

Proposition de corrigé

Concours : Concours Commun Polytechniques

Année : 2014

Filière : MP

Épreuve : Sciences Industrielles pour l'Ingénieur

Ceci est une proposition de corrigé des concours de CPGE, réalisée bénévolement par des enseignants de Sciences Industrielles de l'Ingénieur et d'Informatique, membres de l'[UPSTI](http://www.upsti.fr) (Union des Professeurs de Sciences et Techniques Industrielles), et publiée sur le site de l'association :

<https://www.upsti.fr/espace-etudiants/annales-de-concours>

A l'attention des étudiants

Ce document vous apportera des éléments de corrections pour le sujet traité, mais n'est ni un corrigé officiel du concours, ni un corrigé détaillé ou exhaustif de l'épreuve en question.

L'UPSTI ne répondra pas directement aux questions que peuvent soulever ces corrigés : nous vous invitons à vous rapprocher de vos enseignants si vous souhaitez des compléments d'information, et à vous adresser à eux pour nous faire remonter vos éventuelles remarques.

Licence et Copyright

Toute représentation ou reproduction (même partielle) de ce document faite sans l'accord de l'UPSTI est **interdite**. Seuls le téléchargement et la copie privée à usage personnel sont autorisés (protection au titre des [droits d'auteur](#)).

En cas de doute, n'hésitez pas à nous contacter à : corrigesconcours@upsti.fr.

Informez-vous !

Retrouvez plus d'information sur les [Sciences de l'Ingénieur](#), l'[orientation](#), les [Grandes Ecoles](#) ainsi que sur les [Olympiades de Sciences de l'Ingénieur](#) et sur les [Sciences de l'Ingénieur au Féminin](#) sur notre site : www.upsti.fr

L'équipe UPSTI

- Q.1.** E1 : énergie électrique
 E2 : énergie mécanique de rotation
 E3 : énergie mécanique de translation
 M1 : Moteur asynchrone
 M2 : Réducteur + Poulie
 M3 : Chaîne d'entraînement + marches

Partie II : OPTIMISATION DE LA GESTION ENERGETIQUE

Calcul de l'énergie consommée en fonctionnement continu (régime permanent)

- Q.2.** L'énergie quotidiennement utile (W_u) à l'élévation de 4,5 m des 77 000 piétons est :

$$W_u = 77000 \cdot M \cdot g \cdot H \quad \text{AN : } W_u = 243 \cdot 10^6 \text{ J}$$

- Q.3.** L'énergie quotidiennement perdue par le moteur (W_η) est

$$W_\eta = (1 - \eta_m) W_c \quad \text{AN : } W_\eta = 44,6 \cdot 10^6 \text{ J}$$

- Q.4.** L'énergie quotidiennement perdue par frottement (W_f) est

$$W_f = W_c - W_u - W_\eta \quad \text{AN : } W_f = 55,9 \cdot 10^6 \text{ J}$$

- Q.5.** En supposant la puissance perdue par frottement (P_f) constante dans la journée de durée $\Delta T = 86400 \text{ s}$:

$$P_f = W_f / \Delta T \quad \text{AN : } P_f = 647 \text{ W}$$

Cette puissance peut s'écrire, ramenée à l'arbre moteur : $P_f = C_f \omega_m$. Ainsi

$$C_f = \frac{30 P_f}{\pi N_m} \quad \text{AN : } C_f = 4,98 \text{ Nm}$$

Rq : Ce n'est pas la même vitesse nominale que dans les données de la page 4 !

Mode de fonctionnement avec « Vitesse de veille »

Calcul de l'économie d'énergie en mode veille

Lorsque l'escalier fonctionne à vide (aucun piéton) : $W_c = W_\eta + W_f$

Rappel : diamètre poulie motrice : $D_p = 1 \text{ m}$; rapport de réduction du réducteur $\lambda = 10^{-2}$.

