

Proposition de corrigé

Concours : Concours Commun Mines-Ponts

Année : 2016

Filière : MP

Épreuve : Sciences Industrielles pour l'Ingénieur

Ceci est une proposition de corrigé des concours de CPGE, réalisée bénévolement par des enseignants de Sciences Industrielles de l'Ingénieur et d'Informatique, membres de l'[UPSTI](http://www.upsti.fr) (Union des Professeurs de Sciences et Techniques Industrielles), et publiée sur le site de l'association :

<https://www.upsti.fr/espace-etudiants/annales-de-concours>

A l'attention des étudiants

Ce document vous apportera des éléments de corrections pour le sujet traité, mais n'est ni un corrigé officiel du concours, ni un corrigé détaillé ou exhaustif de l'épreuve en question.

L'UPSTI ne répondra pas directement aux questions que peuvent soulever ces corrigés : nous vous invitons à vous rapprocher de vos enseignants si vous souhaitez des compléments d'information, et à vous adresser à eux pour nous faire remonter vos éventuelles remarques.

Licence et Copyright

Toute représentation ou reproduction (même partielle) de ce document faite sans l'accord de l'UPSTI est **interdite**. Seuls le téléchargement et la copie privée à usage personnel sont autorisés (protection au titre des [droits d'auteur](#)).

En cas de doute, n'hésitez pas à nous contacter à : corrigesconcours@upsti.fr.

Informez-vous !

Retrouvez plus d'information sur les [Sciences de l'Ingénieur](#), l'[orientation](#), les [Grandes Ecoles](#) ainsi que sur les [Olympiades de Sciences de l'Ingénieur](#) et sur les [Sciences de l'Ingénieur au Féminin](#) sur notre site : www.upsti.fr

L'équipe UPSTI

Micromanipulateur compact pour la chirurgie endoscopique (MC²E)

Mode opératoire du MC²E

Question 1.

L'ouverture dans l'abdomen doit être la plus petite possible pour que l'intervention ne soit pas trop intrusive, d'où le choix d'un robot à point de concours fixe. De plus, le passage de la pince se fait par un trocart, point fixe sur de l'abdomen du patient, limitant ainsi l'ouverture du corps. L'exigence « ne pas endommager l'abdomen du patient » est validée.

Validation des performances statiques des motorisations

Question 2.

Dans R_0 galiléen et en statique les effets dynamiques sont nuls.

- Isolement de $E_1 = 1 \cup 2 \cup 3 \cup 4$ et théorème du moment en O_1 en projection sur $\vec{z}_1$:

$$\underbrace{\vec{M}(O_1, M_1 \rightarrow 1) \cdot \vec{z}_1}_{C_{m01}} + \underbrace{\vec{M}(O_1, 0 \rightarrow 1) \cdot \vec{z}_1}_{0 \text{ L parf}} + \underbrace{\vec{M}(O_1, 0 \rightarrow 4) \cdot \vec{z}_1}_{\text{négligé}} + \vec{M}(O_1, \text{ext} \rightarrow 4) \cdot \vec{z}_1 + \vec{M}(O_1, \text{pes} \rightarrow E_1) \cdot \vec{z}_1 = 0$$
- Isolement de $E_2 = 2 \cup 3 \cup 4$ et théorème du moment en O_1 en projection sur $\vec{z}_2$:

$$\underbrace{\vec{M}(O_1, M_2 \rightarrow 2) \cdot \vec{z}_2}_{C_{m02}} + \underbrace{\vec{M}(O_1, 1 \rightarrow 2) \cdot \vec{z}_2}_{0 \text{ L parf}} + \underbrace{\vec{M}(O_1, 0 \rightarrow 4) \cdot \vec{z}_2}_{\text{négligé}} + \vec{M}(O_1, \text{ext} \rightarrow 4) \cdot \vec{z}_2 + \vec{M}(O_1, \text{pes} \rightarrow E_2) \cdot \vec{z}_2 = 0$$
- Isolement de $E_3 = 3 \cup 4$ et théorème du moment en O_1 en projection sur $\vec{z}_3$:

