

## Proposition de corrigé

Concours : Banque PT

Année : 2021

Filière : PT

Épreuve : Sciences Industrielles C

Ceci est une proposition de corrigé des concours de CPGE, réalisée bénévolement par des enseignants de Sciences Industrielles de l'Ingénieur et d'Informatique, membres de l'[UPSTI](https://www.upsti.fr) (Union des Professeurs de Sciences et Techniques Industrielles), et publiée sur le site de l'association :

<https://www.upsti.fr/espace-etudiants/annales-de-concours>

### A l'attention des étudiants

Ce document vous apportera des éléments de corrections pour le sujet traité, mais n'est ni un corrigé officiel du concours, ni un corrigé détaillé ou exhaustif de l'épreuve en question.

L'UPSTI ne répondra pas directement aux questions que peuvent soulever ces corrigés : nous vous invitons à vous rapprocher de vos enseignants si vous souhaitez des compléments d'information, et à vous adresser à eux pour nous faire remonter vos éventuelles remarques.

### Licence et Copyright

Toute représentation ou reproduction (même partielle) de ce document faite sans l'accord de l'UPSTI est **interdite**. Seuls le téléchargement et la copie privée à usage personnel sont autorisés (protection au titre des [droits d'auteur](#)).

En cas de doute, n'hésitez pas à nous contacter à : [corrigesconcours@upsti.fr](mailto:corrigesconcours@upsti.fr).

### Informez-vous !

Retrouvez plus d'information sur les [Sciences de l'Ingénieur](#), l'[orientation](#), les [Grandes Ecoles](#) ainsi que sur les [Olympiades de Sciences de l'Ingénieur](#) et sur les [Sciences de l'Ingénieur au Féminin](#) sur notre site : [www.upsti.fr](https://www.upsti.fr)

L'équipe UPSTI

# Cellule robotisée pour lignes automatisées d'assemblage de structures aéronautiques

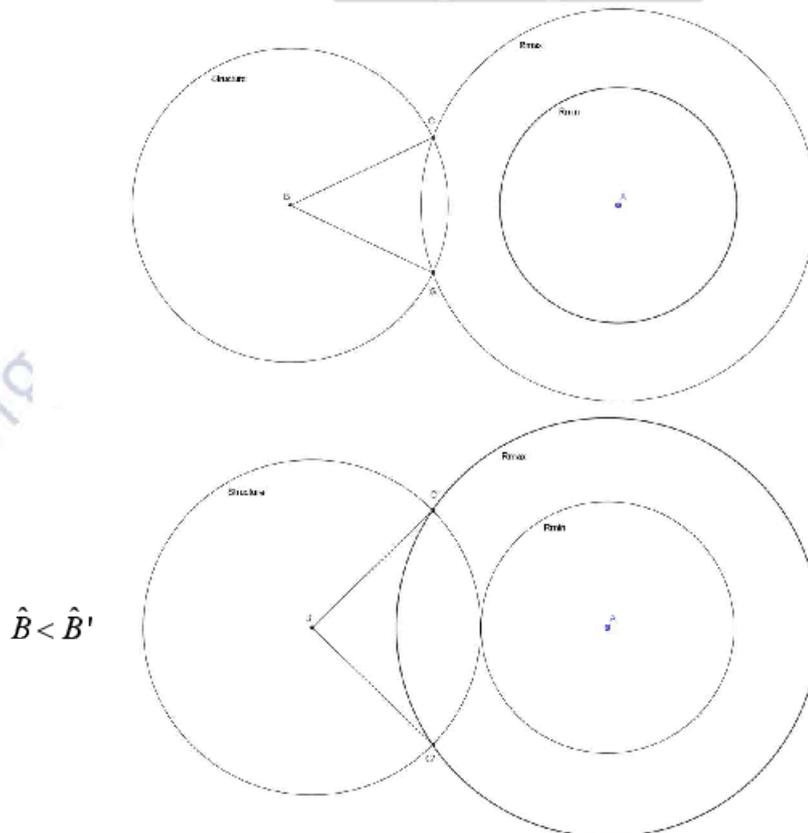
Corrigé UPSTI

## I. COMPREHENSION ET ANALYSE MACROSCOPIQUE DE LA CELLULE ROBOTISEE ET DE L'INTERFACE ROBOT/STRUCTURE A PERCER

### A. Analyse des déplacements et de la stabilité de la cellule

**Question 1** Compléter le schéma du document réponse, en plaçant le centre de la cellule robotisée (point A) dans la position qui permet de couvrir le plus grand secteur angulaire possible de la structure à percer/riveter.

Le plus grand secteur angulaire couvert sur la structure est obtenu lorsque le point A est situé à  $R_{min}$  de la structure.





**Question 3** A partir de considérations purement cinématiques, calculer (à 0,1m/s près) la vitesse maximale  $v_{max}$  que le VGA peut imposer à l'ensemble de la cellule robotisée.

Avec une hypothèse de non glissement entre les roues et le sol :  $v = R \omega_{roue}$  où  $v$  est la vitesse de la cellule et  $\omega_{roue}$  la vitesse de rotation des roues.

En tenant compte des rapports de transmission de la chaîne cinématique, on peut relier  $\omega_{roue}$  à  $\omega_{moteur}$  :

$$\omega_{roue} = i_d \cdot i_b \cdot \omega_{moteur}$$

On en déduit que :  $v = R \cdot i_d \cdot i_b \cdot \omega_{moteur}$ , d'où :  $v_{max} = R \cdot i_d \cdot i_b \cdot \omega_{moteur}^{max}$

Or, on a :  $\omega_{moteur}^{max} = \frac{2\pi}{60} N_{max}$ . On en déduit que :  $v_{max} = \frac{2\pi}{60} R \cdot i_d \cdot i_b \cdot N_{max}$

**Application numérique :**  $N_{max} = 3000 \text{tr/min}$ ,  $i_d = 0,2$ ,  $i_b = 0,1$ ,  $R = 0,25 \text{m}$ .

$$v_{max} = \frac{2\pi}{60} \cdot 0,25 \cdot 0,2 \cdot 0,1 \cdot 3000 = 0,5 \cdot \pi \cdot 0,01 \cdot 100 = 0,5 \cdot \pi \Rightarrow v_{max} \approx 1,6 \text{m.s}^{-1}$$

**Question 4** Donner l'expression littérale de la force  $F$  de traction/propulsion disponible au niveau de la liaison au sol (réaction sol  $\rightarrow$  VGA), en fonction des grandeurs fournies dans le DOCUMENT RESSOURCE IV.

Si on isole l'ensemble des éléments mobiles de la chaîne de transmission de puissance entre le moteur et la roue et que l'on applique le TEC, on peut écrire :

$$\underbrace{\sum P_{ext \rightarrow \text{système/Rg}}}_{P_{moteur} - P_{roues}} + \underbrace{\sum P_{int(\text{système})}}_{-(1-\eta_d \cdot \eta_b) P_{moteur}} = \underbrace{\frac{d}{dt} E_c(\text{système/Rg})}_{=0 \text{ car de masse négligeable}} \text{ pour calculer la force disponible sans prise en compte des masses. D'autre part, on a :}$$

masses. D'autre part, on a :

$$\eta_{total} = \eta_d \cdot \eta_b = \frac{P_{moteur} + P_{int}}{P_{moteur}} \Rightarrow P_{moteur} + P_{int} = \eta_d \cdot \eta_b \cdot P_{moteur} \Rightarrow P_{int} = \eta_d \cdot \eta_b \cdot P_{moteur} - P_{moteur} = (\eta_d \cdot \eta_b - 1) P_{moteur}$$

$$\text{On en déduit que : } P_{moteur} - P_{roues} - (1 - \eta_d \cdot \eta_b) P_{moteur} = \eta_d \cdot \eta_b \cdot P_{moteur} - P_{roues} = 0 \Rightarrow P_{roues} = \eta_d \cdot \eta_b \cdot P_{moteur}$$

D'autre part, on a, pour l'ensemble des 4 roues :  $P_{roues} = F_{max} \cdot v$  et :  $P_{moteur} = C_{max} \cdot \omega_{moteur}$ .

On en déduit que :  $F_{max} \cdot v = \eta_d \cdot \eta_b \cdot C_{max} \cdot \omega_{moteur}$ .

D'après la question 3, on a :  $v = R \cdot i_d \cdot i_b \cdot \omega_{moteur}$  d'où :  $F_{max} \cdot R \cdot i_d \cdot i_b \cdot \omega_{moteur} = \eta_d \cdot \eta_b \cdot C_{max} \cdot \omega_{moteur}$

On obtient finalement :  $F_{max} = \frac{\eta_d \cdot \eta_b \cdot C_{max}}{i_d \cdot i_b \cdot R}$ . Cette valeur est également indépendante de la vitesse du VGA.

**Question 5** Considérant les forces résistantes FRR, donner l'expression littérale de l'accélération  $a_{max}$  du VGA pour la première phase du trajet.

On isole l'ensemble du VGA et on applique le Principe Fondamental de la Dynamique, équation de la résultante en projection suivant la direction de translation de la cellule. On obtient :  $F - F_{RR} = M a$  où  $M$  désigne la masse totale du VGA et du robot et  $a$  sa composante d'accélération dans la direction de translation.

On en déduit que : 
$$a_{max} = \frac{1}{M} (F_{max} - F_{RR})$$

**Question 6** Donner les expressions littérales du temps d'accélération  $t_1$  et de la distance  $d_1$  parcourue pendant la phase d'accélération avec l'accélération maximale  $a_{max}$ .

Si l'accélération du véhicule est constante et égale à  $a_{max}$ , la vitesse est alors donnée par :  $v(t) = a_{max} \cdot t$  car on considère que la vitesse du VGA est nulle à l'instant initial.

La distance parcourue est alors donnée par la relation :  $d(t) = \frac{1}{2} a_{max} \cdot t^2$ .

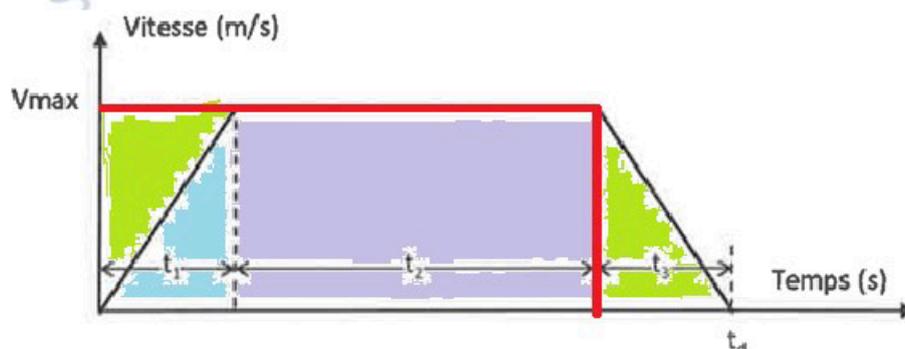
La durée  $t_1$  de la phase d'accélération est définie par :  $v(t_1) = v_{max}$ . On en déduit que :  $a_{max} \cdot t_1 = v_{max} \Rightarrow t_1 = \frac{v_{max}}{a_{max}}$ .

