

Proposition de corrigé

Concours : Concours Commun Mines-Ponts

Année : 2015

Filière : MP

Épreuve : Sciences Industrielles pour l'Ingénieur

Ceci est une proposition de corrigé des concours de CPGE, réalisée bénévolement par des enseignants de Sciences Industrielles de l'Ingénieur et d'Informatique, membres de l'[UPSTI](http://www.upsti.fr) (Union des Professeurs de Sciences et Techniques Industrielles), et publiée sur le site de l'association :

<https://www.upsti.fr/espace-etudiants/annales-de-concours>

A l'attention des étudiants

Ce document vous apportera des éléments de corrections pour le sujet traité, mais n'est ni un corrigé officiel du concours, ni un corrigé détaillé ou exhaustif de l'épreuve en question.

L'UPSTI ne répondra pas directement aux questions que peuvent soulever ces corrigés : nous vous invitons à vous rapprocher de vos enseignants si vous souhaitez des compléments d'information, et à vous adresser à eux pour nous faire remonter vos éventuelles remarques.

Licence et Copyright

Toute représentation ou reproduction (même partielle) de ce document faite sans l'accord de l'UPSTI est **interdite**. Seuls le téléchargement et la copie privée à usage personnel sont autorisés (protection au titre des [droits d'auteur](#)).

En cas de doute, n'hésitez pas à nous contacter à : corrigesconcours@upsti.fr.

Informez-vous !

Retrouvez plus d'information sur les [Sciences de l'Ingénieur](#), l'[orientation](#), les [Grandes Ecoles](#) ainsi que sur les [Olympiades de Sciences de l'Ingénieur](#) et sur les [Sciences de l'Ingénieur au Féminin](#) sur notre site : www.upsti.fr

L'équipe UPSTI

LE ROBOT HUMANOÏDE LOLA

Stabilité du robot

Question 1. Montrer que $\{T_{sol \rightarrow pied}\}$ est un glisseur.

On cherche P tel que $\vec{M}(P, sol \rightarrow pied) = \vec{0}$

Soit $\vec{PO}_S \wedge \int p \vec{z}_0 dy + \int O_S \vec{M} \wedge p \vec{z}_0 dy = \vec{0}$

$\Leftrightarrow \vec{PO}_S \cdot \int p dy + \int O_S \vec{M} \wedge p dy = \vec{0}$ d'où $\vec{O}_S P = \frac{\int O_S \vec{M} \wedge p dy}{\int p dy}$ donc P existe et $\{T_{sol \rightarrow pied}\}$ est un glisseur.

Ou plus simplement : un glisseur a sa résultante non nulle \vec{R} et orthogonale au moment $\forall P, \vec{R} \cdot \vec{M}(P) = 0$. Or $\forall P, \vec{R}(P, sol \rightarrow pied) \cdot \vec{M}(P, sol \rightarrow pied) = F \vec{z}_0 \cdot \int PM \wedge p \vec{z}_0 dy = 0$ donc $\{T_{sol \rightarrow pied}\}$ est un glisseur.

Question 2. Montrer que $H_S \in [O_S ; C_S]$, c'est-à-dire qu'il est situé sous le pied du robot.

D'après 1 on a : $O_S \vec{H}_S = \frac{\int p y dy}{\int p dy} \vec{y}_0 > \vec{0}$

de même $C_S \vec{H}_S = \frac{\int C_S \vec{M} \wedge p dy}{\int p dy} = -\frac{\int p y dy}{\int p dy} \vec{y}_0 < \vec{0}$

Donc $H_S \in [O_S, C_S]$

Question 3. Donner la forme du torseur $\{T_{sol \rightarrow pied}\}$ dans le cas d'un contact avec frottement dans le plan sagittal (c'est-à-dire que la densité d'efforts de contact est $p(M) \vec{z}_0 + t(M) \vec{y}_0$). Montrer que les résultats des questions 1 et 2 sont inchangés.

$$\{T_{sol \rightarrow pied}\}_{O_S} = \begin{cases} b \int (p \vec{z}_0 + t \vec{y}_0) dy \\ b \int O_S \vec{M} \wedge p \vec{z}_0 dy \end{cases} \text{ car } O_S \vec{M} // \vec{y}_0$$

$$\{T_{sol \rightarrow pied}\}_{O_S} = \underbrace{\begin{cases} b \int p \vec{z}_0 dy \\ b \int O_S \vec{M} \wedge p \vec{z}_0 dy \end{cases}}_{\text{glisseur en } H_S \text{ trouvé en 1}} + \underbrace{\begin{cases} b \int t \vec{y}_0 dy \\ \vec{0} \end{cases}}_{\text{glisseur suivant } (O_S, \vec{y}_0)}$$

est un glisseur en H_S .