$$\underbrace{\vec{M}(O_1, M_3 \rightarrow 3) \cdot \vec{z}_3}_{C_{m03}} + \underbrace{\vec{M}(O_1, 2 \rightarrow 3) \cdot \vec{z}_3}_{0 \text{ L parf}} + \underbrace{\vec{M}(O_1, 0 \rightarrow 4) \cdot \vec{z}_3}_{\text{négligé}} + \vec{M}(O_1, \text{ext} \rightarrow 4) \cdot \vec{z}_3 + \vec{M}(O_1, \text{pes} \rightarrow E_3) \cdot \vec{z}_3 = 0$$
- Isolement de 4 et théorème de la résultante en projection sur $\vec{z}_3$:

$$\underbrace{\vec{R}(M_4 \rightarrow 4) \cdot \vec{z}_3}_{F_{m34}} + \underbrace{\vec{R}(3 \rightarrow 4) \cdot \vec{z}_3}_0 + \underbrace{\vec{R}(0 \rightarrow 4) \cdot \vec{z}_3}_{\text{négligé}} + \vec{R}(\text{ext} \rightarrow 4) \cdot \vec{z}_3 + \vec{R}(\text{pes} \rightarrow 4) \cdot \vec{z}_3 = 0$$

Question 3.

Isolement de $E_1 = 1 \cup 2 \cup 3 \cup 4$ et théorème du moment en O_1 en projection sur $\vec{z}_1$ (voir Q2)

- $\vec{M}(O_1, \text{ext} \rightarrow 4) \cdot \vec{z}_1 = \left(\vec{O}_1 \vec{O}_4 \wedge \vec{R}(\text{ext} \rightarrow 4) \right) \cdot \vec{z}_1 = 0$ car $\vec{O}_1 \vec{O}_4 // \vec{R}(\text{ext} \rightarrow 4)$
 - $\vec{M}(O_1, \text{pes} \rightarrow E_1) \cdot \vec{z}_1 = \left(\vec{O}_1 \vec{G} \wedge -Mg \vec{z}_0 \right) \cdot \vec{z}_1 = \left(l \vec{z}_2 \wedge \vec{z}_1 \right) \cdot Mg \vec{z}_0 = -l \sin \alpha_2 \vec{x}_1 \cdot Mg \vec{z}_0 = -l Mg \sin \alpha_1 \sin \alpha_2 \sin \theta_1$

$$\boxed{C_{m01} = l Mg \sin \alpha_1 \sin \alpha_2 \sin \theta_1}$$
- Application numérique : $C_{m01} = -0,4 \text{ Nm}$

Question 4.

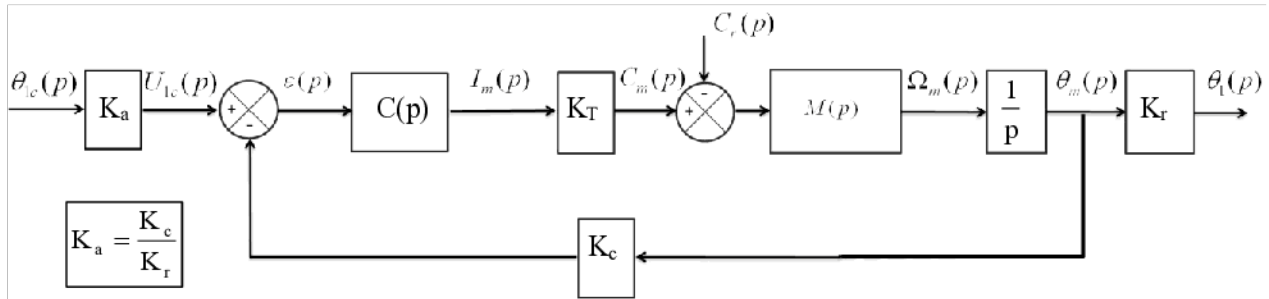
Le couple moteur maximal $C_{\text{max}} = 1,6 \cdot 10^{-2} \text{ Nm}$ doit être supérieur à

$$C_{m01} \cdot \text{rapport de réduction} = \frac{0,4}{66} = 6 \cdot 10^{-3} \text{ Nm}$$

Le moteur assure donc l'équilibre statique.