La distance parcourue est alors donnée par :  $d_1 = d(t_1)$ .

On en déduit que :  $d_1 = \frac{1}{2} a_{max} \cdot t_1^2 = \frac{1}{2} a_{max} \left( \frac{v_{max}}{a_{max}} \right)^2 \Rightarrow d_1 = \frac{v_{max}^2}{2 \cdot a_{max}}$

**Question 7** Donner l'expression analytique et évaluer numériquement (à 0,1s près) le temps total de parcours du VGA entre deux positions successives de travail (parcours de longueur  $L$ , déterminée à la question 2).

Le déplacement correspondant au parcours de longueur  $L$  est donné par :  $L = d(t_d) = \int_0^{t_d} v(t) \cdot dt$ . Cette intégrale correspond à l'aire sous la courbe du profil de la vitesse en fonction du temps entre  $t=0$  et  $t_d$ .



Compte tenu du profil d'évolution de la vitesse représenté ci-dessus et en tenant compte du fait que  $t_3 = t_1$ , on peut

écrire que :  $L = v_{max} (t_1 + t_2)$  d'où :  $t_2 = \frac{L}{v_{max}} - t_1$ .

La durée du déplacement peut s'écrire :  $t_d = t_1 + t_2 + t_3$ . On a fait l'hypothèse que :  $t_3 = t_1$  d'où :  $t_d = 2t_1 + t_2$

On en déduit que :  $t_d = 2t_1 + \frac{L}{v_{\max}} - t_1 = \frac{L}{v_{\max}} + t_1$ . En remplaçant  $t_1$  par l'expression établie à la question 6, on a

finalement :

$$t_d = \frac{L}{v_{\max}} + \frac{v_{\max}}{a_{\max}}$$

**Application numérique :**  $C_{\max} = 31Nm$ ,  $i_d=0,2$ ,  $i_b=0,1$ ,  $\eta_d=0,92$ ,  $\eta_b=0,87$ ,  $R=0,25m$ .

$$F_{\max} = \frac{\eta_d \cdot \eta_b \cdot C_{\max}}{i_d \cdot i_b \cdot R} = \frac{0,92 \cdot 0,87 \cdot 31}{0,2 \cdot 0,1 \cdot 0,25} \approx \frac{0,8}{0,02} \cdot 4,31 \approx 40,4 \cdot 31 \approx 4960N$$

La masse totale est :  $M=2440 + 1250 + 300 = 3990kg$ .

$$F_{RR} = C_{RR} \cdot F_z = C_{RR} \cdot M \cdot g = 8,1 \cdot 10^{-3} \cdot 3990 \cdot 10 = 8,1 \cdot 39,9 \Rightarrow F_{RR} \approx 324N$$

$$\text{D'où : } a_{\max} = \frac{1}{M} (F_{\max} - F_{RR}) = \frac{4960 - 324}{3990} = \frac{4636}{3990} \approx \frac{4640}{4000} \approx \frac{2318}{2000} \approx \frac{1159}{1000} \approx 1,159m \cdot s^{-2}$$

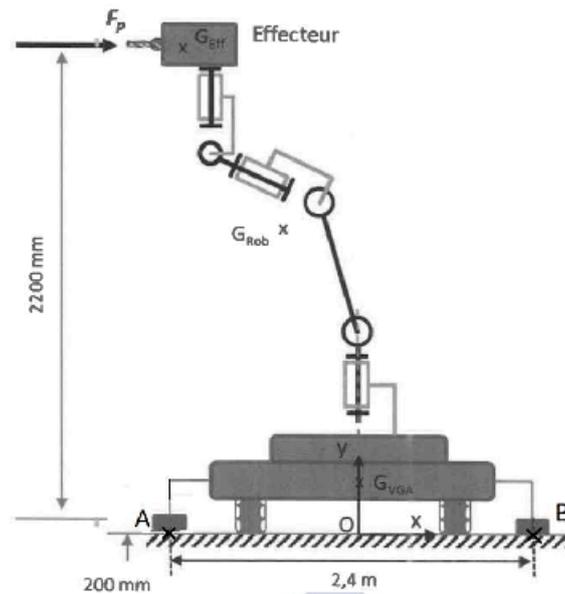
On a :  $L = 3,5m$  (d'après la question 2),  $v_{\max} = 1,6m \cdot s^{-1}$  (d'après la question 3).

$$t_d = \frac{L}{v_{\max}} + \frac{v_{\max}}{a_{\max}} = \frac{3,5}{1,6} + \frac{160}{116} \approx \frac{3,5}{16 \cdot 0,1} + \frac{80}{58} \approx \frac{35}{16} + \frac{40}{30} \approx 2,2 + 1,3 \Rightarrow t_d \approx 3,5s$$

**Question 8** En considérant le risque de basculement de la cellule, calculer l'effort perçage ( $F_p$ ) maximal admissible.

On isole l'ensemble  $\Sigma = \{VGA + Cellule + Robot\}$ . On se place sous l'hypothèse d'un problème plan dans le plan  $(O, \vec{x}, \vec{y})$ . La cellule est soumise aux actions mécaniques suivantes :

- Sol  $\rightarrow$  VGA : On fait l'hypothèse que seuls les plots stabilisateurs supportent cette action mécanique. Chaque action du sol sur un plot est modélisée par une force :  $\{A, \vec{F}_A\}$  et  $\{B, \vec{F}_B\}$  avec  $\vec{F}_A = X_A \vec{x} + Y_A \vec{y}$  et  $\vec{F}_B = X_B \vec{x} + Y_B \vec{y}$ .
- Structure  $\rightarrow$  Cellule : Elle est modélisée par une force :  $\{G_{eff}, \vec{F}_p\}$  avec  $\vec{F}_p = F_p \vec{x}$ .
- Terre  $\rightarrow$  Effecteur : Elle est modélisée par une force :  $\{G_{eff}, \vec{P}_{eff}\}$  et  $\vec{P}_{eff} = -M_{eff} g \vec{y}$ .
- Terre  $\rightarrow$  Robot : Elle est modélisée par une force :  $\{G_{rob}, \vec{P}_{rob}\}$  et  $\vec{P}_{rob} = -M_{rob} g \vec{y}$ .
- Terre  $\rightarrow$  VGA : Elle est modélisée par une force :  $\{G_{VGA}, \vec{P}_{VGA}\}$  et  $\vec{P}_{VGA} = -M_{VGA} g \vec{y}$ .



On applique le principe fondamental de la statique à  $\Sigma/R_g$ . On utilise l'équation de moment au point B en projection suivant  $\vec{z}$ .

$$\underbrace{\vec{z} \cdot \vec{M}_B(\text{sol} \rightarrow \text{VGA en A})}_{(x_A - x_B)Y_A} + \underbrace{\vec{z} \cdot \vec{M}_B(\text{sol} \rightarrow \text{VGA en B})}_0 + \underbrace{\vec{z} \cdot \vec{M}_B(\text{Structure} \rightarrow \text{Effecteur})}_{-y_{G_{eff}} \cdot F_p}$$

$$+ \underbrace{\vec{z} \cdot \vec{M}_B(\text{Terre} \rightarrow \text{VGA})}_{-(x_{G_{VGA}} - x_B)M_{VGA}g} + \underbrace{\vec{z} \cdot \vec{M}_B(\text{Terre} \rightarrow \text{Robot})}_{-(x_{G_{rob}} - x_B)M_{rob}g} + \underbrace{\vec{z} \cdot \vec{M}_B(\text{Terre} \rightarrow \text{Effecteur})}_{-(x_{G_{eff}} - x_B)M_{eff}g} = 0$$

$$\Rightarrow (x_A - x_B) \cdot Y_A + 0 - y_{G_{eff}} \cdot F_p - (x_{G_{VGA}} - x_B) \cdot M_{VGA}g - (x_{G_{rob}} - x_B) \cdot M_{rob}g - (x_{G_{eff}} - x_B) \cdot M_{eff}g = 0$$

$$\Rightarrow (x_A - x_B)Y_A = y_{G_{eff}} \cdot F_p + \left[ (x_{G_{VGA}} - x_B)M_{VGA} + (x_{G_{rob}} - x_B)M_{rob} + (x_{G_{eff}} - x_B)M_{eff} \right] g$$

Il y a risque de basculement lorsqu'il n'y a plus contact entre le sol et le VGA au point A, soit :  $Y_A = 0$ .

Cette condition est atteinte pour la valeur maximale de  $F_p$  :

$$\Rightarrow F_p^{\max} = -\frac{1}{y_{G_{eff}}} \left[ (x_{G_{VGA}} - x_B)M_{VGA} + (x_{G_{rob}} - x_B)M_{rob} + (x_{G_{eff}} - x_B)M_{eff} \right] g$$

**Application numérique :**  $M_{VGA} = 1250 \text{ kg}$ ,  $M_{rob} = 2440 \text{ kg}$ ,  $M_{eff} = 300 \text{ kg}$ ,  $g = 10 \text{ N.kg}^{-1}$ .

$x_{G_{VGA}} = 0 \text{ m}$ ,  $x_{G_{rob}} = -0,6 \text{ m}$ ,  $x_{G_{eff}} = -1,2 \text{ m}$ ,  $x_B = 1,2 \text{ m}$ ,  $y_{G_{eff}} = 2,4 \text{ m}$ .

$$F_p^{\max} = -\frac{1}{2,4} \left[ (0 - 1,2)1250 + (-0,6 - 1,2)2440 + (-1,2 - 1,2)300 \right] 10$$

$$\Rightarrow F_p^{\max} = -\frac{1}{2,4} \left[ -2,0 \cdot 6 \cdot 1250 - 3,0 \cdot 6 \cdot 2440 - 4,0 \cdot 6 \cdot 300 \right] 10 = \frac{0,6}{2,4} \left[ 2 \cdot 1250 + 3 \cdot 2440 + 4 \cdot 300 \right] 10$$

$$\Rightarrow F_p^{\max} = \frac{1}{4} \left[ 2 \cdot 1250 + 3 \cdot 2440 + 4 \cdot 300 \right] 100 = \frac{1}{4} \left[ 2500 + 7320 + 1200 \right] 100 = \frac{1}{4} 11020 \cdot 100 = 275,5 \cdot 100$$

$$\Rightarrow F_p^{\max} = 27550 \text{ N}$$

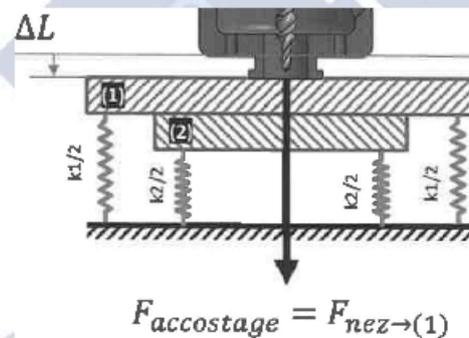
## B. Compréhension et analyse de l'interface robot/structure à percer

**Question 9** Quel est le type de défaut lié aux déformations (à identifier sur le **DOCUMENT RESSOURCE I**, point 3) qui peut être provoqué par le processus de perçage décrit au point 1 du **DOCUMENT RESSOURCE VII**. Expliquer le mécanisme d'apparition de ce défaut et la manière dont le déroulement suggéré au point 2 du **DOCUMENT RESSOURCE VII**, pourrait l'éviter.