- Q.6.** On a

$$\Delta W_1 = W_{c-\text{continu}} - W_{c-\text{veille}}$$

Or, à vide

$$W_c - W_\eta = \eta W_c = W_f = C_f \Omega_m$$

Ainsi

$$\Delta W_1 = C_f (\Omega_{m-\text{continu}} - \Omega_{m-\text{veille}}) \Delta T$$

$$\Delta W_1 = C_f \frac{2}{\lambda D_p \eta} (V_{\text{continu}} - V_{\text{veille}}) \Delta T \quad \text{AN : } \Delta W_1 = 9,3 \cdot 10^6 \text{ J}$$

Le gain en énergie est

$$GW = \frac{\Delta W_1}{W_c} \quad \text{AN : } GW = 2,71 \%$$

Ce qui est conforme au cahier des charges.

Remarque : on suppose que les frottements sont indépendants du nombre de piétons présents sur les marches ce qui intuitivement me semble très simpliste !

Prise en compte de cette solution dans la commande du moteur

Fonctionnement normal avec mode veille (voir grafcet, **figure 8**)

Q.7. Réceptivités :

$$r1 = Marche. (\uparrow P_e + \uparrow P_s)$$

$$r2 = T_1/X_2$$

$$r3 = \uparrow P_e$$

$$r4 = Arrêt$$

Fonctionnement normal avec mode veille et démarrage automatique

Q.8. $r_4 = Arrêt + T2/X14.$

Partie III : REGLAGE DES PARAMETRES D'ASSERVISSEMENT

Identification des caractéristiques : $c_f(t)$, J et f_v

$$\mathcal{C}(p) = 1$$

Q.9. En utilisant le principe de superposition et la formule de black, il vient

$$\Omega_m(p) = \frac{K_a}{K_a + Jp + f_v} \Omega_c(p) - \frac{1}{K_a + Jp + f_v} C_f(p)$$

Sous forme canonique on a :

$$\Omega_m(p) = \frac{\frac{K_a}{K_a + f_v}}{1 + \frac{J}{K_a + f_v} p} \Omega_c(p) - \frac{\frac{1}{K_a + f_v}}{1 + \frac{J}{K_a + f_v} p} C_f(p)$$

Q.10. Par identification, on a :

$$\tau = \frac{J}{K_a + f_v}$$

Q.11. En utilisant le théorème de la valeur finale, on a

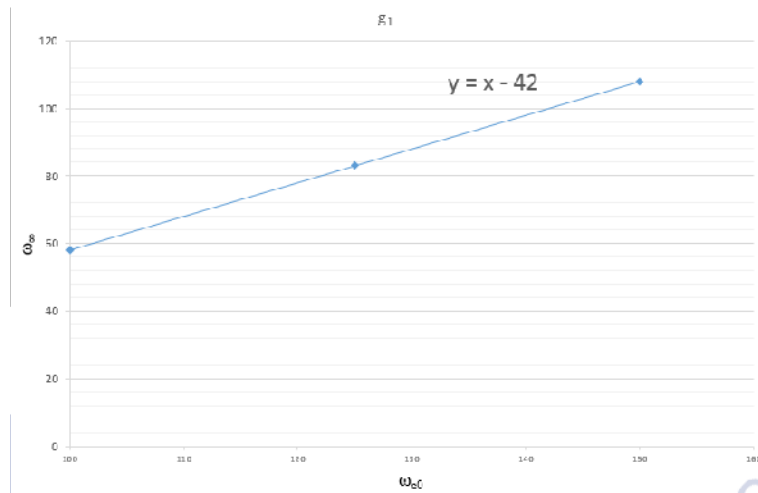
$$\omega_\infty = \lim_{t \rightarrow \infty} \omega_m(t) = \lim_{p \rightarrow 0} p \Omega_m(p)$$

Comme $\Omega_c(p) = \frac{\omega_{c0}}{p}$ et $C_f(p) = \frac{c_{f0}}{p}$, on obtient

$$\omega_\infty = \frac{K_a}{K_a + f_v} \omega_{c0} - \frac{1}{K_a + f_v} c_{f0}$$

Q.12. A partir des trois essais à vide de la figure 11, on peut tracer $\omega_\infty = g_1(\omega_{c0})$. En choisissant un modèle linéaire, on trouve :

