Proposition de corrigé

Concours : e3a - Polytech

Année : 2015

Filière : PSI

Épreuve : Sciences Industrielles pour l'Ingénieur

Ceci est une proposition de corrigé des concours de CPGE, réalisée bénévolement par des enseignants de Sciences Industrielles de l'Ingénieur et d'Informatique, membres de l'[UPSTI](http://www.upsti.fr) (Union des Professeurs de Sciences et Techniques Industrielles), et publiée sur le site de l'association :

<https://www.upsti.fr/espace-etudiants/annales-de-concours>

A l'attention des étudiants

Ce document vous apportera des éléments de corrections pour le sujet traité, mais n'est ni un corrigé officiel du concours, ni un corrigé détaillé ou exhaustif de l'épreuve en question.

L'UPSTI ne répondra pas directement aux questions que peuvent soulever ces corrigés : nous vous invitons à vous rapprocher de vos enseignants si vous souhaitez des compléments d'information, et à vous adresser à eux pour nous faire remonter vos éventuelles remarques.

Licence et Copyright

Toute représentation ou reproduction (même partielle) de ce document faite sans l'accord de l'UPSTI est **interdite**. Seuls le téléchargement et la copie privée à usage personnel sont autorisés (protection au titre des [droits d'auteur](#)).

En cas de doute, n'hésitez pas à nous contacter à : corrigesconcours@upsti.fr.

Informez-vous !

Retrouvez plus d'information sur les [Sciences de l'Ingénieur](#), l'[orientation](#), les [Grandes Ecoles](#) ainsi que sur les [Olympiades de Sciences de l'Ingénieur](#) et sur les [Sciences de l'Ingénieur au Féminin](#) sur notre site : www.upsti.fr

L'équipe UPSTI

Document réponse

Question 1 : graphe de structure entre le sol (0) et la plateforme (1)

Question 2 : liaison entre le sol (0) et la plateforme (1)

- Liaison 1 : Liaison sphérique de centre A
- Liaison 2 : Liaison sphère-cylindre de centre C et d'axe $(C, \vec{z}_p)$
- Liaison 3 : Liaison sphère-plan de centre B et de normale $\vec{y}_p$

Question 3 : isostatisme du positionnement

$m = 0$ (Aucune mobilité)

méthode statique : Il y a 2 solides donc 6 équations statiques et $1 + 2 + 3 = 6$ inconnues statiques donc $h = 0$.

méthode cinématique : $g = 2$ donc 12 équations cinématiques et $5 + 4 + 3 = 12$ inconnues cinématiques,

même conclusion.

Le positionnement est isostatique.

Question 4 : liaison équivalente entre le sol (0) et la plateforme (1)

La liaison équivalente est une liaison encastrement (tous les degrés de liberté ont été supprimés). Elle doit être démontable pour pouvoir changer de place le robot.

Question 6 : solution technique permettant le non basculement de la plateforme

Schéma cinématique :

A part une solution basé sur l'utilisation d'un contrepoids dont la position est réglable pour positionner le centre de gravité au centre de la zone d'appui nous ne voyons pas la solution que le sujet veut nous faire trouver.

Numérotation des solides :

Liste des liaisons :

Question 7 : description du fonctionnement

Question 8 : proposition d'implantation sur la plateforme

Question 9 : détermination de l'effort F

Cas 1	Cas 2	Cas 3	Cas 4
$F = 0,5 \times 750 \times 2,5 \times 0,16$ $= 150 \text{ N}$	$F = 0,5 \times 750 \times 3 \times 0,2$ $= 225 \text{ N}$	$F = 0,4 \times 1\,750 \times 2,5 \times 0,24$ $= 420 \text{ N}$	$F = 0,5 \times 1\,750 \times 2,5 \times 0,3$ $= 656 \text{ N}$

Question 10 : cas le plus défavorable

Le cas le plus défavorable est le cas 4.