Il s'agit du cas B, point 3 du document ressource I : Copeaux à l'interface. Ce défaut est la conséquence de la flexion de la paroi (point 1 du document ressource VII) lors de l'opération de perçage. La flexion de la paroi en multi-matériau produit un décollement (délaminage) entre les différentes couches de matériaux et la cavité qui se forme lors de l'opération peut se remplir de copeaux. Ce décollement est produit par l'effort axial de perçage sur la couche subissant le perçage. Les couches déjà percées ne subissent plus d'efforts.

Dans le document ressource VII, point 2, le nez d'accostage vient en contact et applique une précharge axiale. La déformation des différentes couches étant identiques, le décollement est alors limité.

**Question 10** Déterminer l'expression littérale du déplacement local  $\Delta L$  provoquée sur l'empilement de tôles par la force de précharge, appliquée par le nez d'effecteur lors de la phase « d'accostage » (on note cette force  $F_{\text{accostage}}$ ).



Modélisation de la déformation sur la paroi.

Si on isole l'ensemble des deux tôles, on peut écrire :  $F_{\text{accostage}} = F_1 + F_2$  où  $F_i$  est l'effort du ressort  $i$  sur la tôle  $i$ .

Pour les déplacements, on peut également écrire que :  $\Delta L = \Delta L_1 = \Delta L_2$ . Les déplacements des deux tôles sont identiques.

Les relations de comportement des ressorts peuvent s'écrire :  $F_1 = k_1 \cdot \Delta L_1$  et  $F_2 = k_2 \cdot \Delta L_2$

On en déduit que :  $F_{\text{accostage}} = k_1 \cdot \Delta L_1 + k_2 \cdot \Delta L_2 = k_1 \cdot \Delta L + k_2 \cdot \Delta L = (k_1 + k_2) \Delta L$ .

Comme, on a :  $k_2 = 1,5 k_1$ , on peut écrire :  $F_{\text{accostage}} = (k_1 + 1,5 k_2) \Delta L = L = 2,5 k_1 \cdot \Delta L$

D'où : 
$$\Delta L = \frac{F_{\text{accostage}}}{2,5 k_1}$$

**Question 11** Déterminer pour cette phase l'expression littérale de l'effort au niveau du contact entre la deuxième et la première tôle ( $F_{2 \rightarrow 1}$ ).

On isole la tôle 1. Elle est soumise à trois forces de même direction :  $F_{ressort1 \rightarrow 1}$ ,  $F_{2 \rightarrow 1}$  et  $F_{accostage}$ . En appliquant le Principe Fondamental de la Statique, équation de la résultante suivant la direction normale à la paroi, on a :

$$F_{accostage} - F_{ressort1 \rightarrow 1} - F_{2 \rightarrow 1} = 0 \Rightarrow F_{2 \rightarrow 1} = F_{accostage} - F_{ressort1 \rightarrow 1} \Rightarrow F_{2 \rightarrow 1} = 2,5.k_1.\Delta L - k_1.\Delta L \Rightarrow \boxed{F_{2 \rightarrow 1} = 1,5.k_1.\Delta L}$$

**Question 12** Déterminer l'expression de la force d'accostage minimale nécessaire pour éviter la perte de contact entre les deux tôles (2) et (1), pendant la phase de perçage de la deuxième tôle. Evaluer numériquement cette force pour le cas considéré.

On isole la tôle 1. Elle est soumise à trois forces de même direction :  $F_{ressort1 \rightarrow 1}$ ,  $F_{2 \rightarrow 1}$  et  $F_{accostage}$ . En appliquant le Principe Fondamental de la Statique, équation de résultante suivant la direction normale à la paroi, on a :

$$F_{accostage} - F_{ressort1 \rightarrow 1} - F_{2 \rightarrow 1} = 0 \text{ avec } F_{2 \rightarrow 1} > 0 \text{ dans cette équation.}$$

On isole la tôle 2. Elle est soumise à trois forces de même direction :  $F_{ressort2 \rightarrow 2}$ ,  $F_{1 \rightarrow 2}$  et  $F_{p2}$ . En appliquant le Principe Fondamental de la Statique, équation de résultante suivant la direction normale à la paroi, on a :

$$F_{p2} - F_{ressort2 \rightarrow 2} + F_{1 \rightarrow 2} = 0 \text{ avec } F_{1 \rightarrow 2} = F_{2 \rightarrow 1} > 0 \text{ dans cette équation.}$$

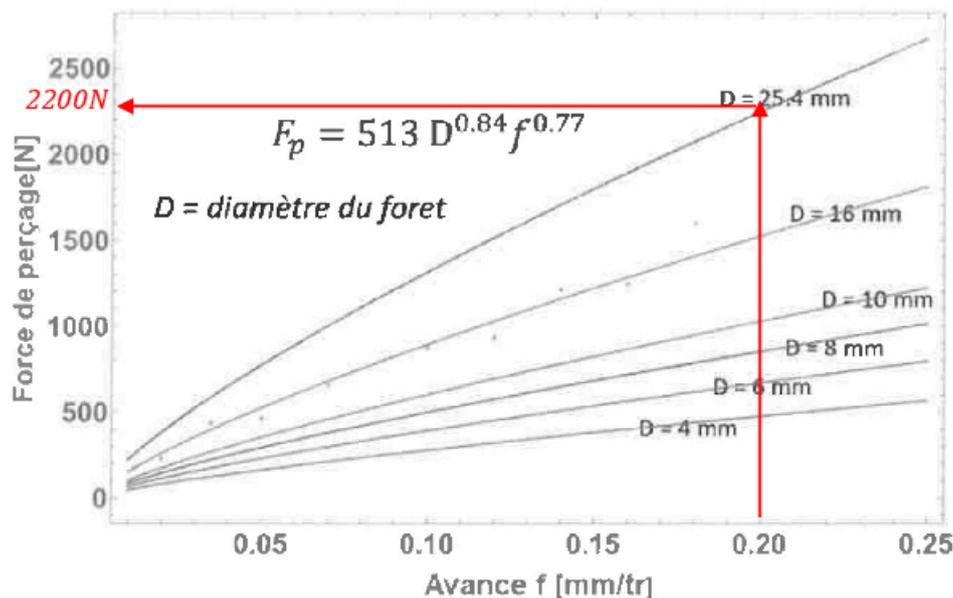
La valeur de la force d'accostage minimale est obtenue dans le cas où  $F_{2 \rightarrow 1} = 0$  (perte de contact entre les deux tôles). On a dans ce cas :  $F_{accostage} = F_{ressort1 \rightarrow 1} = k_1.\Delta L$  et  $F_{p2} = F_{ressort2 \rightarrow 2} = k_2.\Delta L = 1,5.k_1.\Delta L$ .

$$\Rightarrow \Delta L = \frac{F_{accostage}}{k_1} = \frac{F_{p2}}{1,5.k_1} \Rightarrow \boxed{F_{accostage} = \frac{2}{3} F_{p2}}$$

**Application numérique :** perçage d'une tôle en Ti-6Al-4V avec un foret de diamètre  $D = 25,4\text{mm}$  avec une avance  $f = 0,2\text{mm/tr}$ . L'abaque du document ressource VI donne l'effort de perçage :  $F_{p2} = 2200\text{N}$ .

$$\text{On en déduit que : } F_{accostage} = \frac{2}{3} 2200 = 2.7,3.100 \Rightarrow \boxed{F_{accostage} \approx 1460\text{N}}$$

Foret gammes réf. 25036 / Alliage de TI (EN Ti-6Al-4V)



## II. COMPREHENSION ET ANALYSE DE LA CINEMATIQUE DU PERÇAGE A ASSISTANCE VIBRATOIRE

**Question 13** A partir des informations données dans le **DOCUMENT RESSOURCE IX**, et utilisant les notations données, exprimer la vitesse d'avance du foret, notée  $v_a$ , en fonction des paramètres de l'opération de perçage (vitesse de rotation  $N$  et avance  $f$ , considérées ici constantes). Exprimer ensuite l'expression de l'épaisseur coupée  $h$ .

D'après le **DOCUMENT RESSOURCE IX**, on peut écrire :  $x = \frac{f}{2\pi} \theta$

$\begin{array}{c} \swarrow m/tr \\ \theta \\ \nwarrow rad/tr \\ \swarrow m \\ \nwarrow rad \end{array}$

On en déduit que :  $\dot{x} = \frac{f}{2\pi} \dot{\theta} \Rightarrow v_a = \frac{f}{2\pi} \omega_{rot}$ .

On peut calculer la vitesse de rotation  $\omega_{rot}$  en  $rad/s$  à partir de la fréquence de rotation :  $N$  en  $tr/min$  :

$$\omega_{rot} = \frac{2\pi}{60} N$$

On en déduit que :  $v_a = \frac{f}{2\pi} \frac{2\pi}{60} N \Rightarrow v_a = \frac{f}{60} N$ .

D'après le **DOCUMENT RESSOURCE IX**, on peut écrire que :  $h = f_z$

**Question 14** A partir des explications données dans le **DOCUMENT RESSOURCE X** et des formules données dans le **DOCUMENT RESSOURCE IX**, déterminer l'expression de l'épaisseur coupée  $h(t)$  en présence d'oscillations axiales.