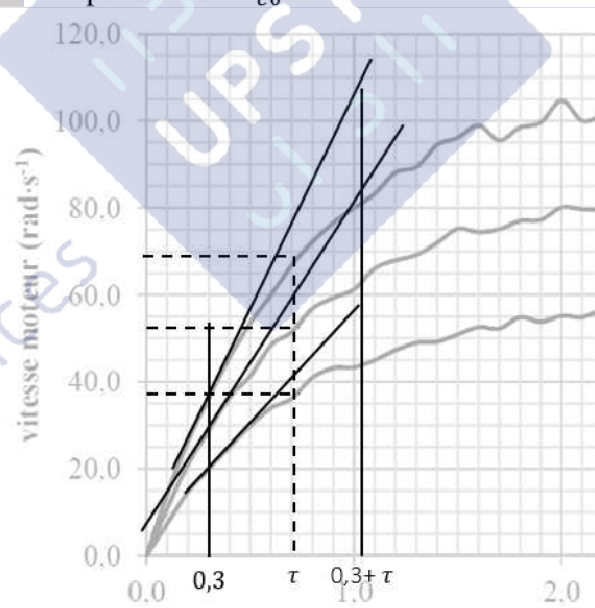
$$\omega_\infty = \omega_{c0} - 42$$



Pour la fonction g_2 , plusieurs méthodes sont possibles :

- Tangente à l'origine ... *difficile à tracer !*
- Tangente à un instant t quelconque. Les courbes sont assez belles en dessous de 0,5s. J'ai pris $t = 0,3$. (traits forts)
- Pour $t = \tau$ on est à 63% de la valeur finale soit respectivement : 68 ; 52,3 ; 36,5 rad.s^{-1} . (traits tirets)
- Pour $t = 3\tau$ on est à 95% de la valeur finale. *Les oscillations sur la valeur finale rendent cette solution peu exploitable... quoi que !*

On trouve $\tau \approx 0,7\text{s}$ indépendant de ω_{c0} .



Des résultats précédents, on déduit :

$$\frac{1}{K_a + f_v} c_{f0} = 42$$

$$\frac{K_a}{K_a + f_v} = 1$$

$$\frac{J}{K_a + f_v} = 0,7$$

Soit

$$c_{f0} = 42K_a \quad f_v = 0 \text{ N.m.s} \quad \text{AN: } c_{f0} = 5,1 \text{ N.m}$$

$$J = 0,7K_a \quad AN : J = 0,0854 \text{ Kg.m}^2$$

Réglage du correcteur Proportionnel Intégral (PI)

- Q.13.** L'intégrateur placé en amont de la perturbation annule l'erreur statique due à une variation de charges. C'est le critère de précision de FS1. La partie proportionnelle devant laisser la possibilité d'assurer la marge de phase.
- Q.14.** On remplit temps de réponse et dépassement à l'aide de la figure 13.
Pour le facteur de confort, on relève l'accélération maximale en fonction de K d'après la figure 14, puis on calcule le facteur de confort à l'aide de la formule de la figure 12.

K	Temps de réponse à 5% (en seconde)	Dépassement maximum (en %)	Facteur de confort
0,5	9	31	$\Gamma_{max} = 0,42$ 7,7
1	4,5	19	$\Gamma_{max} = 0,62$ 5,5
2,5	3	19	$\Gamma_{max} = 0,62$ 5,5
5	2	5	$\Gamma_{max} = 0,57$ 6