Question 4. En appliquant le théorème du moment dynamique, puis le théorème de la résultante

dynamique au système $\{1+2\}$, montrer que la condition de stabilité (non basculement)

s'écrit : $y_{H_S} = y_G - \frac{z_G}{g} \frac{d^2 y_G}{dt^2}$.

Moment dynamique en H_S :

$$\vec{M}(H_S, sol \rightarrow pied) \cdot \vec{x}_0 + \vec{M}(H_S, pes \rightarrow 1) \cdot \vec{x}_0 = \vec{\delta}(H_S, 1 \cup 2/0) \cdot \vec{x}_0$$

- $\vec{M}(H_s, pes \rightarrow 1).x_0 = (\vec{H}_s G \wedge -m_1 g z_0).x_0 = ((y_G \vec{y}_0 + z_G \vec{z}_0 - y_{H_s} \vec{y}_0) \wedge -m_1 g \vec{z}_0).x_0 = -(y_G - y_{H_s})m_1 g$
- $\vec{\delta}(H_s, 1 \cup 2/0).x_0 = (\vec{H}_s G \wedge m_1 \frac{d^2 y_G}{dt^2} \vec{y}_0).x_0 = -m_1 z_G \frac{d^2 y_G}{dt^2}$

Finalement : $(y_G - y_{H_s})m_1 g = m_1 z_G \frac{d^2 y_G}{dt^2}$ d'où la condition de stabilité : $y_{H_s} = y_G - \frac{z_G}{g} \frac{d^2 y_G}{dt^2}$

Question 5. Sachant que la longueur de la semelle du robot $[O_s ; C_s]$ est $L=300$ mm, déterminez la

longueur maximale de la première foulée du robot qui garantit la condition de non-basculement. Est-ce compatible avec le cahier des charges ?

Le cas limite est pour $y_{H_s} = L$

$$y_G = y_{H_s} + \frac{z_G}{g} \frac{d^2 y_G}{dt^2} = 0,3 + \frac{1,05}{9,81} \times 1,39 = 0,449 \text{ m}$$

Foulée = $4.y_G = 1,795 \text{ m} > 1,5 \text{ m}$ donc le CdCf n'est pas respecté.

Question 6. Dans le cas d'un sol relativement glissant, avec un facteur de frottement du contact sol /

semelle $\mu=0,1$ quelle accélération maximale $\left\{ \frac{d^2 y_G}{dt^2} \right\}_{MAX}$ le robot peut-il avoir ? Est-ce compatible avec le cahier des charges pour la phase de démarrage ?

On isole 1 \cup 2 et on applique le théorème de la résultante en projection sur \vec{y}_0 puis sur \vec{z}_0 :

$$\underbrace{\vec{R}(sol \rightarrow 2).y_0}_{T_{sol \rightarrow 2}} + \underbrace{\vec{R}(pes \rightarrow 1).y_0}_0 = \vec{R}_d(1 \cup 2/0).y_0 = m_1 \frac{d^2 y_G}{dt^2}$$

$$\underbrace{\vec{R}(sol \rightarrow 2).z_0}_{N_{sol \rightarrow 2}} + \underbrace{\vec{R}(pes \rightarrow 1).z_0}_{-m_1 g} = \vec{R}_d(1 \cup 2/0).z_0 = 0$$

Condition d'adhérence $T_{sol \rightarrow 2} \leq \mu.N_{sol \rightarrow 2}$ soit : $\frac{d^2 y_G}{dt^2} \leq \mu.g = 0,981 \text{ m.s}^{-2} < 1,39 \text{ m.s}^{-2}$

Le cahier des charges n'est pas satisfait.