Question 11 : graphe de structure de l'ensemble

Question 12 : ensemble S à isoler

Pour déterminer le couple, il faut isoler l'ensemble $\Sigma = \{2+3+4+E1\}$

Question 13 : bilan des actions mécaniques extérieures à Σ

$\{1 \rightarrow 2\} = \begin{Bmatrix} X_{12} & L_{12} \\ Y_{12} & M_{12} \\ Z_{12} & 0 \end{Bmatrix}_{O_2 \text{ dans } R_1}$	$\{Moteur \rightarrow 2\} = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & C_{12} \end{Bmatrix}_{\text{dans } R_1}$
$\{Pes \rightarrow 2\} = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ -M_2 \cdot g & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{G_2 \text{ dans } R_1}$	$\{Perçage \rightarrow E1\} = \begin{Bmatrix} -F & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_P \text{ dans } R_5$

$\{Pes \rightarrow 3+4\} = \left. \begin{matrix} 0 & 0 \\ -M_{34} \cdot g & 0 \\ 0 & 0 \end{matrix} \right\} G_3 \text{ dans } R_1$ $\{Pes \rightarrow E1\} = \left. \begin{matrix} 0 & 0 \\ -M_{E1} \cdot g & 0 \\ 0 & 0 \end{matrix} \right\} G_5 \text{ dans } R_1$	$\{Presseur \rightarrow E1\} = \left. \begin{matrix} -P & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{matrix} \right\} P \text{ dans } R_3$
--	--

Question 14 : théorème à utiliser pour déterminer C₁₂

Il faut utiliser le théorème du moment statique au point O₂ projeté sur $\vec{z}_1$

Question 15 : détermination de l'expression littérale du couple C₁₂

On déplace les différents torseurs au point O₂

- $\vec{M}_{O_2}(pes \rightarrow 2) = \vec{O_2G_2} \wedge \vec{R}(pes \rightarrow 2) = \frac{1}{2} L_3 \cdot \vec{x}_2 \wedge (-M_2 \cdot g \cdot \vec{y}_1) = -\frac{1}{2} L_3 \cdot M_2 \cdot g \cdot \vec{z}_1$
- $\vec{M}_{O_2}(pes \rightarrow \{3+4\}) = \vec{O_2G_3} \wedge \vec{R}(pes \rightarrow \{3+4\})$
 $= \left(L_3 \cdot \vec{x}_2 + \frac{1}{3} L_4 \cdot \vec{x}_3 + L_5 \cdot \vec{y}_3 \right) \wedge (-M_{34} \cdot g \cdot \vec{y}_1) = -M_{34} \cdot g \cdot \left(L_3 \cdot \cos(\theta_{12}) + \frac{1}{3} L_4 \right) \cdot \vec{z}_1$
- $\vec{M}_{O_2}(pes \rightarrow E1) = \vec{O_2G_5} \wedge \vec{R}(pes \rightarrow E1) = \left(L_3 \cdot \vec{x}_2 + (L_4 + L_6) \cdot \vec{x}_3 + L_5 \cdot \vec{y}_3 + L_7 \cdot \vec{x}_5 \right) \wedge (-M_{E1} \cdot g \cdot \vec{y}_1)$
 $= -M_{E1} \cdot g \cdot \left(L_3 \cdot \cos(\theta_{12}) + (L_4 + L_6) + L_7 \cdot \cos(\theta_{15}) \right) \cdot \vec{z}_1$
- $\vec{M}_{O_2}(\{perçage + presseur\} \rightarrow E1) = \vec{O_2P} \wedge \vec{R}(\{perçage + presseur\} \rightarrow E1)$
 $= \left(L_3 \cdot \vec{x}_2 + (L_4 + L_6) \cdot \vec{x}_3 + L_5 \cdot \vec{y}_3 + L_8 \cdot \vec{x}_5 \right) \wedge \left(-(F + P) \cdot \vec{x}_5 \right)$
 $= -(F + P) \cdot \left(L_3 \cdot \sin(\theta_{15} - \theta_{12}) + (L_4 + L_6) \cdot \sin(\theta_{15}) - L_5 \cdot \cos(\theta_{15}) \right) \cdot \vec{z}_1$

C₁₂ =

$$M_{E1} \cdot g \cdot \left(L_3 \cdot \cos(\theta_{12}) + (L_4 + L_6) + L_7 \cdot \cos(\theta_{15}) \right) + (F + P) \cdot \left(L_3 \cdot \sin(\theta_{15} - \theta_{12}) + (L_4 + L_6) \cdot \sin(\theta_{15}) - L_5 \cdot \cos(\theta_{15}) \right)$$

$$+ M_{34} \cdot g \cdot \left(L_3 \cdot \cos(\theta_{12}) + \frac{1}{3} L_4 \right) + \frac{1}{2} L_3 \cdot M_2 \cdot g$$

Question 16 : valeur du couple C_{12}

$C_{12} = 6516 \text{ N.m}$

Question 17 : validation du choix du robot et justification

Le moteur supporte au maximum 9000 N.m, le calcul étant fait en statique, la marge permettra de prendre en compte les effets de la dynamique.