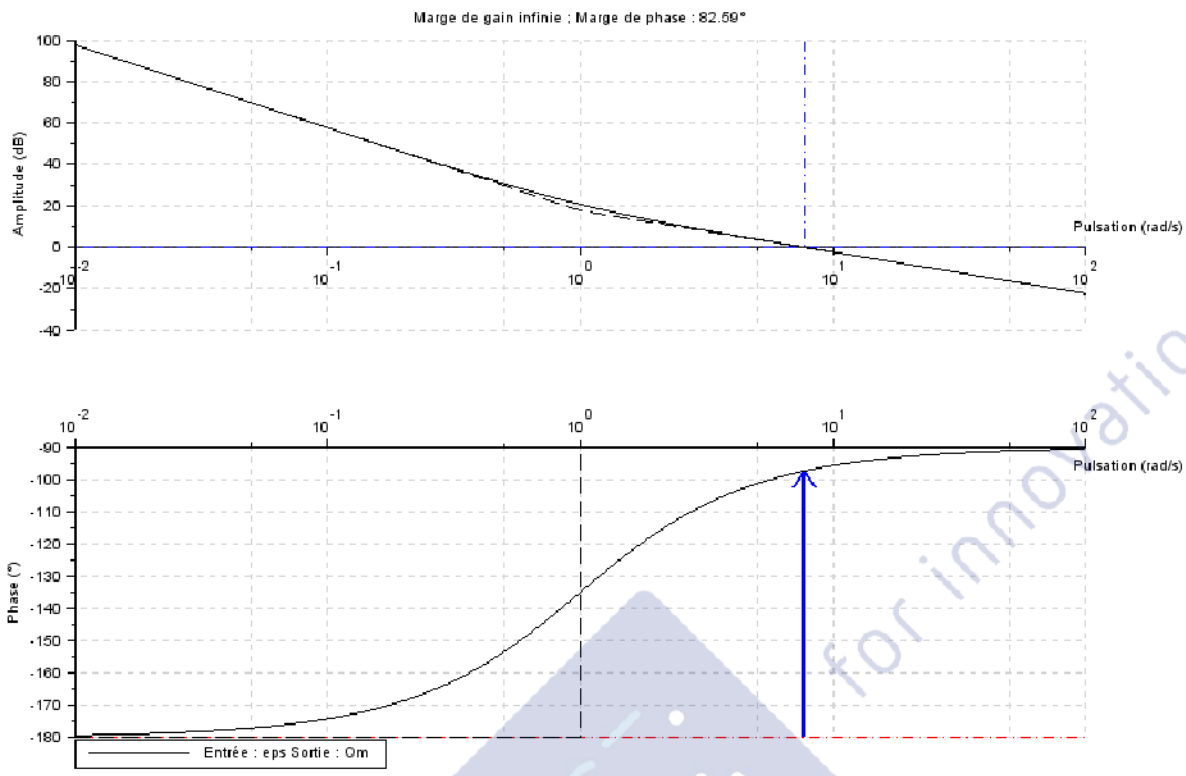
Pour valider tous les critères, on prend $K = 5$

- Q.15.** Fonction de transfert en boucle ouverte :

$$H_{BO}(p) = \frac{\Omega_m(p)}{\varepsilon(p)} = \frac{KK_a}{J} \cdot \frac{1+p}{p^2} \quad AN: H_{BO}(p) = 7,625 \cdot \frac{1+p}{p^2}$$

- Q.16.** Diagrammes de Bode (page suivante)

La **marge de phase est de $82,6^\circ$ assure le critère de stabilité du cahier des charges.**



Partie IV : AMELIORATION DE LA SECURITE

Q.17. On applique le théorème de l'énergie cinétique l'ensemble $E = \{\text{escalier mécanique} + \text{passagers}\}$. :

$$E_c(E/R_g) = E_c(pas./R_g) + E_c(marches/R_g) + E_c(moteur/R_g)$$

$$E_c(E/R_g) = \frac{1}{2} \cdot 33 \cdot M \cdot \|\vec{V}_{piétons/R_g}\|^2 + \frac{1}{2} \cdot M_t \cdot \|\vec{V}_{piétons/R_g}\|^2 + \frac{1}{2} \cdot I_m \cdot \omega_{mot}^2$$

$$E_c(E/R_g) = \frac{1}{2} \cdot \left(33 \cdot M + M_t + \left(\frac{60 I_m}{D_p \lambda \pi} \right)^2 \right) \cdot V^2$$

La seule puissance extérieure qui intervient est la puissance des efforts de pesanteur. Cette puissance est nulle pour les piétons sur les paliers. Reste les 27 piétons sur la partie inclinée. On a :

$$P_{pes} = 27 \cdot M \vec{g} \cdot \vec{V}_{piétons/R_g} = 27 \cdot M g V \sin(\alpha)$$