D'après le document ressource IX, on a :  $h(t) = x(t) - x(t-r)$ . D'où :

$$h(t) = (v_a t + A \sin(\omega_{osc} t)) - (v_a (t-r) + A \sin(\omega_{osc} (t-r))) = v_a t - v_a (t-r) + A \sin(\omega_{osc} t) - A \sin(\omega_{osc} (t-r))$$

$$\Rightarrow h(t) = v_a r + A (\sin(\omega_{osc} t) - \sin(\omega_{osc} (t-r)))$$

**Question 15** Prouver que l'épaisseur coupée à l'instant  $t$  s'écrit :

$$h(t) = f_z + 2A \sin(\pi\eta) \cos(\omega_{osc}t + \pi\eta)$$

D'après la question 14 et en utilisant la ressource du document IX, on a :

$$\sin(a) - \sin(b) = 2 \cos\left(\frac{a+b}{2}\right) \sin\left(\frac{a-b}{2}\right)$$

$$h(t) = v_a \cdot r + A \left( \sin(\omega_{osc}t) - \sin(\omega_{osc}(t-r)) \right) = v_a \cdot r + 2A \left( \cos\left(\frac{\omega_{osc}t + \omega_{osc}(t-r)}{2}\right) \sin\left(\frac{\omega_{osc}t - \omega_{osc}(t-r)}{2}\right) \right)$$

$$\Rightarrow h(t) = v_a \cdot r + 2A \cos\left(\frac{2\omega_{osc}t - \omega_{osc}r}{2}\right) \sin\left(\frac{\omega_{osc}r}{2}\right) = v_a \cdot r + 2A \cos\left(\omega_{osc}t - \omega_{osc}\frac{r}{2}\right) \sin\left(\omega_{osc}\frac{r}{2}\right)$$

Si on pose :  $\pi\eta = \frac{\omega_{osc}r}{2}$ , on obtient :  $h(t) = v_a \cdot r + 2A \sin(\pi\eta) \cos(\omega_{osc}t - \pi\eta)$

Or, en utilisant la réponse à la question 13 et le document ressource IX, on a :  $v_a = \frac{f \cdot N}{60}$  et  $r = \frac{60}{N \cdot z}$

On peut écrire :  $v_a \cdot r = \frac{f}{60} N \frac{60}{N \cdot z} = \frac{f}{z} = f_z$ .

On en déduit que :  $h(t) = f_z + 2A \sin(\pi\eta) \cos(\omega_{osc}t - \pi\eta) = f_z + 2A \sin(\pi\eta) \cos(\omega_{osc}t + \pi\eta)$

**Question 16** La fragmentation du copeau intervient si l'épaisseur coupée devient nulle. A partir de la question précédente, prouver qu'il existe une fragmentation du copeau si et seulement si :

$$\frac{A}{f_z/2} |\sin(\pi\eta)| \geq 1$$

La fragmentation du copeau intervient si :

$$h(t) = 0 \Leftrightarrow f_z + 2A \sin(\pi\eta) \cos(\omega_{osc}t + \pi\eta) = 0 \Leftrightarrow \cos(\omega_{osc}t + \pi\eta) = -\frac{f_z}{2A \sin(\pi\eta)}$$

Pour avoir une solution, il faut que :

$$\left| -\frac{f_z}{2A \sin(\pi\eta)} \right| \leq 1 \Leftrightarrow \frac{f_z}{2A} \frac{1}{|\sin(\pi\eta)|} \leq 1 \Leftrightarrow \frac{2A}{f_z} |\sin(\pi\eta)| \geq 1 \Leftrightarrow \frac{A}{f_z/2} |\sin(\pi\eta)| \geq 1$$

**Question 17** Quelle est donc l'amplitude minimale des oscillations qui peut provoquer la fragmentation ? Pour quelles valeurs de  $\eta$  peut-on fragmenter à cette amplitude minimale ?

On a :  $\frac{A}{f_z/2} |\sin(\pi\eta)| \geq 1 \Rightarrow A \geq \frac{f_z/2}{|\sin(\pi\eta)|} \Rightarrow A_{\min} = \frac{f_z/2}{|\sin(\pi\eta)|}$

On en déduit que :  $|\sin(\pi\eta)| = \frac{f_z}{2A_{\min}} \Rightarrow \sin(\pi\eta) = \frac{f_z}{2A_{\min}}$  car  $\eta > 0 \Rightarrow \eta = \frac{1}{\pi} \text{Arccsin}\left(\frac{f_z}{2A_{\min}}\right) = \frac{\omega_{osc}}{z \cdot \omega_{rot}}$

### III. COMPREHENSION ET ANALYSE DE L'EFFECTEUR

#### A. Compréhension générale de l'effecteur

**Question 18** Compléter le tableau sur le document réponse afin de mettre en correspondance la nomenclature produit (**DOCUMENT RESSOURCE XI**) et la nomenclature cinématique (**DOCUMENT RESSOURCE XII**).

Nomenclature cinématique	Nomenclature architecture
1	F, N, E
2	C
3	J
4	K
5	L
6	A

**Question 19** Calculer le degré d'hyperstatisme de l'effecteur, en utilisant le schéma cinématique fourni dans le **DOCUMENT RESSOURCE XII**.

Le degré d'hyperstatisme est donné par :  $h = 6\gamma - N_c + m$ .

Il y a :  $\gamma = l - (n - 1)$  cycles indépendants avec  $l = 7$  liaisons et  $n = 6$  classes d'équivalences. On obtient donc :  $\gamma = 7 - (6 - 1) = 7 - 5 = 2$  cycles indépendants.

$N_c = 2.1$  (pivots) +  $3.1$  (glissières) +  $1.3$  (appui plan) +  $1.1$  (hélicoïdale) =  $2 + 3 + 3 + 1 = 9$  inconnues cinématiques.

Il y a trois paramètres cinématiques d'entrée et il n'y a pas de mobilités internes donc le degré de mobilité est  $m = 3$ .

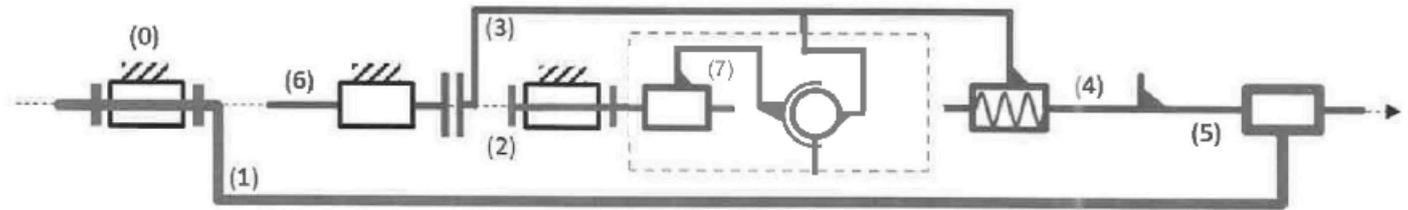
On en déduit que :  $h = 6.2 - 9 + 3 = 15 - 9 \Rightarrow h = 6$ .

**Question 20** Quels sont les avantages et les inconvénients d'un système hyperstatique ?

**Inconvénients :** L'hyperstatisme impose  $h$  conditions géométriques d'assemblage au mécanisme. Cela entraîne des tolérances dimensionnelles et géométriques à respecter lors de la conception des pièces et/ou des réglages à prévoir sur le mécanisme.

**Avantages :** L'hyperstatisme permet une plus grande rigidité du mécanisme.

**Question 21** Complétez le schéma cinématique du document réponse avec la modification nécessaire (zone délimitée par le rectangle pointillé) pour prendre en compte les caractéristiques du composant (B) (« flector »).



La solution technologique sur le document ressource XIII présente 2 degrés de liberté en rotation autour des axes perpendiculaire à l'axe de l'effecteur (sphérique à doigt) et 1 degré de liberté en translation suivant l'axe de l'effecteur (glissière).

**Question 22** Calculez le nouveau degré d'hyperstatisme de l'effecteur sur la base du schéma complété à la question précédente.

Le degré d'hyperstatisme est donné par :  $h = 6\gamma - N_c + m$ .

Il y a :  $\gamma = l - (n - 1)$  cycles indépendants avec  $l = 8$  liaisons et  $n = 7$  classes d'équivalences. On obtient donc :  $\gamma = 8 - (7 - 1) = 8 - 6 = 2$  cycles indépendants.

$N_c = 2.1$  (pivots) +  $3.1$  (glissières) +  $1.3$  (appui plan) +  $1.1$  (hélicoïdale) +  $1.2$  (sphérique à doigt)

$\Rightarrow N_c = 2 + 3 + 3 + 1 + 2 = 11$  inconnues cinématiques.

Il y a trois paramètres cinématiques d'entrée et il n'y a pas de mobilités internes donc le degré de mobilité est  $m = 3$ . On en déduit que :  $h = 6.2 - 11 + 3 = 15 - 11 \Rightarrow \boxed{h = 4}$ .

**Question 23** Proposer d'autres modifications possibles du schéma cinématique afin de réduire le degré d'hyperstatisme.

On peut remplacer la liaison appui plan entre (6) et (3) par une liaison ponctuelle. On a alors :

$N_c = 2.1$  (pivots) +  $3.1$  (glissières) +  $1.5$  (sphère/plan) +  $1.1$  (hélicoïdale) +  $1.2$  (sphérique à doigt)

$\Rightarrow N_c = 2 + 3 + 5 + 1 + 2 = 13$  inconnues cinématiques.

Il y a trois paramètres cinématiques d'entrée et il n'y a pas de mobilité interne entre donc le degré de mobilité est  $m = 3$ . On en déduit que :  $h = 6.2 - 13 + 3 = 15 - 13 \Rightarrow \boxed{h = 2}$ .

On peut remplacer la liaison pivot entre (1) et (0) par une liaison rotule et conserver la liaison sphère/plan. On a alors :

$N_c = 1.3$  (rotule) +  $1.1$  (pivot) +  $3.1$  (glissières) +  $1.5$  (ponctuelle) +  $1.1$  (hélicoïdale) +  $1.2$  (sphérique à doigt)

$\Rightarrow N_c = 3 + 1 + 3 + 5 + 1 + 2 = 15$  inconnues cinématiques.

Il y a trois paramètres cinématiques d'entrée et il n'y a pas de mobilité interne donc le degré de mobilité est  $m = 3$ . On en déduit que :  $h = 6.2 - 15 + 3 = 15 - 15 \Rightarrow \boxed{h = 0}$ .

## B. Analyse cinématique / génération d'oscillations par les deux moteurs électriques

**Question 24** A partir du concept présenté (**DOCUMENT RESSOURCE XI** et **DOCUMENT RESSOURCE XII**), considérant l'actionneur piézoélectrique désactivé (écrou à position axiale fixe), écrire la relation analytique de la vitesse d'avance  $V_{5/0}$  en fonction de  $N_1$  [tr/min] (vitesse de rotation du moteur de rotation **M1**),  $N_2$  [tr/min] (vitesse de rotation du moteur d'avance **M1**) et  $p$  (pas de la vis à bille en mm).