Déterminer la position du Zero Moment Point

Question 7. Pour les 2 cas ci-dessous, indiquer la forme des torseurs des efforts mesurés dans les 3 liaisons sphère-cylindre en suivant l'exemple de la dernière colonne. Indiquer les composantes non nulles ainsi que leurs signes par un + ou un -. Indiquer par un 0 les composantes nulles. Les torseurs seront exprimés dans les bases locales. Les composantes des torseurs seront indicées par A_0 , A_1 ou A_2 .

$\{T_{\text{sol} \rightarrow \text{pied}}\} + \{T_{\text{cheville} \rightarrow \text{pied}}\} = \{0\}$. Les termes du tableau sont des intensités

Action mécanique du sol sur le pied	cas n°1	cas n°2	cas n°3
	$\begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & N_{SP} \end{Bmatrix}_{O_P, B_0}$	$\begin{Bmatrix} X_{SP} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{O_P, B_0}$	$\begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ Y_{SP} & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{O_P, B_0}$
Action mécanique de la cheville sur le pied dans la liaison A_0	$\begin{Bmatrix} X_0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{A_0, B_0}$	$\begin{Bmatrix} -X_0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{A_0, B_0}$	$\begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{A_0, B_0}$
Action mécanique de la cheville sur le pied dans la liaison A_1	$\begin{Bmatrix} X_1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{A_1, B_1}$	$\begin{Bmatrix} X_1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{A_1, B_1}$	$\begin{Bmatrix} -X_1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{A_1, B_1}$
Action mécanique de la cheville sur le pied dans la liaison A_2	$\begin{Bmatrix} X_2 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{A_2, B_2}$	$\begin{Bmatrix} X_2 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{A_2, B_2}$	$\begin{Bmatrix} X_2 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{A_2, B_2}$

Question 8. Déterminer l'abscisse y_{ZMP} du point H_S en fonction de L_{SP} , Y_{SP} , Z_{SP} et h . Vérifier que le critère de stabilité du robot sur ses deux pieds est assuré.

$$\vec{M}(H_S, s \rightarrow p) = \vec{0} = \vec{M}(O_P, s \rightarrow p) + H_S P \wedge \vec{R}(s \rightarrow p) = L_{SP} \vec{x}_0 + (h z_0 - y_{ZMP} y_0) \wedge (Y_{SP} y_0 + Z_{SP} z_0)$$

$$\text{donc } L_{SP} \vec{x}_0 - h Y_{SP} \vec{x}_0 - y_{ZMP} \cdot Z_{SP} \vec{x}_0 = \vec{0}$$

$$\text{soit } y_{ZMP} = \frac{L_{SP} - h Y_{SP}}{Z_{SP}}. \text{ A.N. : } y_{ZMP} = \frac{L_{SP} - h Y_{SP}}{Z_{SP}} = \frac{35 - 0,05 \times 300}{400} = 0,05 \text{ m} = 50 \text{ mm} < 300/2$$

donc la condition de stabilité est respectée.

Question 9. On cherche à relier l'effort du sol (S) sur le pied (P) en fonction des composantes mesurées dans le module de mesure d'efforts. Déterminer à l'équilibre les composantes d'efforts dans les 3 capteurs X_0 , X_1 , X_2 , Z_0 , Z_1 et Z_2 en fonction de r , L_{SP} , Y_{SP} et Z_{SP} .

On isole le pied et on écrit les équations du PFD : $\{T_{\text{sol} \rightarrow \text{pied}}\} + \{T_{\text{cheville} \rightarrow \text{pied}}\} = \{0\}$

$$\left\{ \begin{array}{l} X_0 - \frac{X_1}{2} - \frac{X_2}{2} = 0 \\ Y_{SP} + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot X_1 - \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot X_2 = 0 \\ Z_{SP} + Z_0 + Z_1 + Z_2 = 0 \\ L_{SP} + r \cdot Z_0 - r \cdot \frac{Z_1}{2} - r \cdot \frac{Z_2}{2} = 0 \\ \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot Z_1 - \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot Z_2 = 0 \\ -r \cdot X_0 - r \cdot X_1 - r \cdot X_2 = 0 \end{array} \right. \quad \text{d'où :} \quad \left\{ \begin{array}{l} X_0 = 0 \\ X_1 = -\frac{Y_{SP}}{\sqrt{3}} \\ X_2 = \frac{Y_{SP}}{\sqrt{3}} \\ Z_0 = -\frac{2L_{SP} + r \cdot Z_{SP}}{3 \cdot r} \\ Z_1 = \frac{L_{SP} - r \cdot Z_{SP}}{3 \cdot r} \\ Z_2 = \frac{L_{SP} - r \cdot Z_{SP}}{3 \cdot r} \end{array} \right.$$

