos(\alpha))^2$$

$$\text{Soit : } \lambda = \sqrt{h^2 + L^2 + 2 \cdot L \cdot h \cdot \sin(\alpha)}$$

En formant le rapport, nous avons de plus : $\tan(\beta) = -\frac{h \cdot \cos(\alpha)}{h \cdot \sin(\alpha) + L}$

Réponse 20

Le vérin se déplace de 0,075m autour de la longueur initiale de 0,99 m.

Ainsi l'angle α ne varie que de $\pm 8^\circ$ en utilisant le DR 5.

Le cahier des charges est donc vérifié car la valeur est inférieure à $\pm 13^\circ$.

Réponse 21

On trouve : $K_\beta = 0,5$, $\beta_0 = -45^\circ$ et $K_\alpha = 0,25/30 = 0,0083 \text{ m}^\circ$

Réponse 22

L'isolement du vérin montre que celui-ci est soumis à deux actions mécaniques qui sont des glisseurs. Le PFS permet de démontrer que les résultantes des glisseurs sont portées par \vec{x}_3 .

Réponse 23

On isole l'ensemble {conducteur + siège} soumis à :

l'action de la pesanteur en G de résultante $-m \cdot g \cdot \vec{z}_0$,

l'action du vérin $F \cdot \vec{x}_3$ en A,

l'action de la liaison pivot en O

Pour faire disparaître les inconnues de l'action en O, on applique le théorème du moment dynamique en O en projection sur \vec{y}_0 .

$$\text{Ainsi : } J \cdot \frac{d^2\alpha}{dt^2} = \left((\vec{OA} \wedge F \cdot \vec{x}_3) + (\vec{OG} \wedge -m \cdot g \cdot \vec{z}_0) + \vec{0} \right) \cdot \vec{y}_0$$

$$\text{Soit : } J \cdot \frac{d^2\alpha}{dt^2} = \left((h \cdot \vec{z}_1 \wedge F \cdot \vec{x}_3) + (d \cdot \vec{z}_1 \wedge -m \cdot g \cdot \vec{z}_0) \right) \cdot \vec{y}_0$$

$$J \cdot \frac{d^2\alpha}{dt^2} = (F \cdot h \cdot \cos(\beta - \alpha) + d \cdot m \cdot g \cdot \sin(\alpha))$$

Ainsi : $A_s = J$, $B_s = h$ et $C_s = d \cdot m \cdot g$

Réponse 24

$$\text{Nous avons donc : } F = \frac{A_s \cdot \ddot{\alpha} - C_s \cdot \sin(\alpha)}{B_s \cdot \cos(\beta - \alpha)}$$

$$\text{Avec } \ddot{\alpha} = \frac{a_{Tx} + g \cdot \sin(\alpha)}{h}, \text{ il vient alors : } F = \frac{A_s \cdot \frac{a_{Tx} + g \cdot \sin(\alpha)}{h} - C_s \cdot \sin(\alpha)}{B_s \cdot \cos(\beta - \alpha)}$$

On lit sur le document réponse que $\beta = -38^\circ$ pour $\alpha = 13^\circ$.

On effectue l'application numérique et on obtient $F = -179 \text{ N}$.

L'effort est bien inférieur aux 200 N délivrés par le vérin. Le vérin est adapté pour respecter le cahier des charges.

Réponse 25

La partie précédente a permis de montrer que $\lambda = K_\alpha \cdot \alpha + \lambda_0$.

$$\text{Par ailleurs, nous avons : } \dot{\lambda} = \frac{p_v}{2\pi} \cdot \omega_{mot}$$

$$\text{Soit : } \dot{\alpha} = \frac{p_v}{2\pi \cdot K_\alpha} \cdot \omega_{mot} \text{ et donc : } K_T = \frac{p_v}{2\pi \cdot K_\alpha} = 10^{-3}$$

Réponse 26

L'énergie cinétique du simulateur est égale à : $2 \cdot E_c = J_{mot} \cdot \omega_{mot}^2 + J \cdot \dot{\alpha}^2$ ($\beta=0$)
et toutes les inerties autres que celle du rotor et du siège sont négligeables.

$$\text{Ainsi : } 2 \cdot E_c = (J_{mot} + J \cdot K_T^2) \cdot \omega_{mot}^2$$

$$\text{A.N. : } J_e = 4 \cdot 10^{-6} + (0,003 / (2 \cdot 3,14 \cdot 0,477))^2 \cdot 10 \approx 1,4 \cdot 10^{-5} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

On constate donc qu'on ne peut pas négliger de terme dans l'inertie équivalente étant donné que l'ordre de grandeur est le même pour les deux termes.