Question 18 : détermination de la vitesse du solide E2 au point G_3 par rapport à R_1

$$\begin{aligned}\vec{V}(G_3 \in E2 / R1) &= \vec{V}(O_3 \in E2 / R1) + \overrightarrow{G_3 O_2} \wedge \overrightarrow{\Omega}(E2 / R1) = \vec{0} - \left(\frac{1}{3} L_4 \cdot \vec{x}_3 + L_5 \cdot \vec{y}_3 \right) \wedge \dot{\theta}_{12} \cdot \vec{z}_1 \\ &= \frac{1}{3} L_4 \cdot \dot{\theta}_{13} \cdot \vec{y}_3 - L_5 \cdot \dot{\theta}_{13} \cdot \vec{x}_3 \\ \vec{V}(G_3 \in E2 / R1) &= \vec{V}(O_3 \in E2 / R1) + \overrightarrow{G_3 O_3} \wedge \overrightarrow{\Omega}(E2 / R1) = \vec{0} - \left(\frac{1}{3} L_4 \cdot \vec{x}_3 + L_5 \cdot \vec{y}_3 \right) \wedge \dot{\theta}_{12} \cdot \vec{z}_1 \\ &= \frac{1}{3} L_4 \cdot \dot{\theta}_{13} \cdot \vec{y}_3 - L_5 \cdot \dot{\theta}_{13} \cdot \vec{x}_3\end{aligned}$$

Question 19 : détermination de la vitesse

$$\begin{aligned}\vec{V}(G_5 \in EF / R1) &= \vec{V}(O_3 \in EF / R1) + \overrightarrow{G_5 O_3} \wedge \overrightarrow{\Omega}(EF / R1) = \vec{0} - \left((L_4 + L_6 + L_7) \cdot \vec{x}_3 + L_5 \cdot \vec{y}_3 \right) \wedge \dot{\theta}_{13} \cdot \vec{z}_1 \\ &= (L_4 + L_6 + L_7) \cdot \dot{\theta}_{13} \cdot \vec{y}_3 - L_5 \cdot \dot{\theta}_{13} \cdot \vec{x}_3\end{aligned}$$

Question 20 : puissances développées par les actions extérieures à l'ensemble S

- Puissance de la liaison pivot 2 → E2 : 0 car la liaison avec 2 (pièce fixe) est parfaite
- Moteur : $C_{23} \cdot \dot{\theta}_{13}$
- Pesanteur sur E2 :

$$-(M_{E2} \cdot g \cdot \vec{y}_1) \cdot \left(\frac{1}{3} L_4 \cdot \dot{\theta}_{13} \vec{y}_3 - L_5 \cdot \dot{\theta}_{13} \vec{x}_3 \right) = -M_{E2} \cdot g \cdot \dot{\theta}_{13} \cdot \left(\frac{1}{3} L_4 \cdot \cos(\theta_{13}) - L_5 \cdot \sin(\theta_{13}) \right)$$

- Pesanteur sur EF :

$$-(M_{EF} \cdot g \cdot \vec{y}_1) \cdot \left((L_4 + L_6 + L_7) \cdot \dot{\theta}_{13} \vec{y}_3 - L_5 \cdot \dot{\theta}_{13} \vec{x}_3 \right) = -M_{EF} \cdot g \cdot \dot{\theta}_{13} \cdot \left((L_4 + L_6 + L_7) \cdot \cos(\theta_{13}) - L_5 \cdot \sin(\theta_{13}) \right)$$

Question 21 : puissances développées par les actions intérieures à l'ensemble S

L'ensemble {E2+EF} forme un seul solide (liaison encastrement). La puissance des actions intérieures est donc nulle.