Question 10. Vérifier que le module de mesure d'effort permet de déterminer la position du "Zero Moment Point" ZMP en restant dans le domaine de linéarité préconisé par le constructeur.

$$\left\{ \begin{array}{l} X_0 = 0 \\ X_1 = -\frac{300}{\sqrt{3}} = -173 \text{ N} \\ X_2 = \frac{300}{\sqrt{3}} = 173 \text{ N} \\ Z_0 = -\frac{2 \times 35 + 0,04 \times 400}{3 \times 0,04} = -716 \text{ N} \\ Z_1 = Z_2 = \frac{35 - 0,04 \times 400}{3 \times 0,04} = 158 \text{ N} \end{array} \right.$$

Z_0 est légèrement en dehors de l'intervalle de linéarité $[-680 \text{ N} ; 680 \text{ N}]$

Contrôle de la posture de LOLA

Question 11. Proposer une démarche de résolution afin d'obtenir l'équation différentielle du mouvement reliant α et ses dérivées successives aux données du problème. Effectuer un bilan des actions mécaniques extérieures au système matériel isolé.

Application du théorème du moment dynamique au tronc 1 dans le repère galiléen lié au sol

(0) en O_T en projection sur \vec{x}_0 :

$$\vec{M}(O_T, pes \rightarrow 1) \cdot \vec{x}_0 + \underbrace{\vec{M}(O_T, hd \rightarrow 1) \cdot \vec{x}_0}_{C_R} + \underbrace{\vec{M}(O_T, 2 \rightarrow 1) \cdot \vec{x}_0}_0 = \vec{\delta}(O_T, 1/0) \cdot \vec{x}_0$$

Cette équation n'introduit pas d'inconnues de liaison ; on obtient bien l'équation de mouvement.

Question 12. Développer l'ensemble des calculs pour déterminer l'équation différentielle reliant α et ses dérivées successives aux données du problème.

$$\vec{M}(O_T, pes \rightarrow 1) \cdot \vec{x}_0 = (O_T G_T \wedge -m_1 g \vec{z}_0) \cdot \vec{x}_0 = -m_1 g O_T G_T \cdot \vec{y}_0 = m_1 g \cdot z_G \cdot \sin(\alpha)$$

$$\vec{\delta}(O_T, 1/0) \cdot \vec{x}_0 = \frac{d}{dt} (\vec{\sigma}(O_T, 1/0) \cdot \vec{x}_0) + (\vec{V}(O_T/0) \wedge m_1 \cdot \vec{V}(G_T, 1/0)) \cdot \vec{x}_0$$

$$\vec{\sigma}(O_T, 1/0) \cdot \vec{x}_0 = (I(O_T, 1) \cdot \vec{\Omega}(1/0)) \cdot \vec{x}_0 + (O_T G_T \wedge m_1 \cdot \vec{V}(O_T, 1/0)) \cdot \vec{x}_0 = A_1 \cdot \dot{\alpha} - m_1 \cdot z_G \cdot v \cdot \cos(\alpha)$$

$$(\vec{V}(O_T/0) \wedge m_1 \cdot \vec{V}(G_T, 1/0)) \cdot \vec{x}_0 = m_1 \cdot v \cdot z_0 \cdot \vec{V}(G_T, 1/0) \cdot \vec{x}_0 = -m_1 \cdot v \cdot z_0 \cdot \dot{\alpha} \cdot y_1 = -m_1 \cdot z_G \cdot v \cdot \dot{\alpha} \cdot \sin(\alpha)$$

Soit $\vec{\delta}(O_T, 1/0) \cdot \vec{x}_0 = A_1 \cdot \ddot{\alpha} - m_1 \cdot z_G \cdot \dot{v} \cdot \cos(\alpha)$

D'où : $m_1 g \cdot z_G \cdot \sin(\alpha) + C_R = A_1 \cdot \ddot{\alpha} - m_1 \cdot z_G \cdot \dot{v} \cdot \cos(\alpha)$

Question 13. Indiquer les fonctions de transfert des blocs $B_1, B_2, B_3, B_4, B_5, B_6$ et B_7 ainsi que l'expression de la fonction de transfert $H_1(p)$.