Analyse partielle de la structure de régulation en position des axes de rotation

Question 5.



Question 6.

- L'effet de la pesanteur : dépend de la position.
- Les actions dues aux frottements dans les liaisons : dépendent de l'intensité des actions de liaison.

Question 7.

$$\Delta\theta_m = \frac{2\pi}{N \text{ impulsions}} \quad \text{et} \quad \Delta\theta_l = K_r \cdot \Delta\theta_m = \frac{360 \times 1}{2048 \times 66}$$

Précision de mesure : $2,66 \cdot 10^{-3} \text{ deg} < 10^{-2} \text{ deg}$ Conclusion : convenable.

Validation des performances de l'asservissement d'effort

Question 8.

Transmission par courroie inextensibles et sans glissement : $\omega_e = \frac{R_i}{R_e} \cdot \omega_i = \frac{R_i}{R_e} \cdot r \cdot \omega_m$

Roulement sans glissement en I_i : $\vec{V}(I_i, 4/g_i) = \vec{0}$

$$\vec{V}(I_i, 4/0) = v(t) \vec{z}_0 = \vec{V}(I_i, g_i/0) = -R_g \vec{y}_0 \wedge \omega_e \vec{x}_0 = R_g \cdot \omega_e \vec{z}_0$$

$$v(t) = R_g \cdot \frac{R_i}{R_e} \cdot r \cdot \omega_m(t)$$

$$z(t) = R_g \cdot \frac{R_i}{R_e} \cdot r \cdot \theta_m(t) \quad \text{en supposant les CI nulles}$$

Question 9.

$$E_c(E/0) = \frac{1}{2} (I_m \omega_m^2 + I_r \omega_i^2 + I_i \omega_i^2 + I_e \omega_e^2 + 2I_p \omega_e^2 + 6I_g \omega_e^2 + m_4 \cdot v^2)$$

$$J_{eq} = I_m + r^2(I_r + I_i) + (I_e + 2I_p + 6I_g) \frac{r^2 R_i^2}{R_e^2} + m_4 \cdot \frac{r^2 R_i^2 \cdot R_g^2}{R_e^2}$$

Question 10.

Isolement de $E = 4 \cup \text{galets} \cup \text{pignons} \cup \text{poules} \cup \text{rotor}$

Puissance extérieures :

- $P(\text{res} \rightarrow 4/0) = -\vec{k} \cdot \vec{z}_0 \cdot v \vec{z}_0 = -\vec{k} \cdot \vec{z} \cdot v$
- $P(\text{stator} \rightarrow \text{rotor}/0) = C_m \cdot \omega_m$
- $P(\text{pes} \rightarrow 4/0) = -m_4 \cdot \vec{g} \cdot \vec{z}_0 \cdot v \vec{z}_0 = -m_4 \cdot \vec{g} \cdot v$
- $P(\text{pes} \rightarrow \text{autres pièces}/0) = 0 \quad \text{car} \quad \vec{V}(G_{\text{pièce}}/0) = \vec{0}$

Puissance intérieures nulles car les liaisons sont énergétiquement parfaites.

Question 11.

On applique le théorème de l'énergie puissance à l'ensemble des pièces en mouvement par rapport à 0 :

$$P(\text{res} \rightarrow 4/0) + P(\text{stator} \rightarrow \text{rotor}/0) + P(\text{pes} \rightarrow E/0) + P_{\text{intérieures}} = \frac{dE_c(E/0)}{dt}$$

$$\text{d'où : } -k.z.v - M.g.v + C_m \omega_m = J.\omega_m \cdot \frac{d\omega_m}{dt}$$

En utilisant les relations $v(t) = R_g \cdot \frac{R_i}{R_e} \cdot r.\omega_m(t)$ et $z(t) = R_g \cdot \frac{R_i}{R_e} \cdot r.\theta_m(t)$ trouvées en 8 on