Question 22 : énergie cinétique de S dans son mouvement par rapport à R1

$$T(\Sigma / R1) = T(E2 / R1) + T(EF / R1)$$

L'ensemble E2 est en rotation on a donc : $T(E2 / R1) = \frac{1}{2} J_{E2} \cdot \dot{\theta}_{13}^2$. En effet

$$T(E2 / R1) = \left\{ \begin{array}{l} \vec{\Omega}_{E2/R1} \\ \vec{V}_{03 \in E2/R1} \end{array} \right\} \otimes \left\{ \begin{array}{l} M_{E2} \cdot \vec{V}_{G3 \in E2/R1} \\ \vec{\sigma}_{03 \in E2/R1} \end{array} \right\} \text{ avec } \vec{V}_{03 \in E2/R1} = \vec{0}$$

L'ensemble EF est en rotation (attention le moment d'inertie n'est pas donné au bon point, il faut faire un changement de point) : $T(EF / R1) = \frac{1}{2} (J_{EF} + M_{EF} \cdot ((L_4 + L_6 + L_7)^2 + L_5^2)) \dot{\theta}_{13}^2$. En effet

$$T(E2 / R1) = \left\{ \begin{array}{l} \vec{\Omega}_{EF/R1} \\ \vec{V}_{G3 \in EF/R1} \end{array} \right\} \otimes \left\{ \begin{array}{l} M_{EF} \cdot \vec{V}_{G3 \in EF/R1} \\ \vec{\sigma}_{G3 \in EF/R1} \end{array} \right\}$$

L'énergie cinétique de l'ensemble est donc :

$$T(E2 / R1) = \frac{1}{2} (J_{E2} + J_{EF} + M_{EF} \cdot ((L_4 + L_6 + L_7)^2 + L_5^2)) \dot{\theta}_{13}^2$$

Question 23 : détermination de l'expression littérale du couple C_{23}

On applique le théorème de l'énergie cinétique : $\frac{dT(\Sigma/R1)}{dt} = \sum P_{\bar{\Sigma} \rightarrow \Sigma/R1} + \sum P_{int}$

d'où :

$$J_{E2} + J_{EF} + M_{EF} \cdot ((L_4 + L_6 + L_7)^2 + L_5^2) \dot{\theta}_{13} \ddot{\theta}_{13} = -M_{EF} \cdot g \cdot \dot{\theta}_{13} \cdot ((L_4 + L_6 + L_7) \cdot \cos(\theta_{13}) - L_5 \cdot \sin(\theta_{13})) - M_{E2} \cdot g \cdot \dot{\theta}_{13} \cdot \left(\frac{1}{3} L_4 \cdot \cos(\theta_{13}) - L_5 \cdot \sin(\theta_{13}) \right) + C_{23} \cdot \dot{\theta}_{13}$$

En isolant le couple :

$$C_{23} = \left[J_{E2} + J_{EF} + M_{EF} \cdot ((L_4 + L_6 + L_7)^2 + L_5^2) \right] \ddot{\theta}_{13} + M_{EF} \cdot g \cdot ((L_4 + L_6 + L_7) \cdot \cos(\theta_{13}) - L_5 \cdot \sin(\theta_{13})) + M_{E2} \cdot g \cdot \left(\frac{1}{3} L_4 \cdot \cos(\theta_{13}) - L_5 \cdot \sin(\theta_{13}) \right)$$

Question 24 : valeur de θ_{13} ou le couple C_{23} est maximum

On dérive l'équation obtenue à la question 23 en fonction de l'angle θ_{13}

$$\frac{dC_{23}}{d\theta_{13}} = M_{EF} \cdot g \cdot (- (L_4 + L_6 + L_7) \cdot \sin(\theta_{13}) - L_5 \cdot \cos(\theta_{13})) + M_{E2} \cdot g \cdot \left(- \frac{1}{3} L_4 \cdot \sin(\theta_{13}) - L_5 \cdot \cos(\theta_{13}) \right) = 0$$