En puissance intérieure, nous avons la puissance du couple de freinage qui, sur l'arbre moteur s'écrit :

$$P_{frein} = -C_{frein} \omega_m = -C_{frein} \frac{2}{D_p \lambda} V$$

Il y a aussi la puissance des forces de frottements considérées dans la première partie du sujet :

$$P_{frott} = -C_{f0} \omega_m = -C_{f0} \frac{2}{D_p \lambda} V$$

Ainsi, le TEC donne (après simplification par V)

$$\left(33.M + M_t + \left(\frac{60I_m}{D_p\lambda\pi} \right)^2 \right) . \Gamma = 27 * Mg \sin(\alpha) - (C_{f0} + C_{frein}) \frac{2}{D_p\lambda}$$

Soit

$$C_{frein} = \frac{D_p\lambda}{2} \left(27 * Mg \sin(\alpha) - \left(33.M + M_t + \left(\frac{60I_m}{D_p\lambda\pi} \right)^2 \right) . \Gamma \right) - C_{f0}$$

Application numérique

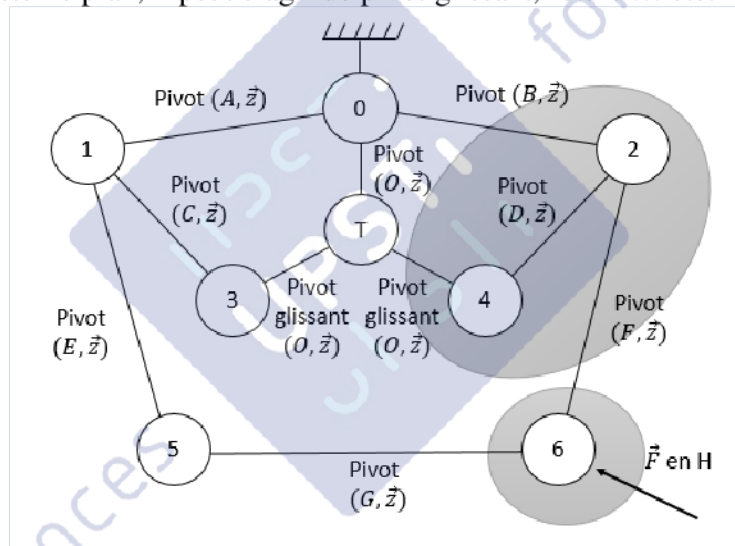
$$C_{fmin} = 51 \text{ Nm}$$

$$C_{fmax} = 65 \text{ Nm}$$

Détermination de l'action de commande

Q.18. Plusieurs solutions s'offrent à nous. Je préfère faire un graphe des liaisons du système complet. Cela simplifie la recherche des mobilités. Mais d'autres solutions sont possibles.

Pour les liaisons, je prends des pivots car seule la rotation m'intéresse mais comme on est en système plan, il peut s'agir de pivot glissant, rotule ... etc.



J'utilise la formule cinématique pour un système plan : $h = m + 3\gamma - I_c$.

On a

$m = 1$: rotation du tambour autour de son axe ... et oui j'oublie volontairement les frottements ! L'hyperstatisme est un problème de montage !

$\gamma = 3$: nombre de cycles

$I_c = 10$: chaque liaison n'apporte qu'une inconnue.

Il vient $h = 0$

Si on suppose que la pression de contact entre les mâchoires (3 et 4) et le tambour est uniforme, on peut modéliser les actions de freinage par les torseurs suivants :

$$\{T_{3 \rightarrow \text{tambour}}\} = \left\{ \begin{matrix} X_3 . (\vec{x} + f . \vec{y}) \\ \vec{0} \end{matrix} \right\} ; \{T_{4 \rightarrow \text{tambour}}\} = \left\{ \begin{matrix} X_4 . (\vec{x} + f . \vec{y}) \\ \vec{0} \end{matrix} \right\}$$

avec $(X_3, X_4) \in \mathbb{R}^2$ et $f = 0,4$ (coefficient de frottement).

Q.19. Principe de recherche :

Première idée :

On cherche à relier l'effort extérieur sur 6 : donc 6 est dans le système isolé.