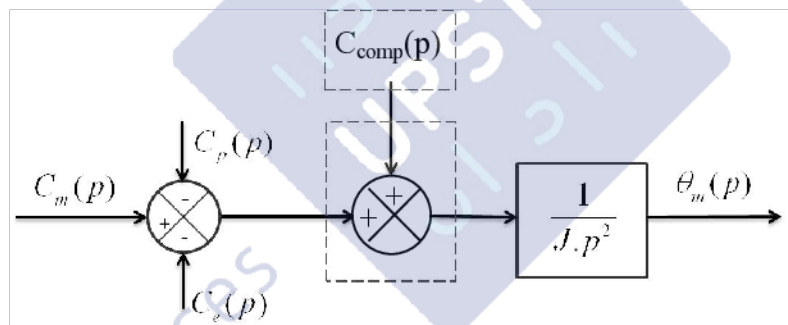
obtient :

$$-\left(R_g \cdot \frac{R_i}{R_e} \cdot r\right)^2 k.\theta_m - R_g \cdot \frac{R_i}{R_e} \cdot r.M.g + C_m = J \cdot \frac{d\omega_m}{dt} \text{ et par identification :}$$

$$C_e(t) = \left(R_g \cdot \frac{R_i}{R_e} \cdot r\right)^2 k.\theta_m(t) \quad C_p(t) = R_g \cdot \frac{R_i}{R_e} \cdot r.m_4.g$$

Modèle de connaissance de l'asservissement

Question 12.



Question 13.

$$H_1(p) = \frac{1}{J.p}$$

$$H_2(p) = \frac{1}{p}$$

$$H_3(p) = K_{c\theta}$$

Question 14.

$$\begin{aligned} H_{BF}(p) &= \frac{C_e(p)}{C_c(p)} = \frac{H_{cor}(p).H_1.H_2.H_3}{1 + H_1.H_2.H_3} \cdot \frac{1}{1 + \frac{H_{cor}(p).H_1.H_2.H_3}{1 + H_1.H_2.H_3}} = \frac{H_{cor}(p).H_1.H_2.H_3}{1 + H_1.H_2.H_3 + H_{cor}(p).H_1.H_2.H_3} \\ &= \frac{K_{c\theta}}{Jp^2} \cdot \frac{1}{1 + 2\frac{K_{c\theta}}{Jp^2}} = \frac{K_{c\theta}}{2K_{c\theta} + Jp^2} \end{aligned}$$

La fonction de transfert est d'ordre 2 sans terme en p donc avec un amortissement nul.

La réponse à un échelon d'amplitude C_0 sera une sinusoïde d'amplitude C_0 et de moyenne $C_0/2$.

$$H_{BF}(p) = \frac{1/2}{1 + \frac{J}{2K_{c\theta}} p^2}$$

Question 15.

$$G(p) = \frac{C_e(p)}{C_m(p)} = \frac{H_1.H_2.H_3}{1+H_1.B} \frac{1}{1+\frac{H_1.H_2.H_3}{1+H_1.B}} = \frac{H_1.H_2.H_3}{1+H_1.B+H_1.H_2.H_3}$$

$$G(p) = \frac{K_{c\theta}}{Jp^2} \cdot \frac{1}{1+\frac{B}{Jp}+\frac{K_{c\theta}}{Jp^2}} = \frac{K_{c\theta}}{K_{c\theta}+Bp+Jp^2}$$

$$G(p) = \frac{1}{1+\frac{B}{K_{c\theta}}p+\frac{J}{K_{c\theta}}p^2}$$

Question 16.

On veut que le dénominateur de $G(p)$ ait une racine double. Il faut donc que :

$$\frac{B^2}{K_{c\theta}^2} - 4 \cdot \frac{J}{K_{c\theta}} = 0 \text{ soit } B = 2\sqrt{J.K_{c\theta}}$$

On a alors les pôles : $p_i = -\frac{B}{2J} = -\sqrt{\frac{K_{c\theta}}{J}}$ et $\tau = -\frac{1}{p_i} = \sqrt{\frac{J}{K_{c\theta}}}$

$$B = 2\sqrt{J.K_{c\theta}}$$

$$\tau = \sqrt{\frac{J}{K_{c\theta}}}$$

Question 17.

$$\varepsilon(p) = \frac{C_c(p)}{1+\frac{K_i(1+T_i p)}{T_i p(1+\tau p)^2}} \text{ et } C_c(p) = \frac{C_{c0}}{p} \text{ d'où } \varepsilon(\infty) = \lim_{p \rightarrow 0} p\varepsilon(p) = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{C_{c0}}{1+\frac{K_i}{T_i p}} = 0 \text{ Nm}$$

Conforme à l'exigence 1.2.1.1 : erreur statique nulle.