B_1	$m_1 \cdot z_G$
B_2	$m_1 \cdot g \cdot z_G$
B_3	$1/r$
B_4	$1/r$
B_5	k_c
B_6	k_c
B_7	$1/J_{eq}$
$H_1(p)$	$\frac{1}{R + L \cdot p}$

Question 14. Déterminer la fonction de transfert de la boucle dynamique $H_{dyn}(p) = \frac{\alpha(p)}{C_m(p)}$

en supposant la perturbation nulle.

Si $\Gamma(p) = 0$

$$H_{dyn}(p) = \frac{\alpha(p)}{C_m(p)} = \frac{B_3 \cdot B_7}{p^2} \cdot \frac{1}{1 - \frac{B_2 \cdot B_7}{p^2}} = \frac{B_3 \cdot B_7}{p^2 - B_2 \cdot B_7} = \frac{1}{r \cdot J_{eq}} = \frac{1}{J_{eq} p^2 - m_1 \cdot g \cdot z_G}$$

Question 15. Déterminer la fonction de transfert en boucle ouverte non corrigée de

l'asservissement $F(p) = \frac{\alpha(p)}{U_c(p)}$. Indiquer son ordre, sa classe et donner son gain statique

K en fonction des données.

$$F(p) = \frac{H_1 \cdot B_5 \cdot H_{dyn}}{1 + H_1 \cdot B_5 \cdot H_{dyn} \cdot B_6 \cdot B_4 \cdot p} = \frac{\frac{k_c}{r}}{(R + Lp)(J_{eq} p^2 - m_1 \cdot g \cdot z_G) + \frac{k_c \cdot k_c}{r^2} p}$$

$$F(p) = \frac{-\frac{k_c}{r \cdot R \cdot m_1 \cdot g \cdot z_G}}{1 + \frac{r^2 \cdot L \cdot m_1 \cdot g \cdot z_G - k_c \cdot k_c}{r^2 \cdot R \cdot m_1 \cdot g \cdot z_G} p - \frac{J_{eq}}{m_1 \cdot g \cdot z_G} p^2 - \frac{L \cdot J_{eq}}{R \cdot m_1 \cdot g \cdot z_G} p^3}$$

Gain statique K : $-\frac{k_c}{r \cdot R \cdot m_1 \cdot g \cdot z_G}$

Ordre : 3

Classe : 0

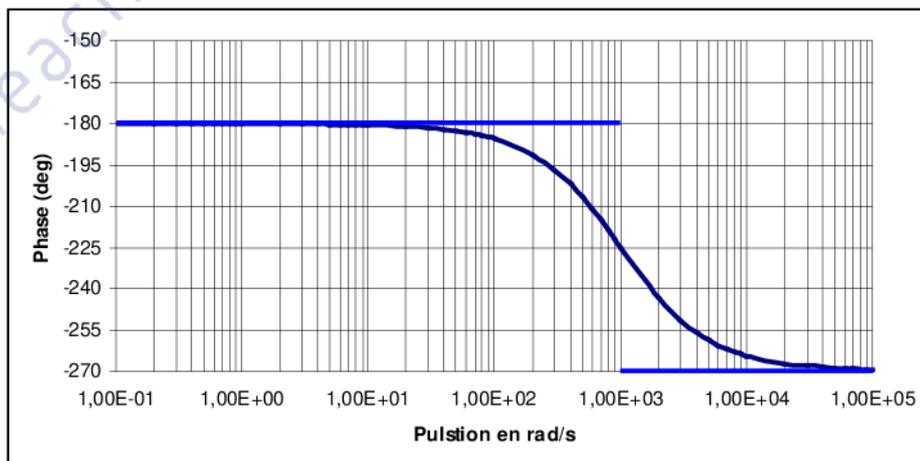
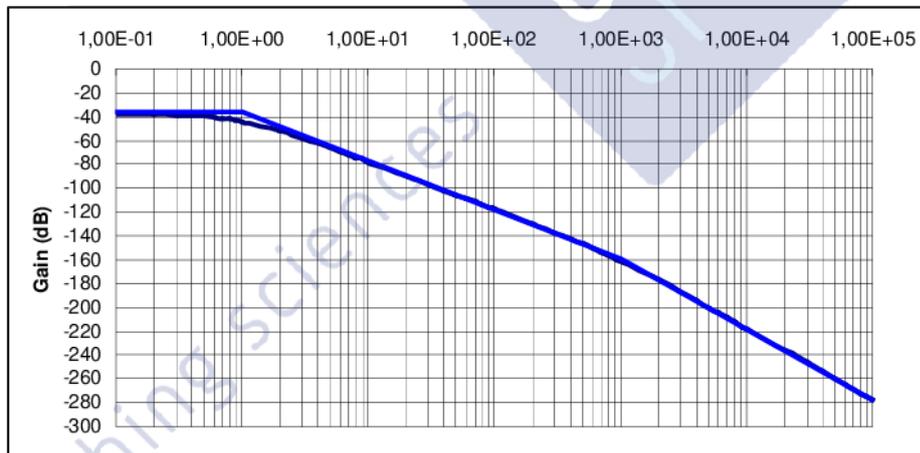
Question 16. En analysant les diagrammes de Bode ci-après, déterminer les valeurs de τ_1 , τ_2 et K. Justifier en complétant les diagrammes ci-après par les diagrammes asymptotiques de gain et de phase.