A l'effort du tambour sur 4 : donc 4 est dans le système isolé

On boucle le système en coupant le minimum de liaisons afin d'introduire le minimum d'inconnues. Ce qui conduit à isoler {2,4,6}. Le PFS donne

$$\underbrace{\{T_{T \rightarrow 4}\}}_{\substack{\text{Inconnue} \\ \text{recherchée}}} + \underbrace{\{T_{0 \rightarrow 2}\} + \{T_{5 \rightarrow 6}\}}_{\substack{\text{Inconnues} \\ \text{non recherchées}}} + \underbrace{\{T_{ext \rightarrow 6}\}}_{\text{Donnée}} = \{0\}$$

Le PFS nous donne 3 équations scalaires mais nous avons 4 inconnues non recherchées donc on ne peut résoudre. Cela conduit à décomposer la résolution en deux étapes.

Seconde idée :

On choisit une variable intermédiaire... je prends $\{T_{2 \rightarrow 6}\}$. Ainsi (voir graphe des liaisons)

On isole $\{2 + 4\}$; le PFS donne

$$\underbrace{\{T_{T \rightarrow 4}\}}_{\substack{\text{Inconnue} \\ \text{recherchée}}} + \underbrace{\{T_{0 \rightarrow 2}\}}_{\substack{\text{Inconnue} \\ \text{non recherchée}}} + \underbrace{\{T_{6 \rightarrow 2}\}}_{\text{Donnée}} = \{0\}$$

Virer l'inconnue non recherchée conduit à écrire le TMS en B sur $\vec{Z}$. Il vient

$$\begin{aligned} \vec{M}_B(T \rightarrow 4) + \vec{M}_B(0 \rightarrow 2) + \vec{M}_B(6 \rightarrow 2) &= \vec{0} \\ \vec{M}_B(T \rightarrow 4) + \vec{BD} \wedge \vec{R}_{4 \rightarrow T} + \vec{M}_B(T \rightarrow 4) + \vec{BF} \wedge \vec{R}_{6 \rightarrow 2} &= \vec{0} \\ -(10\vec{x} + 30\vec{y}) \wedge X_4(\vec{x} + f\vec{y}) + 80\vec{y} \wedge (X_{62}\vec{x} + Y_{62}\vec{y}) &= \vec{0} \\ -X_4(10f - 30) - 80X_{62} &= 0 \end{aligned}$$

On isole $\{6\}$; le PFS donne

$$\underbrace{\{T_{2 \rightarrow 6}\}}_{\substack{\text{Inconnue} \\ \text{recherchée}}} + \underbrace{\{T_{5 \rightarrow 6}\}}_{\substack{\text{Inconnue} \\ \text{non recherchée}}} + \underbrace{\{T_{ext \rightarrow 6}\}}_{\text{Donnée}} = \{0\}$$

Virer l'inconnue non recherchée conduit à écrire le TMS en G sur $\vec{Z}$. Il vient

$$\begin{aligned} \vec{M}_G(2 \rightarrow 6) + \vec{M}_G(5 \rightarrow 6) + \vec{M}_G(ext \rightarrow 6) &= \vec{0} \\ \vec{M}_G(2 \rightarrow 6) + \vec{GF} \wedge \vec{R}_{2 \rightarrow 6} + \vec{M}_G(ext \rightarrow 6) + \vec{GH} \wedge \vec{F} &= \vec{0} \\ -10\vec{y} \wedge (-X_{62}\vec{x} - Y_{62}\vec{y}) + (25\vec{x} - 5\vec{y}) \wedge -F\vec{y} &= \vec{0} \\ 10X_{62} - 25F &= 0 \end{aligned}$$

Finalement, on obtient

$$\begin{aligned} X_4(10f - 30) &= -80X_{62} = -200F \\ X_4 &= -\frac{200}{(10f - 30)}F \quad \text{AN: } X_4 = -\frac{100}{13}F \end{aligned}$$

Q.20. Le signe de X_3 dans l'énoncé me semble faux.