Question 18.

En prenant $T_i = \tau$ on compense une partie du dénominateur et la FTBO sera d'ordre 2 ainsi que la FTBF.

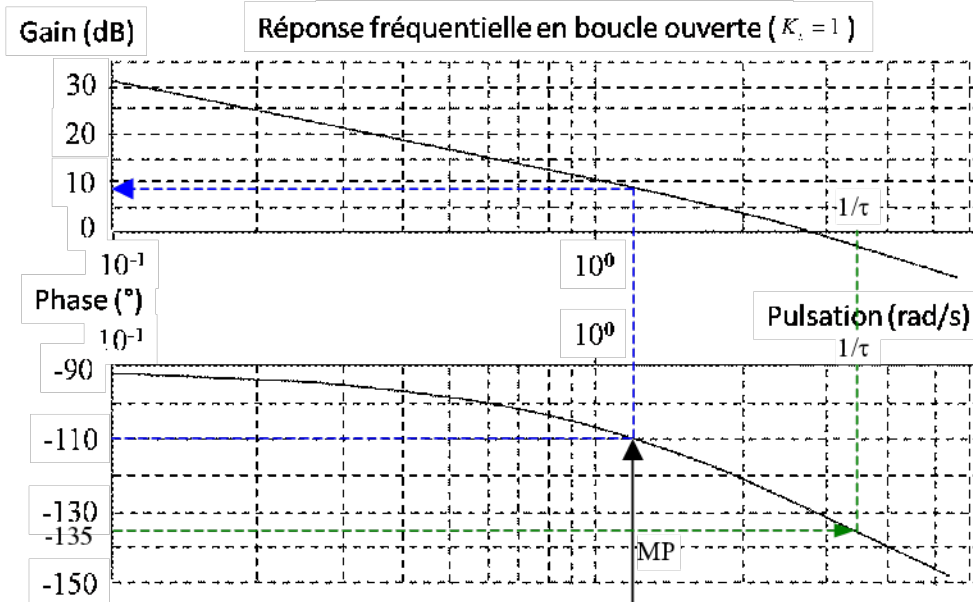
$$T_i = \tau$$

Question 19.

$$FTBO(p) = \frac{K_i}{T_i p(1+\tau p)} \text{ et } FTBF(p) = \frac{K_i}{T_i p(1+\tau p) + K_i} = \frac{1}{1+\frac{T_i}{K_i}p+\frac{T_i \tau}{K_i}p^2} = \frac{1}{1+\frac{\tau}{K_i}p+\frac{\tau^2}{K_i}p^2}$$

$$\Rightarrow \omega_0 = \frac{\sqrt{K_i}}{\tau} \text{ et } \xi = \frac{\omega_0}{2} \cdot \frac{\tau}{K_i} = \frac{1}{2\sqrt{K_i}}$$