**Composition des torseurs cinématiques entre 5-4, 3, 2 et 0 :**  $\{V_{5/0}\} = \{V_{5+4/1}\} + \{V_{1/0}\} = \{V_{4/3}\} + \underbrace{\{V_{3/2}\}}_{\{0\}} + \{V_{2/0}\}$

Après correction de l'erreur dans l'énoncé (document ressource XII).

Car l'actionneur piézoélectrique est désactivé.

$$\Rightarrow \begin{Bmatrix} 0 & V_{5/1} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{\forall M \in S, Base} + \begin{Bmatrix} N_1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{\forall M \in (A, \bar{x}), Base} = \begin{Bmatrix} N_{4/3} & p \cdot N_{4/3} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{\forall M \in (A, \bar{x}), Base} + \begin{Bmatrix} N_2 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{\forall M \in (A, \bar{x}), Base} \Rightarrow \begin{cases} V_{5/0} = V_{5/1} = p \cdot N_{4/3} \\ N_1 = N_{4/3} + N_2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \boxed{V_{5/0} = V_{5/1} = p \cdot (N_1 - N_2)}$$

**Question 25** Pour une opération de perçage classique (avance constante  $f$  [mm/tr], vitesse de rotation  $N_1$  [tr/min] du foret constante), déterminer l'expression littérale de la vitesse de rotation  $N_2$  [tr/min] que le moteur d'avance **M2** doit imposer.

D'après la question précédente, la vitesse d'avance en mm/min du foret est donnée par :  $V_{5/0} = p \cdot (N_1 - N_2)$ .

On a, d'autre part :  $V_{5/0} = f \cdot N_1$ . On en déduit que :

$$f \cdot N_1 = p \cdot (N_1 - N_2) \Rightarrow p \cdot N_2 = p \cdot N_1 - f \cdot N_1 = (p - f) N_1 \Rightarrow N_2 = \left( \frac{p - f}{p} \right) N_1 \Rightarrow \boxed{N_2 = \left( 1 - \frac{f}{p} \right) N_1}$$

**Question 26** Les deux moteurs sont dotés de codeurs incrémentaux rotatifs. Quelle doit être la résolution des codeurs (exprimée en points / tour, codeurs identiques sur les deux moteurs) pour obtenir une résolution de positionnement de l'outil de 0,01mm ?

On peut définir la résolution, identique pour chaque codeur, en points / tour, par :  $r = \frac{2\pi}{\Delta\theta}$ .

D'autre part, on peut écrire :

$$|V_{5/0}| = p \cdot N_{4/3} = p (N_1 - N_2) \Rightarrow \Delta x_{5/0} = \frac{p}{2\pi} \Delta(\theta_1 - \theta_2) = \frac{p}{2\pi} [(\theta_1 - \theta_2)_{\max} - (\theta_1 - \theta_2)_{\min}]$$

$$\Rightarrow \Delta x_{s/0} = \frac{p}{2\pi} [(\theta_1^{\max} - \theta_2^{\min}) - (\theta_1^{\min} - \theta_2^{\max})] = \frac{p}{2\pi} [(\theta_1^{\max} - \theta_1^{\min}) + (\theta_2^{\max} - \theta_2^{\min})] = \frac{p}{2\pi} [\Delta\theta_1 + \Delta\theta_2]$$

$$\Rightarrow \Delta x_{s/0} = \frac{p}{2\pi} \left[ \frac{2\pi}{r} + \frac{2\pi}{r} \right] = \frac{2 \cdot p}{r} \Rightarrow \boxed{r = \frac{2 \cdot p}{\Delta x_{s/0}}}$$

**Application numérique:** On a :  $p = 5 \text{ mm}$  et  $\Delta x_{s/0} = 0,01 \text{ mm}$  d'où :  $r = \frac{2 \cdot 5}{0,01} = 10 \cdot 100 \Rightarrow \boxed{r = 1000 \text{ points/tour}}$

**Question 27** Déterminer l'expression de la position du foret  $x_{s/0}(t)$  dans le cas où l'on considère une oscillation de la vitesse de rotation du moteur **M2**, d'amplitude  $N_{osc}$  [tr/min] et de fréquence  $\omega_{osc}$  [rad/s], ajoutée à la valeur  $N_2$  calculée à la Question 25 :

$$N_2^*(t) = N_2 + N_{osc} \cos(\omega_{osc} t)$$

On a :  $V_{s/0} = f \cdot N_1$  et, d'après la question 25,  $N_2 = \left(\frac{p-f}{p}\right) N_1$ , d'où :  $N_1 = \left(\frac{p}{p-f}\right) N_2$  et  $V_{s/0} = \frac{f \cdot p}{p-f} N_2$

$$\frac{dx_{s/0}}{dt}(t) = \frac{f \cdot p}{p-f} N_2^*(t) = \frac{f \cdot p}{p-f} (N_2 + N_{osc} \cos(\omega_{osc} t)) \Rightarrow x_{s/0}(t) = \frac{f \cdot p}{p-f} \left( N_2 \cdot t + N_{osc} \frac{1}{\omega_{osc}} \sin(\omega_{osc} t) \right) + C$$

qui donne, avec une condition initiale nulle :  $x_{s/0}(t) = \frac{f \cdot p}{p-f} \left( N_2 \cdot t + \frac{N_{osc}}{\omega_{osc}} \sin(\omega_{osc} t) \right)$

**Question 28** Quelles sont les expressions de  $N_{osc}$  et  $\omega_{osc}$  à imposer pour obtenir ce régime vibratoire ?

On a :  $\omega_{osc} = 2\pi f_{osc}$ . Or, on impose :  $f_{osc} = 0,5 \cdot f_{rot}$ , ce qui implique :  $\omega_{osc} = 2\pi \cdot 0,5 \cdot f_{rot} = \pi \cdot f_{rot}$ .

On a d'autre part :  $f_{rot} = \frac{N_2}{60}$ . On en déduit que :  $\omega_{osc} = \pi \cdot \frac{N_2}{60}$ .

D'après la question précédente, l'amplitude des oscillations est donnée par :  $A = \left(\frac{f \cdot p}{p-f}\right) \left(\frac{N_{osc}}{\omega_{osc}}\right)$ .

On veut imposer :  $A = \frac{f_z}{2}$ . On en déduit que :

$$\left(\frac{f \cdot p}{p-f}\right) \left(\frac{N_{osc}}{\omega_{osc}}\right) = \frac{f_z}{2} \Rightarrow N_{osc} = f_z \frac{(p-f)}{2 \cdot f \cdot p} \omega_{osc} = f_z \frac{(p-f)}{2 \cdot f \cdot p} \pi \cdot \frac{N_2}{60} \Rightarrow \boxed{N_{osc} = \frac{(p-f) \pi \cdot f_z}{120 \cdot f \cdot p} N_2 = \frac{(p-f) \pi}{120 \cdot p} N_2}$$

Car :  $f = z \cdot f_z$  (d'après l'énoncé).

## C. Analyse cinématique / génération d'oscillations par actionneur piézoélectrique

**Question 29** On considère un mouvement lent imposé par l'actionneur piézoélectrique, commandé par une tension qui varie entre 0 et sa tension d'excitation maximum  $U_{max}$ , en absence de force de perçage. Quelle est l'expression de la course maximale obtenue si l'actionneur est préchargé avec des ressorts de raideur totale  $k$  [N/m] ?

D'après le document ressource XV, on a :  $\Delta L = nd_{33} \cdot U - \frac{F}{k_p}$ . L'effort résistant est exercé par les ressorts de précharge. Les deux ressorts sont associés en parallèle, on a donc :  $F = k \cdot \Delta L$ . On en déduit que :

$$\Delta L = nd_{33} \cdot U - \frac{k}{k_p} \Delta L \Rightarrow \Delta L + \frac{k}{k_p} \Delta L = nd_{33} \cdot U \Rightarrow \left(1 + \frac{k}{k_p}\right) \Delta L = nd_{33} \cdot U \Rightarrow \Delta L = \frac{nd_{33} \cdot U}{1 + \frac{k}{k_p}}$$

La course maximale  $\Delta L_{max}$  est obtenue pour la tension d'excitation maximale  $U_{max}$ . On obtient alors :

$$\Delta L_{max} = \frac{nd_{33} U_{max}}{1 + \frac{k}{k_p}}$$

**Question 30** On veut que l'actionneur conserve une course importante. Quelle est donc la condition que nous devons imposer à la raideur totale des ressorts utilisés pour réaliser la précharge ?

On souhaite que la course de l'actionneur  $\Delta L$  soit la plus importante possible pour une valeur de  $U$  fixée. Il faut donc que  $1 + \frac{k}{k_p}$  soit minimum. Cela impose que :  $\frac{k}{k_p} \ll 1 \Rightarrow k \ll k_p$ .

**Question 31** Quelle est l'expression de la force de précharge à imposer pour maintenir le contact entre l'actionneur et la masse  $m$  (ensemble de pièces mises en mouvement) pendant l'opération ? Donner l'expression littérale et la valeur numérique approximative (à 10N près).

D'après le document ressource XV, on a :  $\Delta L = nd_{33} \cdot U - \frac{F}{k_p}$ .

La course souhaitée est égale à  $2.A$ , 2 fois l'amplitude de la sollicitation axiale, pour une variation de tension  $\Delta U = U_{max} - 0 = U_{max} = 1000V$ . En négligeant les variations de l'effort de précharge  $F$ , on peut écrire :

$$course = 2.A = nd_{33} \cdot \Delta U - \frac{F}{k_p} \Rightarrow F = k_p \cdot nd_{33} \cdot \Delta U - k_p \cdot 2.A \Rightarrow F = k_p \cdot \underbrace{nd_{33} \cdot U_{max}}_{\Delta L_{max}} - k_p \cdot 2.A \Rightarrow$$

$$F = k_p (\Delta L_{max} - 2.A)$$

**Application numérique :**  $k_p = 150 \text{ N}/\mu\text{m}$ ,  $\Delta L_{max} = 130 \mu\text{m}$  et  $A = 40 \mu\text{m}$ .

$$F = 150(130 - 2 \cdot 40) = 150(130 - 80) = 150(50) = 15 \cdot 5 \cdot 100 \Rightarrow F = 7500N$$

**Question 32** Quelle est la fréquence de résonance de ce système mécanique, en considérant qu'il n'y a pas de frottement et que la raideur du ressort de précharge est très faible par rapport à la raideur de l'actionneur ? Conclure sur la capacité du système à générer l'assistance vibratoire avec l'amplitude et la fréquence spécifiées.