$$G = 20 \log(K) - 20 \log(1 + \omega^2 \cdot \tau_1^2) - 10 \log(1 + \omega^2 \cdot \tau_2^2)$$

$$\varphi = -\text{Arc tan}(\tau_1 \cdot \omega) - \pi + \text{Arc tan}(\tau_1 \cdot \omega) - \text{Arc tan}(\tau_2 \cdot \omega)$$

$$20 \log(K) = -37,5 \text{ dB soit } K = 10^{\frac{-37,5}{20}} = 0,013 \text{ rad} \cdot \text{V}^{-1} \text{ (pas d'unité si BO ; } F(p) \neq \text{FTBO)}$$

$$\tau_1 = 1 \text{ s et } \tau_2 = 10^{-3} \text{ s}$$



Question 17. Justifier le choix de cette simplification.

$\tau_2 \ll \tau_1$ donc l'effet de $1 + \tau_2 \cdot p$ est négligeable sur la réponse. La forme simplifiée est justifiée.

Sur le Bode on remarque que le modèle simplifié est satisfaisant jusqu'à $100 \text{ rad/s} > 50 \text{ rad/s}$ (bande passante visée en BO)

Question 18. Expliquer pourquoi le critère du revers ne peut être appliqué pour étudier la stabilité en boucle fermée.

La fonction de transfert en BO a un pôle à partie réelle positive. Le système est donc instable en BO. Le critère du Revers stipule que le système en BO ne doit pas comporter de pôle à partie réelle strictement positive pour qu'il ait un sens.

Ce critère n'est donc pas adapté pour vérifier la stabilité du système en BF.

Question 19. Déterminer deux conditions sur K_1 pour que la nouvelle fonction de transfert

en boucle ouverte non-corrigée $\frac{\alpha(p)}{U_c(p)}$ soit stable. En déduire la valeur minimale de K_1 .

Je pose $H_{ci}(p) = K_1(1+T \cdot p)$ avec $T = 1 \text{ s}$.

$$\begin{aligned} \frac{\alpha(p)}{U_c(p)} &= \frac{K}{(1+\tau_1 \cdot p)(-1+\tau_1 \cdot p)} \frac{1}{1 + \frac{K \cdot K_1(1+T \cdot p)}{(1+\tau_1 \cdot p)(-1+\tau_1 \cdot p)}} = \frac{K}{(1+\tau_1 \cdot p)(-1+\tau_1 \cdot p) + K \cdot K_1(1+T \cdot p)} \\ &= \frac{K}{K \cdot K_1 - 1 + K \cdot K_1 \cdot T \cdot p + \tau_1^2 \cdot p^2} \end{aligned}$$

Pour que tous les termes du dénominateur soient positifs il faut $K \cdot K_1 - 1 > 0$ et $K \cdot K_1 \cdot T > 0$

donc $K_1 > \frac{1}{K}$ car $K > 0$.

A.N. $K_1 > 75 \text{ V/rad}$.