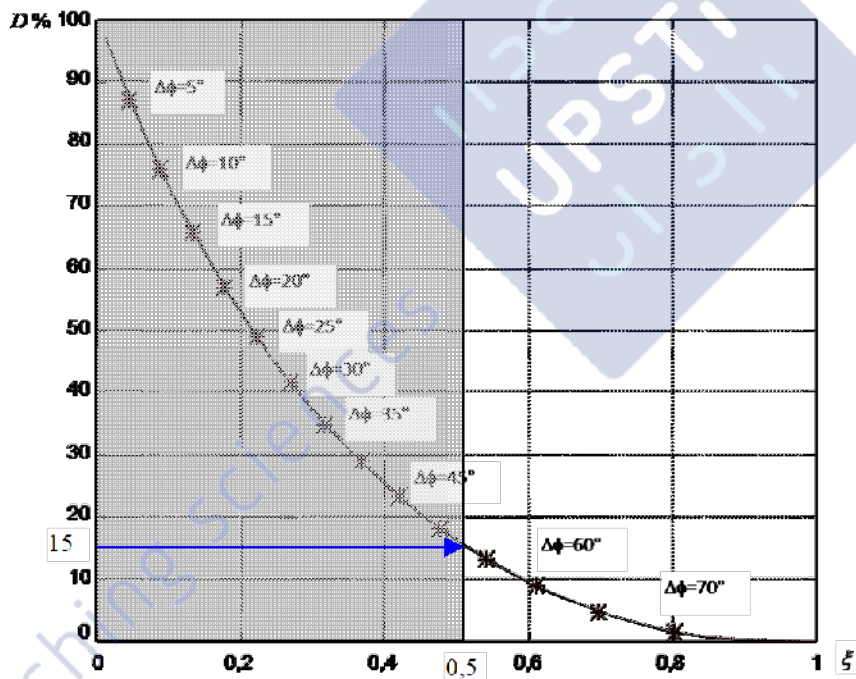
- Marge de gain
Système du second ordre avec gain positif et tous les signes du dénominateur positifs donc marge de gain infinie.
- Marge de phase



Pour avoir $MP \geq 70^\circ$
il faut abaisser la
courbe de gain de
8dB. Soit prendre
 $K_i = \lambda.K_{i\text{init}}$ avec
 $20\text{Log}(\lambda) \leq -8\text{dB}$
soit $\lambda \leq 10^{-0,4}$ et
 $K_i \leq 10^{-0,4} \times 1 = 0,4$.

- Dépassement

Abaque 1 : Premier dépassement $D\%$ en régime indiciel en boucle fermée pour un système du second ordre en fonction du coefficient d'amortissement ξ (sur la courbe figure la marge de phase en boucle ouverte $\Delta\phi$ en astérisque)



Pour avoir $D\% \leq 15\%$ il faut
 $\xi \geq 0,5$

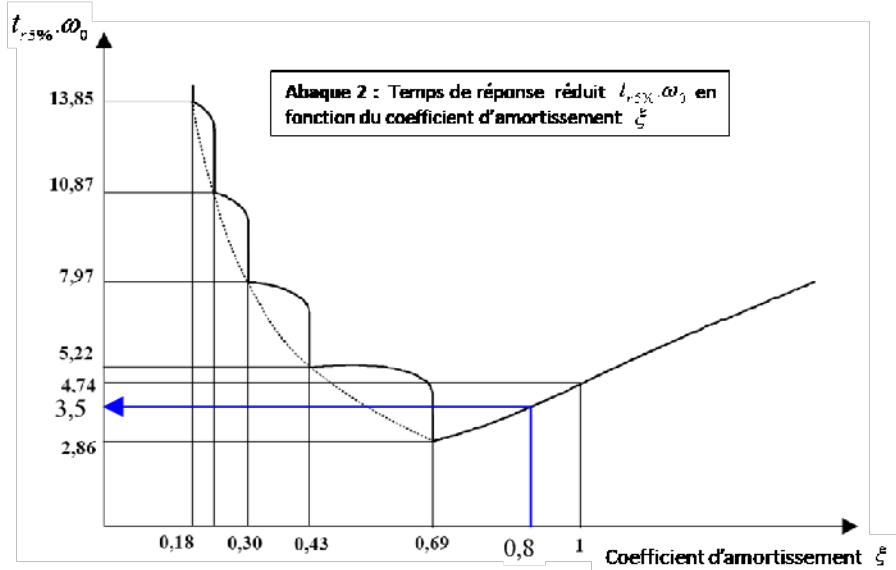
Cependant, on trouve sur ce diagramme qu'il faut avoir $\xi \geq 0,8$ pour avoir une marge de phase de 70° .

Si on souhaite obtenir le temps de réponse à 5% le plus rapide, comme $\xi \geq 0,8 > 0,7$, il faut prendre ξ le plus faible possible. Cela impose

$\xi = 0,8$ et comme $\xi = \frac{1}{2\sqrt{K_i}}$

on a alors $K_i = \frac{1}{4\xi^2} = 0,4$.