L'ensemble formé par la masse  $m$  et par les deux ressorts associés en parallèle constitue un oscillateur harmonique. C'est un système linéaire du second ordre car les frottements secs sont négligés. En absence de frottement visqueux, la pulsation de résonance  $\omega_{res}$  est égale à la pulsation libre non amortie  $\omega_0$  :

$$\omega_{res} = \omega_0 = \sqrt{\frac{k_{\acute{e}q}}{m}} = 2\pi f_{res} \text{ avec } k_{\acute{e}q} = k + k_p \text{ car les ressorts sont associés en parallèle.}$$

Comme  $k \ll k_p$ , on a :  $k_{\acute{e}q} \approx k_p$ .

$$\text{On en déduit que : } \omega_{res} \approx \sqrt{\frac{k_p}{m}} \Rightarrow \boxed{f_{res} \approx \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_p}{m}}}$$

**Application numérique :** On a :  $k_p = 150.10^6 \text{ N/m}$  et  $m \approx 4\text{kg}$ . D'après les documents ressource XV et XVI, on en déduit que :

$$f_{res} \approx \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{150.10^6}{4}} \approx \frac{1}{2} \sqrt{\frac{15.10^6}{.4}} \approx \frac{10^3}{2} \sqrt{\frac{15}{4}} \approx 500 \sqrt{\frac{16}{4} \left(1 - \frac{1}{16}\right)} \approx 500\sqrt{4} \left(1 - \frac{1}{16}\right)^{1/2} \approx 10^3 \left(1 - \frac{1}{2.16}\right)$$

$$f_{res} \approx 10^3 - \frac{10^3}{32} \approx 10^3 - 31 \Rightarrow \boxed{f_{res} \approx 969\text{Hz}}$$

On souhaite que :  $f_{osc}^{max} = \frac{1}{3} f_{res} \approx \frac{1}{3} 969 \approx 323\text{Hz}$ . La fréquence des oscillations générées par l'actionneur est de 300Hz. Elle est donc compatible avec la contrainte sur la fréquence.

La fréquence des oscillations est suffisamment basse par rapport à la fréquence de résonance pour que l'amplitude des oscillations ne soit pas affectée (gain du système proche de 1). Le système fournira effectivement une amplitude d'oscillation proche de  $40\mu\text{m}$  car il ne sera pas trop affecté par le phénomène de résonance.

$$\text{En effet, on a : } \frac{A_{\text{effectif}}}{A} = \frac{1}{\sqrt{\left(1 - \left(\frac{\omega_{osc}}{\omega_0}\right)^2\right)^2}} \approx \frac{1}{\left|1 - \left(\frac{\omega_{osc}}{\omega_{res}}\right)^2\right|} = \frac{1}{\left|1 - \left(\frac{1}{3}\right)^2\right|} = \frac{1}{1 - \frac{1}{9}} = \frac{9}{8}$$

$$\Rightarrow A_{\text{effectif}} \approx \frac{9}{8} 40 \Rightarrow A_{\text{effectif}} \approx 45\mu\text{m}$$

## D. Analyse de la partie commande de l'actionneur piézoélectrique

**Question 33** Donner les noms usuels et les rôles des blocs B2 et B3.

**Bloc B2** : C'est un hacheur série. Son rôle est de fournir une tension moyenne qui peut varier de 0 à 1000V.

**Bloc B3** : C'est un redresseur double alternance permettant au bloc B1 de fournir une tension de bus continue.

**Question 34** Nous souhaitons régler la fréquence de filtrage à  $f_F$ : 3000 Hz. Donner l'expression de la valeur de l'inductance  $L_F$  nécessaire et sa valeur approximative (à 0,1mH près) ?

Si on observe la tension aux bornes de la capacité  $C_p$  (actionneur piézoélectrique) en fonction de la tension d'alimentation, le circuit électrique se comporte comme un filtre passe-bas du second ordre avec pour pulsation

de coupure :  $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L_F C_p}}$ . Or, on veut :  $\omega_0 = 2\pi f_F$ . On en déduit que :

$$\frac{1}{\sqrt{L_F C_p}} = 2\pi f_F \Rightarrow L_F C_p = \frac{1}{(2\pi f_F)^2} \Rightarrow \boxed{L_F = \frac{1}{C_p (2\pi f_F)^2}}$$

**Application numérique** : On a :  $f_F = 3000 \text{ Hz}$  et  $C_p = 3 \mu\text{F} = 3 \cdot 10^{-6} \text{ F}$ . On en déduit que :

$$L_F = \frac{1}{3 \cdot 10^{-6} (2\pi \cdot 3 \cdot 10^3)^2} = \frac{1}{3 \cdot 10^{-6} \cdot 10^6 (6\pi)^2} = \frac{1}{3 \cdot 36 \cdot \pi^2} \approx \frac{1}{108 \cdot 10} = \frac{1}{1,08 \cdot 10^3} \approx 1 \cdot 10^{-3} (1 - 0,08)$$

$$\Rightarrow \boxed{L_F \approx 0,9 \cdot 10^{-3} \text{ H} = 0,9 \text{ mH}}$$

**Question 35** Quelle doit être l'expression et la valeur de la résistance de cette inductance (ou une résistance  $R$ , non représentée sur le schéma), à ajouter en série avec  $L_F$  et  $C_p$ , si on souhaite obtenir un facteur d'amortissement  $z = 0,25$  pour ce filtre ?

Le circuit électrique se comporte comme un filtre passe-bas du second ordre avec pour pulsation de coupure :

$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L_F C_p}}$  et un facteur d'amortissement tel que :  $\frac{2z}{\omega_0} = R C_p$ . On en déduit que :

$$R = \frac{2z}{\omega_0 \cdot C_p} = \frac{2z}{C_p} \sqrt{L_F C_p} \Rightarrow \boxed{R = 2z \sqrt{\frac{L_F}{C_p}}}$$

**Application numérique :** On a :  $L_F = 0,9 \cdot 10^{-3} H$ ,  $\varepsilon = 0,25$  et  $C_p = 3 \mu F = 3 \cdot 10^{-6} F$ .

On en déduit que :

$$R = 2 \cdot 0,25 \sqrt{\frac{0,9 \cdot 10^{-3}}{3 \cdot 10^{-6}}} = 0,5 \sqrt{\frac{0,3}{10^{-3}}} = 0,5 \sqrt{3 \cdot 10^{-1} \cdot 10^3} = 0,5 \sqrt{3 \cdot 10^2} = 0,5 \cdot 10 \sqrt{3} \approx 0,5 \cdot 10 \cdot 1,73 = 0,5 \cdot 17,3$$

$$\Rightarrow \boxed{R \approx 8,7 \Omega}$$

**Question 36** Nous souhaitons que ce filtre ait une atténuation de  $-40 \text{ dB}$  de la tension de MLI (1000V). Quelle doit être la fréquence de découpage (MLI) nécessaire ?

Le circuit électrique se comporte comme un filtre passe-bas du second ordre avec pour fréquence de coupure  $f_F$ . Au-delà de cette fréquence, on a une atténuation de 40dB par décade. Pour obtenir une atténuation de -40dB, il faut se placer à :  $f_{\text{découpage}} = 10 \cdot f_F$ .

## E. Analyse de nouvelle solution et dessin technique

**Question 37A** partir des informations données ci-dessus et de la cotation donnée sur le **DOCUMENT RESSOURCE XX**, justifier le choix des références de roulements retenus pour la solution technologique adoptée (dessin sur le document réponse à la **Question 38**) parmi l'ensemble des références données dans le **DOCUMENT RESSOURCE XVIII** et **DOCUMENT RESSOURCE XXI**.

D'après le document ressource XX, l'alésage du coulisseau, destiné à recevoir les roulements, a un diamètre de 52mm.

Les butées du document ressource XVIII ont un diamètre extérieur trop important et leur fréquence de rotation limite est inférieure à 1500tr/min.

Il s'agit de roulements et non de butées, il faut donc utiliser le document ressource XIX.

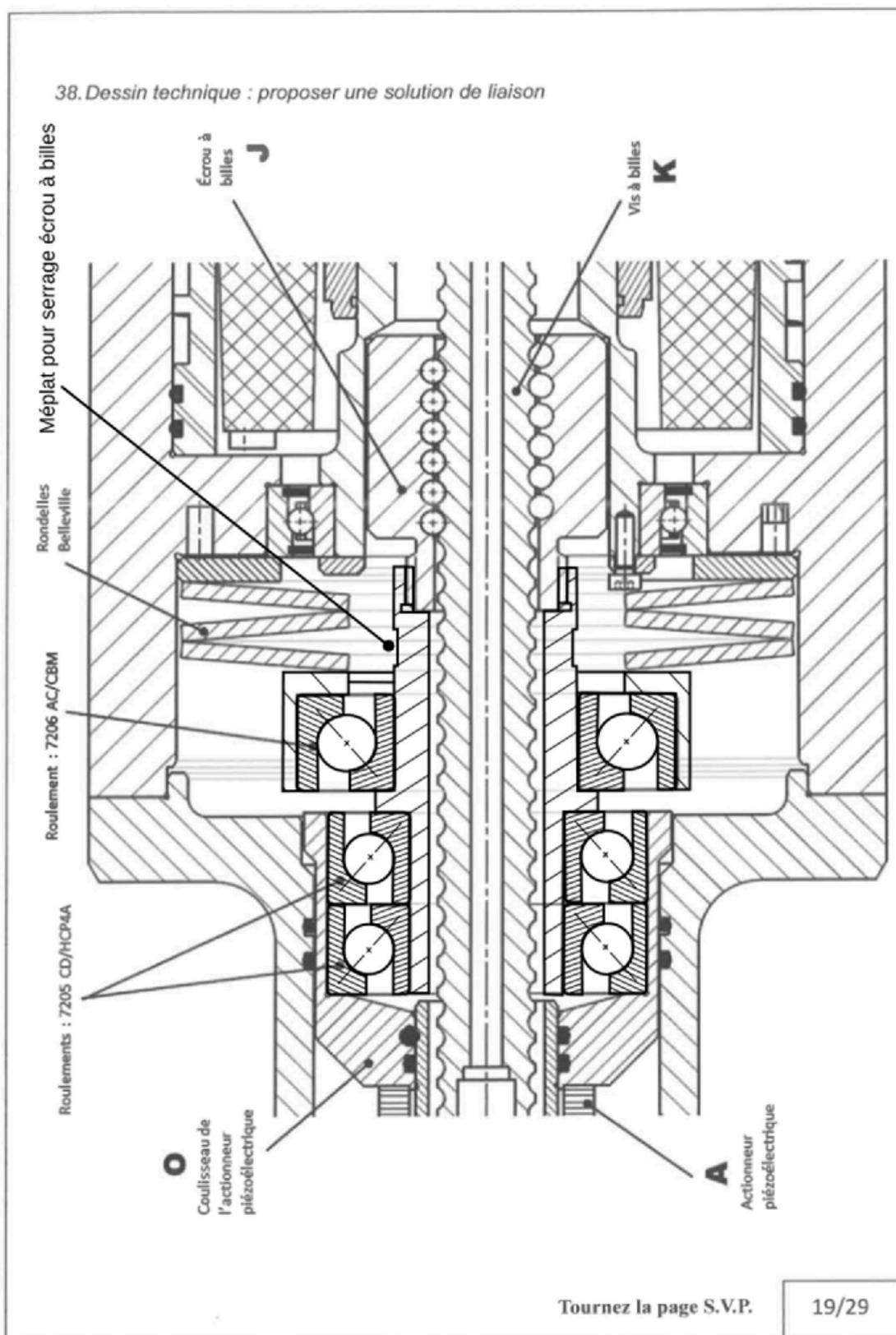
En considérant le diamètre des bagues extérieures, les roulements à rouleaux coniques référence 30205 et 32205 peuvent convenir ainsi que le roulement à billes à contacts obliques 7205 CD/HCP4A.