Le couple de freinage est le moment résultant en O sur $\vec{Z}$ des actions des patins 3 et 4. Il vient

$$\begin{aligned} C_{frein-tamb}\vec{Z} &= \vec{M}_O(3 \rightarrow T) + \vec{M}_O(4 \rightarrow T) \\ C_{frein-tamb}\vec{Z} &= \vec{OC} \wedge X_3(\vec{x} + f\vec{y}) + \vec{OD} \wedge X_4(\vec{x} + f\vec{y}) \\ C_{frein-tamb} &= -35f(X_3 - X_4) \end{aligned}$$

Mais notre valeur de couple est sur l'arbre moteur, alors que le tambour est sur la poulie motrice donc

$$C_{frein-tamb} = \frac{C_f}{\lambda} = -35f \left(\frac{100}{13} + \frac{100}{17} \right) F$$

Application numérique

$$F = -\frac{C_f}{190.\lambda}$$

$$F_{min} = 2,6 \text{ N}$$

$$F_{max} = 3,4 \text{ N}$$

Q.21. Lecture de la courbe pleine charge :

Phase 1 : après le début du freinage, il semble exister un retard de 0,2s. La vitesse est constante : $v = 0,65 \text{ m.s}^{-1}$. La distance parcourue est de $D_1 = 0,13 \text{ m}$

Phase 2 : la vitesse est constante $v = 0,7 \text{ m.s}^{-1}$ durant 0,4s soit une distance $D_2 = 0,26 \text{ m}$.

Phase 3 : la vitesse varie linéairement de $0,7 \text{ m.s}^{-1}$ à $0,53 \text{ m.s}^{-1}$ en 0,3s. La décélération est donc d'environ $\gamma_3 = 0,57 \text{ m.s}^{-2}$. La distance parcourue de $D_3 = 0,185 \text{ m}$

Phase 4 : la vitesse varie linéairement de $0,53 \text{ m.s}^{-1}$ à l'arrêt en 0,5s. La décélération est donc d'environ $\gamma_3 = 1,06 \text{ m.s}^{-2}$. La distance parcourue de $D_3 = 0,133 \text{ m}$

Lecture de la courbe à vide :

Phase 1 : identique à la pleine charge

Phase 2 : la vitesse varie linéairement de $0,65 \text{ m.s}^{-1}$ à $0,23 \text{ m.s}^{-1}$ en 0,9s. La décélération est donc d'environ $\gamma_{3v} = 0,47 \text{ m.s}^{-2}$. La distance parcourue de $D_{2v} = 0,396 \text{ m}$.

Phase 3 : la vitesse varie linéairement de $0,23 \text{ m.s}^{-1}$ à l'arrêt en 0,3s. La décélération est donc d'environ $\gamma_{3v} = 0,77 \text{ m.s}^{-2}$. La distance parcourue de $D_{3v} = 0,035 \text{ m}$.

Conclusion :

La distance d'arrêt à vide est de $D_{vide} = 561 \text{ mm}$. Le critère de distance d'arrêt **est validé**.

Entre la pleine charge et le comportement à vide, la variation de distance est de 26%. **Le critère est validé.**

L'accélération maximale est de $\gamma = -1,06 \text{ m.s}^{-2}$ ce qui est la **limite de validation du critère**.

Q22.

Fonctions de services	Critères	Performances attendues	Performances simulées	Performances mesurées
FS1 : transporter des piétons entre deux niveaux	Rapidité de l'asservissement de vitesse	Temps de stabilisation à 5% de la vitesse finale = 3s maximum	2s	
	Amortissement de l'asservissement de vitesse	Dépassement transitoire de la vitesse finale = 20% maximum	5s	
	Stabilité de l'asservissement de vitesse	Marges de phase = 45° minimum	82,6°	
	Précision de l'asservissement de vitesse	Insensible aux variations de charge en régime permanent	Oui	
	Facteur de confort	≥ 6	Ou ici ?	6
FS2 : optimiser la gestion de l'énergie	Gain en énergie par rapport au fonctionnement continu	2% minimum	2%	
FS3 : assurer la sécurité des piétons dans le cas d'un arrêt d'urgence	Distance d'arrêt	600 mm maximum		560 mm
	Décélération	– 1 m. s ² maximum		– 1,06 m. s ²
	Variation de la distance d'arrêt en fonction de la charge	35% maximum		26%