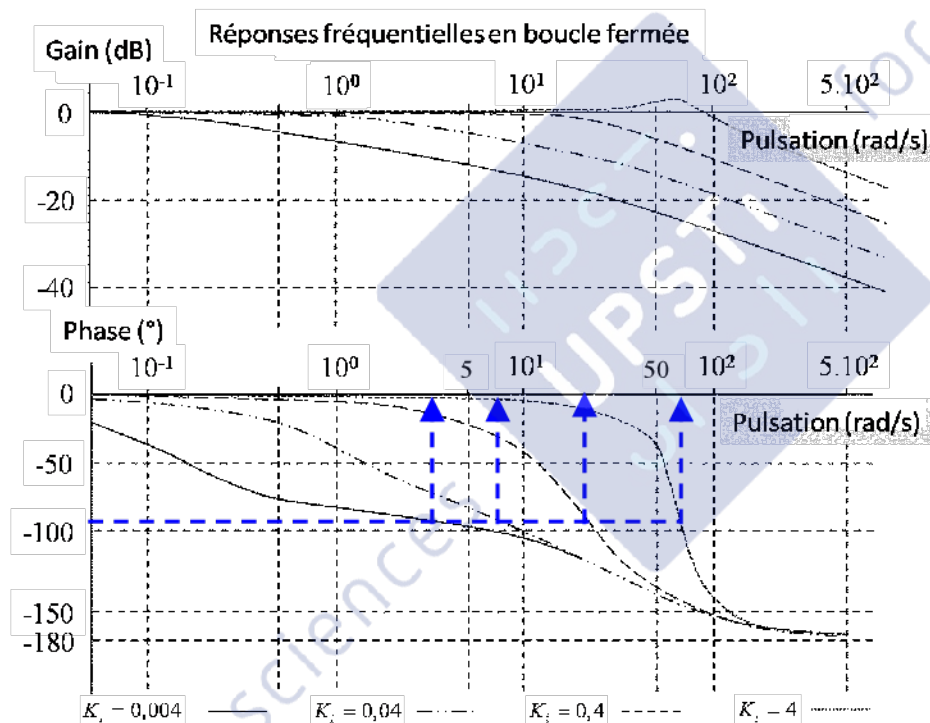
- Temps de réponse



Pour $\xi = 0,8$, la lecture de l'abaque donne donc

$$t_{R5\%} \cdot \omega_0 \geq 3,5 \text{ et avec}$$

$$t_{R5\%} \leq 0,5 \text{ s on a } \boxed{\omega_0 \geq 7 \text{ rad/s}}$$



En utilisant le Bode de la FTBF pour une phase de -90° et $\omega_0 \geq 7 \text{ rad/s}$ on trouve $K_i > 0,04$

Il faut donc prendre $\boxed{K_i = 0,4}$.

Autre possibilité :

$$\text{Arg}(FTBO(j\frac{1}{\tau})) = -135^\circ \text{ d'où } \frac{1}{\tau} = 3,3 \text{ rad/s et } \tau = 0,3 \text{ s}$$

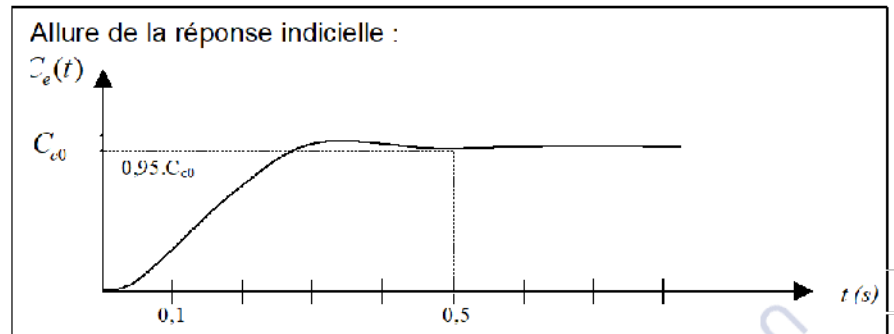
$$\omega_0 = \frac{\sqrt{K_i}}{\tau} \text{ d'où } K_i = \omega_0^2 \cdot \tau^2 \text{ et } \boxed{K_i \geq 7^2 \times 0,3^2 = 4,4} \text{ donc incompatible car il faut } K_i \leq 0,4!$$