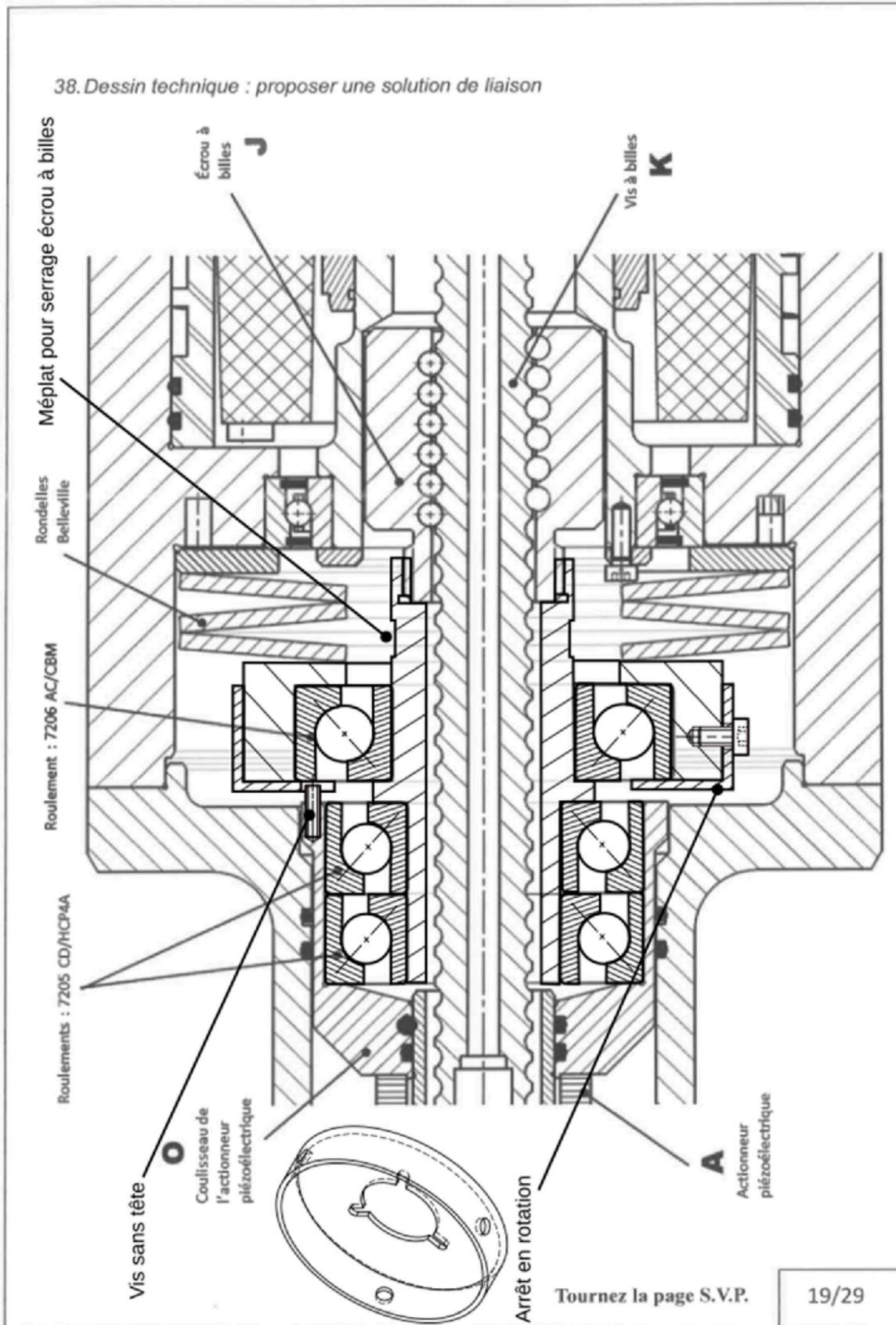
La fréquence de rotation limite des roulements à rouleaux à contacts obliques est insuffisante (13000tr/min).

Celle du roulement à billes à contacts obliques 7205 CD/HCP4A est de 38000tr/min.

L'utilisation d'un seul roulement ne peut pas convenir car la charge axiale à supporter est de 8kN et la charge limite du roulement est de 7kN. Par conséquent, il faudra utiliser une paire de roulements.

**Question 38** Compléter le dessin du document réponse, en représentant correctement chacun des roulements et les pièces manquantes, afin d'obtenir une solution adaptée. Remarque : certains traits ont été volontairement grisés pour la clarté de votre dessin.





**Question 39** Justifier la proposition que vous avez faite à la **Question 38** concernant la disposition des roulements (position des centres de poussée) pour les deux roulements 7205 CD/IICP4A ainsi que pour le roulement 7206 ACICBM.

Les roulements 7205 doivent supporter l'effort axial exercé par l'actionneur au niveau de leur bague extérieure et le roulement 7206 doit supporter l'effort axial de précharge exercé par les rondelles élastiques. Il faut donc opter pour un montage en X. Les deux roulements 7205 sont orientés dans la même direction.

Les bagues intérieures des roulements sont tournantes par à la direction de la charge. Elles sont ajustées avec serrage.

Les bagues extérieures sont fixes par rapport à la direction de la charge. Elles sont montées glissantes.

Le réglage du jeu interne de la liaison pivot est réalisé sur la bague extérieure du roulement situé à droite du montage à l'aide de rondelles élastiques.

**Question 40** Justifier le choix de la solution de montage des rondelles élastiques (Belleville) en « série » plutôt qu'en « parallèle ».

Des rondelles élastiques empilées en « série » présentent une plus grande déformation (course) que les rondelles empilées en « parallèle ». Par conséquent, un assemblage en « série » permet d'obtenir un ressort de raideur équivalente plus faible que pour une association en « parallèle » de rondelles élastiques. L'objectif est d'obtenir une raideur petite devant celle de l'actionneur piézoélectrique (Cf. question 30).

## IV. INDUSTRIALISATION DE LA FABRICATION D'UN COMPOSANT MECANIQUE

### A. Analyse des spécifications fonctionnelles

**Question 41** Sur le document réponse, renseigner les grilles GPS pour chacune des trois spécifications  $\perp$  0,02 A,  $\perp$  0,01 A,  $\textcircled{A}$  0,03 A.

**Spécification :**  $\perp$  0,02 A :

**Type de spécification :** Orientation, Perpendicularité.

**Éléments non idéaux :**

**Élément(s) tolérancé(s) :** Unique.  
Une surface réputée plane.

**Éléments de référence :** Unique.  
Surface réputée cylindrique A.

**Éléments idéaux :**

**Référence(s) spécifiée(s) :** Simple.  
Droite A: Axe du cylindre tangent du coté libre matière minimisant le critère min-max.

**Zone de tolérance :** Simple.  
Volume compris entre deux plans distants de 0,02mm.

**Contraintes :** Les deux plans sont perpendiculaires à l'axe de référence A.

**Spécification :**  $\perp$  0,01 A :

**Type de spécification :** Forme, Planéité.

**Éléments non idéaux :**

**Élément(s) tolérancé(s) :** Unique. Une surface réputée plane.

**Éléments idéaux :**

**Zone de tolérance :** Simple.  
Volume compris entre deux plans distants de 0,01mm.

**Spécification :**  $\textcircled{A}$  0,03 A :

**Type de spécification :** Battement : Battement simple axial.

**Éléments non idéaux :**

**Élément(s) tolérancé(s) :** Unique.  
Toutes les lignes réelles appartenant à l'intersection d'une surface réputée plane et des surfaces cylindriques d'axe la droite de référence spécifiée A.

**Éléments de référence :** Unique. Surface réputée cylindrique A.

**Éléments idéaux :**

**Référence(s) spécifiée(s) :** Simple.  
Droite A: Axe du cylindre tangent du coté libre matière minimisant le critère min-max.

**Zone de tolérance :** Simple.  
Surface cylindrique limitée par deux cercles distants de 0,03mm.

**Contraintes :** La surface cylindrique est d'axe la droite de référence A.

## B. Analyse des matériaux et de la gamme de fabrication

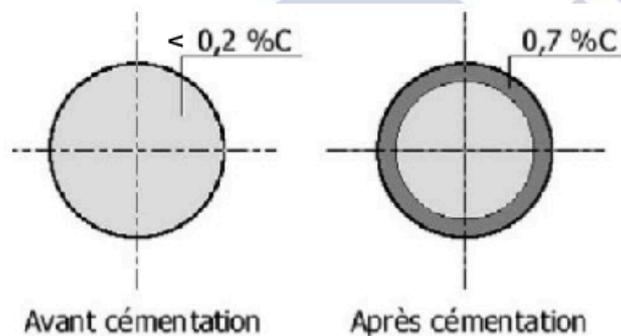
**Question 42** Expliquer les principes et les différentes phases des procédés de traitement par cémentation et trempe superficielle.

Traitement de cémentation suivi d'une trempe. Les différentes étapes de l'opération sont :

Préparation des surfaces et mise en place des réserves de cémentation.

Chauffage à une température suffisante pour austénitisation complète.

- Traitement d'enrichissement en carbone de la couche superficielle de la pièce, en général par voie gazeuse dans un four à atmosphère contrôlée à base de méthane ou de monoxyde de carbone. La durée de maintien dépend de la profondeur de cémentation souhaitée.
- Refroidissement lent jusqu'à la température ambiante. L'opération de trempe peut également être réalisée directement à la sortie du four de cémentation.



Evolution de la couche superficielle pour les différentes étapes du traitement.

Traitement trempe superficielle. Les différentes étapes de l'opération sont :

La trempe superficielle d'un acier est un procédé qui a pour but d'obtenir l'austénitisation de la couche superficielle d'une pièce (de 1 à 20 mm), uniquement pour les surfaces souhaitées.

Ce chauffage peut être obtenu soit :

- Par induction.
- Par combustion d'un gaz (chalumeau).
- Par un plasma (torche plasma).
- Par un faisceau d'électrons.
- Par un faisceau laser.