Réponse 27

Le système est soumis à l'action de la pesanteur qui développe donc une puissance égale à :

$$\mathcal{P}_{pes} = (d \cdot \dot{\alpha} \cdot \vec{x}_1) \cdot (-m \cdot g \cdot \vec{z}_0) = -m \cdot g \cdot d \cdot \sin(\alpha)$$

Les puissances internes sont liées aux frottements visqueux dans les liaisons et sont égales à $C_v \cdot \omega_{mot}$ et au moteur qui développe une puissance $C_{mot} \cdot \omega_{mot}$

Réponse 28

Le théorème de l'énergie cinétique dans le référentiel galiléen donne : $\frac{dE_c}{dt} = \mathcal{P}_{ext} + \mathcal{P}_{int}$

$$\text{Soit : } J_e \cdot \dot{\omega}_{mot} \cdot \omega_{mot} = m \cdot d \cdot g \cdot \dot{\alpha} \cdot \sin(\alpha) - f_v \cdot \omega_{mot}^2 + C_{mot} \cdot \omega_{mot}$$

$$\text{Nous avons de plus : } \dot{\alpha} = K_T \cdot \omega_{mot} \text{ et } \sin(\alpha) \approx \alpha = K_T \cdot \theta_{mot}$$

$$\text{D'où : } J_e \cdot \dot{\omega}_{mot} = m \cdot d \cdot g \cdot K_T^2 \cdot \theta_{mot} - f_v \cdot \omega_{mot} + C_{mot}$$

$$\text{Nous obtenons donc : } K = m \cdot d \cdot g \cdot K_T^2$$

Réponse 29

L'équation obtenue par le théorème de l'énergie cinétique devient dans le domaine de :

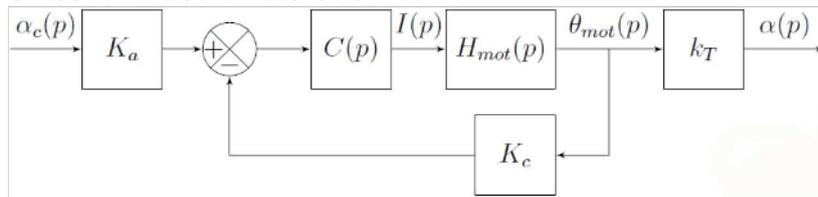
$$(J \cdot p^2 + f_v \cdot p - K) \cdot \theta_{mot}(p) = k_i \cdot I(p)$$

Il vient alors :

$$H_{mot}(p) = \frac{k_i}{(J \cdot p^2 + f_v \cdot p - K)}$$

Réponse 30

On obtient le schéma-bloc suivant :

**Réponse 31**

En déplaçant le comparateur avant le premier bloc et la jonction après le dernier bloc, il vient le schéma-bloc donné avec $H(p) = H_{mot}(p) \cdot K_c$.

Il est nécessaire pour cela de choisir $K_a = K_c / K_T$

Réponse 32

Le système à retour gain pur est de classe 1. L'erreur est donc nulle en réponse à une entrée de type échelon.

Le gain de la FTBO est $K_{cor}/(-0,00035 \cdot T)$ donc l'erreur pour une entrée en rampe de pente unitaire est finie et égale à $-(0,00035 \cdot T)/K_{cor}$.

Réponse 33

On constate que le système est stable car pour une entrée bornée la réponse est bornée.

La valeur asymptotique pour la réponse à un échelon de 0,1 rad est bien de 0,1 rad donc le système est précis.

Le temps de réponse à 5 % est égal à 0,015 s ce qui est inférieur à la valeur du cahier des charges.

Le dépassement vaut environ 19 % ce qui est inférieur à la valeur du cahier des charges.

Pour l'entrée en rampe, on constate que l'asymptote possède une pente identique à l'entrée, ce qui veut dire que l'erreur est finie. On mesure une erreur de -0,001 rad environ.

Réponse 34

L'accélération donnée par le jeu est modulée par un gain puis est divisée en deux parties par des filtres, une partie correspondant à un mouvement maintenu qui est transformée en inclinaison du siège, une partie correspondant aux mouvements brefs obtenue par un filtre Washout qui est ajoutée à l'inclinaison du siège à réaliser.

Réponse 35

On constate que l'allure globale de l'accélération mesurée est un trapèze comme pour la consigne. Cependant, la valeur finale est plus faible. En effet, on a ajouté dans la loi de commande un gain pour diminuer l'accélération.

La forme n'est pas non plus la même, ceci est due à la stratégie employé et au choix des filtres certainement.

On constate également qu'il y a un retard entre la consigne et la mesure. Ceci est du au temps de réponse des vérins comme observé sur les réponses simulées.

Réponse 36

L'écart entre le CDC (réel) et l'expérimental a été vérifié à la question 35 - critère d'accélération maximale.

L'écart entre le CDC et le modèle a été vérifié aux questions 32,33 - critères de précision, stabilité, rapidité et Q20 pour débattement, Q24 pour effort maximal

L'écart entre le modèle et l'expérimental a été vérifié à la question 35 - critère d'accélération maximale.