On exprime alors θ_{13}

$$(M_{EF} + M_{E2}) \cdot L_5 \cdot \cos(\theta_{13}) = - \sin(\theta_{13}) \cdot \left(\frac{1}{3} L_4 \cdot M_{E2} + (L_4 + L_6 + L_7) \cdot M_{EF} \right)$$

d'où

$$\tan(\theta_{13}) = \frac{-(M_{EF} + M_{E2}) \cdot L_5}{\frac{1}{3} L_4 \cdot M_{E2} + (L_4 + L_6 + L_7) \cdot M_{EF}}$$

Question 25 : application numérique et conclusion

On trouve $\tan(\theta_{13}) = -0,141$

D'où $\theta_{13} = -8^\circ$

La valeur de C_{23} est alors de 10121N.m. Le moteur est sous dimensionné.

for innovation

teaching sciences

Question 26 : solution permettant le déplacement du chariot

Question 27 : avantage et inconvénient de votre solution

Avantage :

Rigidité du montage

Inconvénient :

Difficulté à obtenir de grandes vitesses de translation

Question 28 : expression littérale de J_{eq}

$$E_c(\text{moteur}) = \frac{1}{2} \cdot J_m \cdot \omega_m^2 \quad E_c(\text{reducteur}) = \frac{1}{2} \cdot J_{Red} \cdot \omega_m^2$$

$$E_c(\text{Poulies}) = \frac{1}{2} \cdot (J_{PM} + J_{PR}) \cdot \omega_r^2 = \frac{1}{2} \cdot (J_{PM} + J_{PR}) \cdot \lambda^2 \cdot \omega_m^2$$

$$E_c(\text{Chariot}) = \frac{1}{2} \cdot M \cdot V^2 = \frac{1}{2} \cdot M \cdot (R_p \cdot \omega_r)^2 = \frac{1}{2} \cdot M \cdot (R_p \cdot \lambda)^2 \cdot \omega_m^2$$

$$J_{eq} = M \cdot (R_p \cdot \lambda)^2 + (J_{PM} + J_{PR}) \cdot \lambda^2 + J_m + J_{Red}$$

Question 29 : valeur numérique de J_{eq}

AN : $J_{eq} = 6,85 \cdot 10^{-3} \text{ kg.m}^2$

Question 30 : schéma bloc du moteur à courant continu

Question 31 : fonction de transfert $H_M(p)$

$$H_M(p) = \frac{\frac{1}{R + L.p} \cdot K_c \cdot \frac{1}{f + J_{eq} \cdot p}}{1 + \frac{1}{R + L.p} \cdot K_c \cdot \frac{1}{f + J_{eq} \cdot p} \cdot K_E} = \frac{K_c}{K_c \cdot K_E + R \cdot f + (R \cdot J_{eq} + L \cdot f) \cdot p + L \cdot J_{eq} \cdot p^2}$$

$$H_M(p) = \frac{\frac{K_c}{K_c \cdot K_E + R \cdot f}}{1 + \frac{(R \cdot J_{eq} + L \cdot f)}{K_c \cdot K_E + R \cdot f} \cdot p + \frac{L \cdot J_{eq}}{K_c \cdot K_E + R \cdot f} \cdot p^2}$$

Question 32 : forme simplifiée de $H_M(p)$

En reprenant l'expression de la question 31 on fait les applications numériques et on garde que le terme prépondérant.

$$K_c \cdot K_E = 1,69(USI)$$

$$R \cdot f = 6 \cdot 10^{-3}(USI) \text{ donc ce terme est négligeable}$$

$$R \cdot J_{eq} = 21 \cdot 10^{-3}(USI)$$

$$L \cdot f = 1,8 \cdot 10^{-5}(USI) \text{ donc ce terme est négligeable}$$

$$\text{On a donc : } H_M(p) = \frac{K_c}{K_c \cdot K_E + R \cdot J_{eq} \cdot p + L \cdot J_{eq} \cdot p^2}$$

Question 33 : écriture de $H_M(p)$

L'écriture proposée est valable si les racines sont réelles.

On vérifie donc que le discriminant est positif.

$$\Delta = (R \cdot J_{eq})^2 - 4 \cdot K_c \cdot K_E \cdot L \cdot J_{eq} = 114 \cdot 10^{-6} (USI)$$

Question 34 : valeur de K_G

$K_G = \frac{K_{capt}}{\lambda R_p} = 5,6.10^{-1} V.m^{-1}$ il faut prendre en compte la boucle de retour et la transformation de mouvement.