Question 20. Déterminer K_1 pour que la fonction de transfert $\frac{\alpha(p)}{U_c(p)}$ ait un facteur

d'amortissement $\xi = 1,7$. Vérifier que cette valeur est compatible avec les conditions obtenues précédemment. En déduire les valeurs de la pulsation propre ω_0 et du gain statique de la boucle ouverte K_{BO} .

$$\frac{2\xi}{\omega_0} = \frac{K \cdot K_1 \cdot T}{K \cdot K_1 - 1} \text{ et } \omega_0^2 = \frac{K \cdot K_1 - 1}{\tau_1^2} \text{ soit } \xi = \frac{1}{2} \frac{K \cdot K_1 \cdot T}{\tau_1 \cdot \sqrt{K \cdot K_1 - 1}} \text{ d'où l'équation}$$

$$K^2 \cdot T^2 \cdot K_1^2 - 4\xi^2 \tau_1^2 K \cdot K_1 + 4\xi^2 \tau_1^2 = 0$$

$$\Delta = 16 \cdot \xi^2 \tau_1^2 \cdot K^2 (\xi^2 \tau_1^2 - T^2) > 0 \text{ et } K_{1i} = \frac{4\xi^2 \tau_1^2 K \pm 4 \cdot \xi \cdot \tau_1 \cdot K \sqrt{\xi^2 \tau_1^2 - T^2}}{2K^2 \cdot T^2}$$

$$K_{1i} = \frac{2 \cdot \xi \cdot \tau_1}{K \cdot T^2} \left(\xi \tau_1 \pm \sqrt{\xi^2 \tau_1^2 - T^2} \right) \text{ A.N. : } K_{11} = 83 \text{ V/rad ou } K_{12} = 784 \text{ V/rad}$$

Les 2 valeurs vérifient la condition de la question 19.

$$K_{BO} = \frac{K}{K \cdot K_1 - 1} \text{ et } \omega_0 = \frac{\sqrt{K \cdot K_1 - 1}}{\tau_1}$$

K_1 (V/rad)	K_{BO}	ω_0 (rad/s)
784,0	0,0014	3,07
82,9	0,126	0,33

Question 21. Nommer ce correcteur.

Correcteur proportionnel et à avance de phase

Question 22. Déterminer la valeur du paramètre a pour que le correcteur permette d'assurer la marge

de phase du cahier des charges. En déduire la valeur de T_d .

$$\varphi(\omega_c) = -\pi - \text{Arc tan} \left(\frac{2\xi \frac{\omega_c}{\omega_0}}{1 - \frac{\omega_c^2}{\omega_0^2}} \right) = -168,43^\circ$$

$$\varphi_m = MP - (180 + \varphi(\omega_c)) = 50 - (180 - 168,43) = 38,43^\circ$$

$$a = \frac{1 + \sin(\varphi_m)}{1 - \sin(\varphi_m)} = 4,28 \quad T_d = \frac{1}{\sqrt{a} \cdot \omega_c} = 9,6 \cdot 10^{-3} \text{ s}$$

Question 23. Déterminer le gain K_p pour que le critère de bande passante du cahier des charges soit bien vérifié.

$$G = 20 \log(K_{BO}) - 10 \log \left(\left(1 - \frac{\omega_c^2}{\omega_0^2} \right)^2 + 4\xi^2 \left(\frac{\omega_c}{\omega_0} \right)^2 \right) + 10 \log(a) + 20 \log(K_p)$$

$$\text{Soit : } K_p = \frac{\sqrt{\left(1 - \frac{\omega_c^2}{\omega_0^2} \right)^2 + 4\xi^2 \left(\frac{\omega_c}{\omega_0} \right)^2}}{K_{BO} \cdot \sqrt{a}} = 1,24 \cdot 10^5 \text{ (unité inverse de celle de } K_{BO} : \text{V/rad)}$$