Il y a une erreur sur le Bode de la BO. Les pulsations sont à multiplier par 10 (voir fichier Scilab/xcos joint).

$$\text{Rmq : pour } K_i = 0,4 \text{ et } \tau = 0,03 \text{ s on trouve } \omega_0 = \frac{\sqrt{K_i}}{\tau} = 21 \text{ rad/s soit } t_{R5\%} = \frac{3,5}{\omega_0} = 0,175 \text{ s}$$

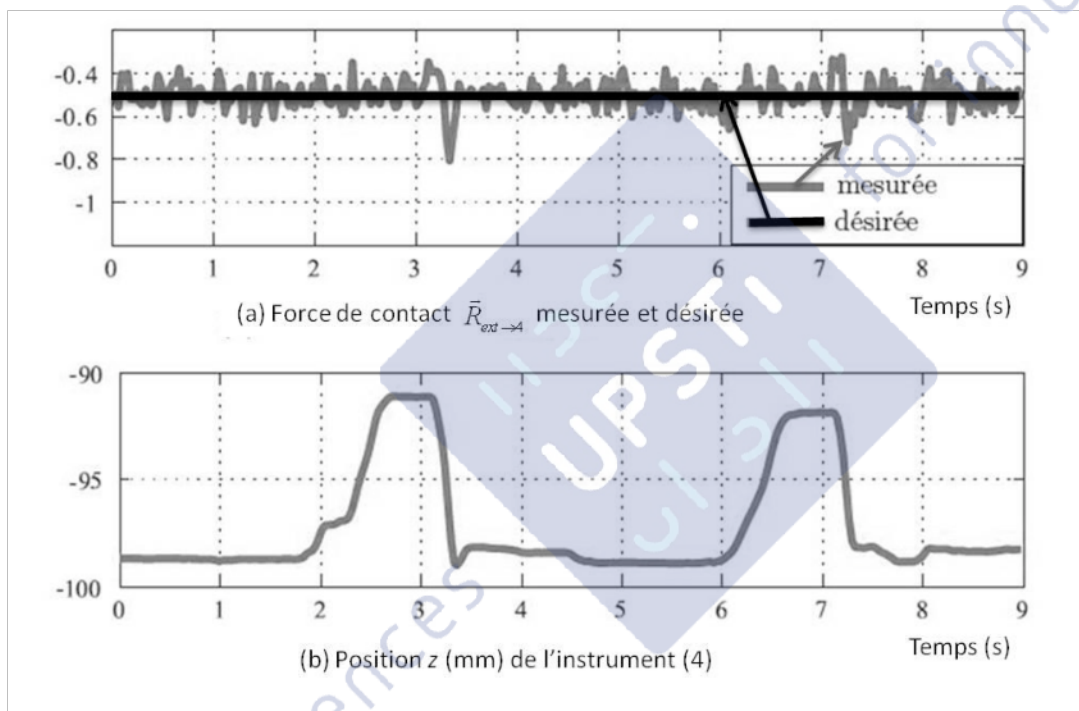
Question 20.

Critère	Valeur
Marges de stabilité	$\geq 70^\circ$
Dépassement	$\approx 2\%$
Tr5% Erreur statique en réponse à un échelon	$< 0,5 \text{ s}$ 0



Étude des performances en régulation d'effort lors de l'opération

Question 21.



La variation d'effort est au maximum de $0,3 \text{ N} < 0,5 \text{ N}$ (exigence 1.2.1.5 respectée).

La position est de période 4 s qui correspond bien à 0,25 Hz.

Les pics de perturbation de l'effort correspondent à l'expiration.

La position n'est pas asservie (asservissement en effort).

Question 22.

L'abdomen du patient sur lequel est fixé le robot à été supposé rigide et ainsi le repère associé au solide (0) du robot supposé galiléen. On voit que le mouvement de l'abdomen a un effet non négligeable sur l'effort de l'extérieur sur 4 et donc que l'hypothèse n'est pas valide.