Question 35 : schéma bloc de l'asservissement de l'axe

Question 36 : stabilité du système

Conclusion vis-à-vis de la stabilité : On a une marge de gain de 100dB, le système est stable si $C(p)$ est inférieur à 10^5

Question 37 : exigence fonctionnelle liée à la précision et proposition du correcteur $C(p) = 1$

Pour avoir une consigne de vitesse constante, il faut imposer une consigne de position en rampe. Or la FTBO est de classe 1 ce qui n'est pas suffisant pour avoir une erreur nulle.

Donc si $C(p) = 1$, l'exigence fonctionnelle liée à la précision n'est pas respectée.

Il faut dans ce cas une FTBO de classe 2. Le correcteur doit alors contenir un intégrateur. Par exemple

$$C(p) = \frac{K}{p}$$

Question 38 : exigence fonctionnelle liée à la précision pour le correcteur PID

La FTBO est de classe 2 donc l'erreur est nulle.

Question 39 : exigence fonctionnelle liée à la stabilité

On a une marge de phase de 60° et une marge de gain de 20dB, ce qui respecte le cahier des charges

Question 40 : conformité du cahier des charges

Conformité de la commande vis-à-vis du cahier des charges :

- Précision : l'exigence fonctionnelle liée à la précision est respectée : $\epsilon_s = 0$.
- Rapidité : l'exigence fonctionnelle liée à la rapidité est respectée : $Tr_{5\%} < 0,1$ s.

Questions 41 et 42 : lignes 8 à 13 puis lignes 16 et 17

```

1 # Lecture du fichier de mesure chariot
2 fic=open("chariot.txt","r") # Ouverture du fichier en lecture
3 texte=fic.readlines() # Lecture de l'ensemble des lignes
4 fic.close() # Fermeture du fichier
5
6 # Lecture du tableau de données
7 texte[4:33] # Sélection des lignes du fichier
8 T,X=[],[] # Initialisation des variables T et X
9 for i in range(4,33) :
10     ligne=texte[i].rstrip("\n") # Suppression du retour à la ligne
11     ligne=ligne.split(",") # Découpage au niveau des virgules
12     T.append(float(ligne[0])) # Ajout au tableau T
13     X.append(float(ligne[1])) # Ajout au tableau X
14
15 # Tracé de la courbe de déplacement
16 import matplotlib.pyplot as plt
17 plt.plot(T,X)
19 plt.legend(loc='upper left')
20 plt.title(texte[0]) # Récupération ligne 1 pour le titre
21 plt.ylabel(texte[1]) # Récupération ligne 2 pour le titre de l'axe y
22 plt.xlabel(texte[2]) # Récupération ligne 3 pour le titre de l'axe x
23 plt.grid(True) # Affichage du quadrillage
24 plt.show() # Affichage du graphique

```

Question 43 et 44 : lignes 28 à 32 puis lignes 36 à 39

```

24 # plt.show() # Mise en commentaire de l'affichage précédent
25
27 # Calcul de la vitesse instantanée à partir des mesures
28 V=[] # Initialisation de la liste V
29 for i in range(len(X)-1) :
30     V.append(abs(X[i+1] - X[i])/(T[i+1]-T[i])) #V=dx/dt
31
32
33 # Suppression des valeurs extrêmes
34 de T[0]
35 del T[27]
36 plt.plot(T,V,'--')
37 plt.legend(loc='upperleft') # Insertion légende et placement dans le graphique
38 plt.show()
39

```

Question 45 : justification de l'allure du tracé et amélioration

La courbe n'est pas parfaitement linéaire, il faut calculer les variations de X pour s'en rendre compte.

Pour améliorer le tracé, on pourrait ne pas utiliser la vitesse instantanée avec 2 points, mais prendre 3 ou 4 points (pour obtenir un lissage type moyenne mobile)

Question 46 : conclusion sur exigences fonctionnelles

L'exigence fonctionnelle de temps de sélection est vérifiée, le déplacement à lieu en moins d'une seconde. Cependant l'exigence d'erreur de position n'est pas vérifiée car il faudrait atteindre une position comprise entre -0,9005m et -0,8995m or la valeur finale est de -0,93m

FIN