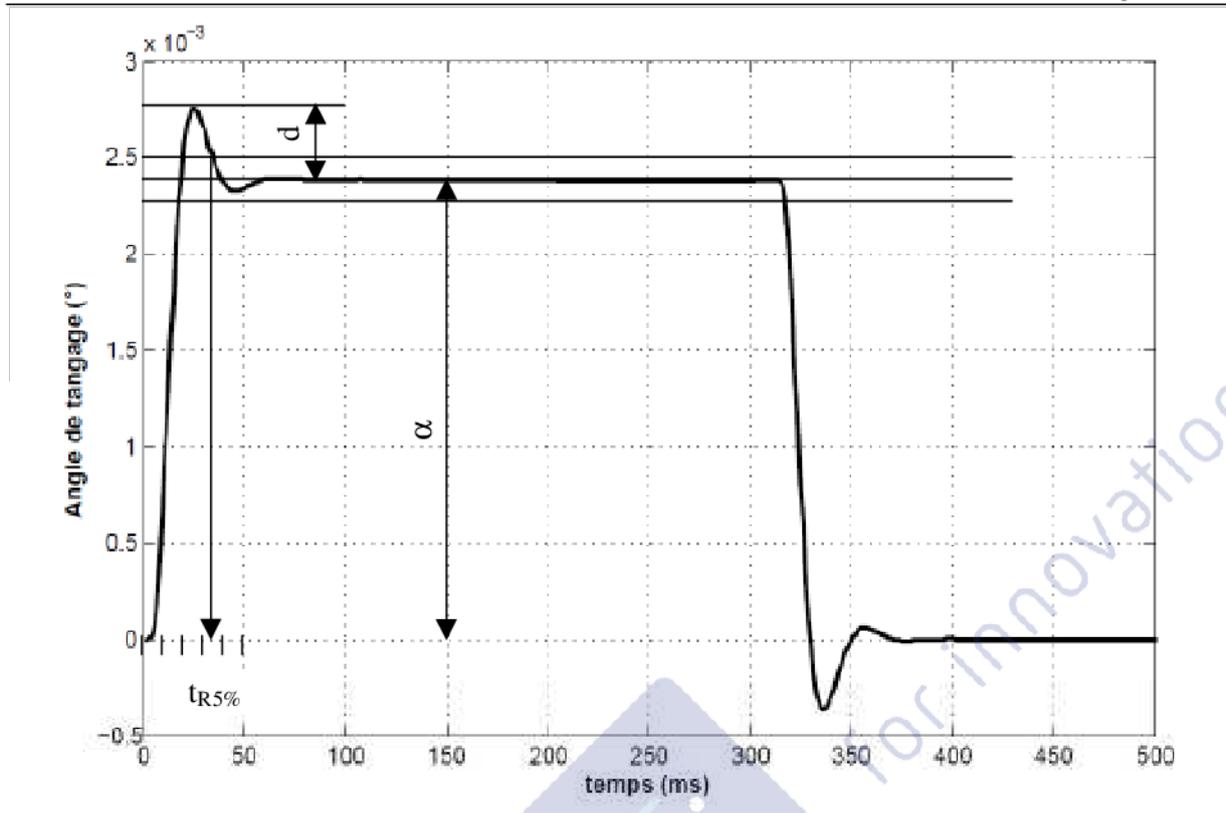
Remarque : pour une erreur de $2,7 \cdot 10^{-3}$ rad on a une tension de 335 V certainement trop grande pour le moteur.

Question 24. Justifier l'allure de la réponse temporelle. Déterminer graphiquement sur le tracé ci-dessous le temps de réponse à 5%, le dépassement maximal et l'erreur statique. Conclure sur la capacité du correcteur à vérifier l'ensemble des critères du cahier des charges.

Il y a un problème de correspondance entre l'évolution de la vitesse (figure 9) avec une accélération constante pendant 1s et la réponse ci-dessous.

En supposant que le passage d'accélération constante à vitesse constante se fait pour 0,32s on distingue :

- 1^{ère} phase (accélération constante entre 0 et 320 ms) : l'angle α est perturbé mais maintenu proche de 0 par l'asservissement.
- 2^{ème} phase (vitesse constante à partir de 320 ms) : l'angle α est ramené à 0 par l'asservissement.



Temps de réponse : $t_{R5\%} = 35 \text{ ms} < 200 \text{ ms}$

Erreur statique due à la perturbation : $2,4 \cdot 10^{-3} \text{ }^\circ < 1 \text{ }^\circ$

Dépassement de la valeur finale : $4 \cdot 10^{-4} \text{ }^\circ < 0,5 \text{ }^\circ$ (dépassement de la valeur visée : $2,8 \cdot 10^{-3} \text{ }^\circ$)

Le cahier des charges est respecté.