Ces procédés de chauffage permettent une montée rapide en température et un maintien très court de la température de la couche superficielle en contrôlant son épaisseur.

L'arrêt du chauffage est immédiatement suivi d'un refroidissement rapide (trempe) pour transformer l'austénite en martensite ce qui va permettre d'obtenir la dureté après traitement. La dureté de la martensite est fonction de la teneur en carbone de l'acier.

Le refroidissement rapide peut être obtenu :

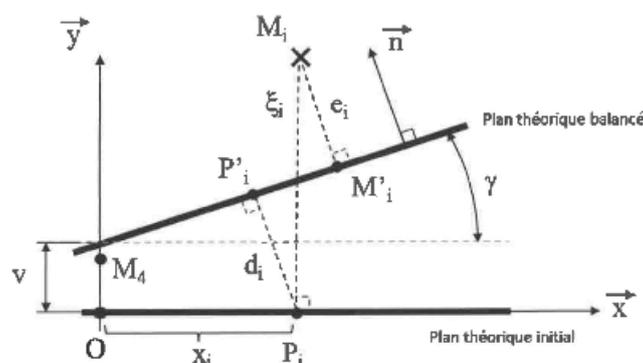
- Par convection vers l'intérieur de la pièce qui n'a pas été chauffée (puit thermique).
- Par l'action éventuelle d'un milieu refroidissant extérieur : gaz, eau, huile...

**Question 43** Parmi les trois propositions, sélectionner et justifier sur le document réponse, le(s) ordonnancement(s) d'opérations admissibles pour obtenir les spécifications géométriques et les caractéristiques mécaniques souhaitées.

Oui / Non	Ordonnements admissibles des opérations de fabrication	Argumentation
Non	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Ebauche surfaces extérieures et intérieures avec la même mise en position sur un tour CN</li> <li>2. Cémentation</li> <li>3. Traitement de Trempe</li> <li>4. Finition surfaces extérieures et intérieures avec la même mise en position sur un tour CN</li> </ol>	<p>Les surfaces intérieures ne peuvent pas subir le traitement de cémentation – trempe.</p> <p>Les opérations de finition vont supprimer la couche traitée par cémentation.</p>
Oui	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Ebauche surfaces extérieures et intérieures avec la même mise en position sur un tour CN</li> <li>2. Cémentation</li> <li>3. Finition surfaces extérieures et intérieures avec la même mise en position sur un tour CN</li> <li>4. Traitement de Trempe</li> </ol>	<p>La trempe est effectuée à la suite des opérations de finition.</p> <p>La mise en position unique de la pièce permet d'obtenir les spécifications géométriques par rapport à la surface A.</p>
Non	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Ebauche surfaces extérieures et intérieures avec la même mise en position</li> <li>2. Cémentation</li> <li>3. Traitement de Trempe</li> <li>4. Finition surfaces extérieures</li> <li>5. Retournement de la pièce sur le tour CN</li> <li>6. Finition surfaces intérieures</li> </ol>	<p>Les opérations de finition vont supprimer la couche traitée par cémentation.</p> <p>Le retournement de la pièce ne permet pas d'obtenir les spécifications géométriques par rapport à la surface A.</p>

## C. Contrôle de spécification de la pièce

**Question 44** A partir du schéma du DOCUMENT RESSOURCE XXI, écrire l'équation vectorielle permettant de calculer  $e_i$  en fonction de  $d_i$  et  $\xi_i$ .



$$\overrightarrow{M_i M_i} = \overrightarrow{M_i P'_i} + \overrightarrow{P'_i P_i} + \overrightarrow{P_i M_i} \Rightarrow \boxed{e_i \vec{n} = \overrightarrow{M_i P'_i} - d_i \vec{n} + \xi_i \vec{y}}$$

**Question 45** Quelles hypothèses pouvez-vous émettre pour simplifier et obtenir le torseur des petits déplacements donné sur le **DOCUMENT RESSOURCE XXI**.

Seul l'angle  $\gamma$  et la composante de déplacement  $v$  sont considérés. Le plan  $(O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$  est invariant si les paramètres  $u, w, \alpha$  et  $\beta$  varient. Ils peuvent être fixés à une valeur nulle.

On fait l'hypothèse que :  $\gamma \approx 0 \Rightarrow \cos \gamma \approx 1$  et  $\sin \gamma \approx \gamma$ .

**Question 46** Ecrire l'expression analytique permettant de calculer  $e_i$  en fonction de  $\xi_i, \gamma$  et  $v$ .

$$e_i \vec{n} = \overrightarrow{M_i P_i} - d_i \vec{n} + \xi_i \vec{y} \Rightarrow e_i = \underbrace{\overrightarrow{M_i P_i} \cdot \vec{n}}_0 - d_i + \xi_i \underbrace{\vec{y} \cdot \vec{n}}_{\cos \gamma} \Rightarrow e_i = -d_i + \xi_i \cos \gamma \approx -d_i + \xi_i$$

On peut alors écrire l'approximation :  $\overrightarrow{P_i P_i} \approx \vec{d}(P_i) = \underbrace{\vec{d}(O)}_{v \vec{y}} + \underbrace{\overrightarrow{P_i O}}_{-x_i \vec{x}} \wedge \underbrace{\vec{R}_{pd}}_{\gamma \vec{z}} = v \vec{y} + x_i \gamma \vec{y} = (v + x_i \gamma) \vec{y}$

$$\Rightarrow d_i = \overrightarrow{P_i P_i} \cdot \vec{n} \approx \vec{d}(P_i) \cdot \vec{n} = (v + x_i \gamma) \vec{y} \cdot \vec{n} = (v + x_i \gamma) \underbrace{\cos \gamma}_{\approx 1} \approx v + x_i \gamma$$

On en déduit que :  $e_i \approx -(v + x_i \gamma) + \xi_i$

**Question 47** Ecrire sous forme littérale matricielle le système d'équation à résoudre pour trouver l'optimum de  $\gamma$  et  $v$  en fonction de  $\xi_i$  et de  $x_i$ .

On calcule :  $W = \sum e_i^2 = \sum [\xi_i - (v + x_i \gamma)]^2$

Pour minimiser  $W$ , il faut imposer :  $\frac{\partial W}{\partial \gamma} = 0$  et  $\frac{\partial W}{\partial v} = 0$

$$\bullet \frac{\partial W}{\partial \gamma} = 0 \Rightarrow \frac{\partial}{\partial \gamma} \sum_{i=1}^n [\xi_i - (v + x_i \gamma)]^2 = 0 \Rightarrow \sum_{i=1}^n 2 [\xi_i - (v + x_i \gamma)] \frac{\partial}{\partial \gamma} [\xi_i - (v + x_i \gamma)] = 0 \Rightarrow \sum_{i=1}^n 2 [\xi_i - (v + x_i \gamma)] (-x_i) = 0$$

$$\Rightarrow -2 \sum_{i=1}^n [x_i \xi_i - v x_i - \gamma x_i^2] = 0 \Rightarrow \sum_{i=1}^n x_i \xi_i - \sum_{i=1}^n v x_i - \sum_{i=1}^n \gamma x_i^2 = 0 \Rightarrow v \sum_{i=1}^n x_i + \gamma \sum_{i=1}^n x_i^2 = \sum_{i=1}^n x_i \xi_i \quad (1)$$

$$\bullet \frac{\partial W}{\partial v} = 0 \Rightarrow \frac{\partial}{\partial v} \sum_{i=1}^n [\xi_i - (v + x_i \gamma)]^2 = 0 \Rightarrow \sum_{i=1}^n 2 [\xi_i - (v + x_i \gamma)] \frac{\partial}{\partial v} [\xi_i - (v + x_i \gamma)] = 0 \Rightarrow \sum_{i=1}^n 2 [\xi_i - (v + x_i \gamma)] (-1) = 0$$

$$\Rightarrow -2 \sum_{i=1}^n [\xi_i - v - \gamma x_i] = 0 \Rightarrow \sum_{i=1}^n \xi_i - \sum_{i=1}^n v - \sum_{i=1}^n \gamma x_i = 0 \Rightarrow v \underbrace{\sum_{i=1}^n 1}_{=n} + \gamma \sum_{i=1}^n x_i = \sum_{i=1}^n \xi_i \quad (2)$$

A l'aide de ces deux équations, on peut écrire le système sous forme matricielle :

$$\begin{cases} \left( \sum_{i=1}^n x_i^2 \right) \gamma + \left( \sum_{i=1}^n x_i \right) v = \sum_{i=1}^n x_i \cdot \xi_i & (1) \\ \left( \sum_{i=1}^n x_i \right) \gamma + n \cdot v = \sum_{i=1}^n \xi_i & (2) \end{cases} \Rightarrow \begin{pmatrix} \sum_{i=1}^n x_i^2 & \sum_{i=1}^n x_i \\ \sum_{i=1}^n x_i & n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \gamma \\ v \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum_{i=1}^n x_i \cdot \xi_i \\ \sum_{i=1}^n \xi_i \end{pmatrix}$$

**Question 48** Calculer les valeurs de  $\gamma$  et  $v$ .

Le tableau du document ressource XXI donne les valeurs de  $x_i$  et de  $\xi_i$ .

Points mesurés	M <sub>1</sub>	M <sub>2</sub>	M <sub>3</sub>	M <sub>4</sub>	M <sub>5</sub>	M <sub>6</sub>	M <sub>7</sub>	M <sub>8</sub>
X (mm)	-17	-16	-15	0	0	15	16	17
Y (μm) = ξ	-2	0	0	4	4	6	6	6

On a :  $n=8$  points et :

$$\bullet \sum_{i=1}^8 x_i = -17 - 16 - 15 + 0 + 0 + 15 + 16 + 17 = 0 \text{ mm}$$

$$\bullet \sum_{i=1}^8 x_i^2 = (-17)^2 + (-16)^2 + (-15)^2 + (-0)^2 + (17)^2 + (16)^2 + (15)^2 + (0)^2 = 2[(17)^2 + (16)^2 + (15)^2]$$

$$\Rightarrow \sum_{i=1}^8 x_i^2 = 2[(15+2)^2 + (15+1)^2 + 15^2] = 2[(15^2 + 2 \cdot 2 \cdot 15 + 2^2) + (15^2 + 2 \cdot 1 \cdot 15 + 1^2) + 15^2] = 2[3 \cdot 15^2 + 5 + 15 \cdot 6]$$

$$\Rightarrow \sum_{i=1}^8 x_i^2 = 2[3 \cdot 225 + 5 + 90] = 2[675 + 95] = 2 \cdot 770 = 1540 \text{ mm}^2$$

$$\bullet \sum_{i=1}^n \xi_i = (-2) + 0 + 0 + 4 + 4 + 6 + 6 + 6 = -2 + 26 = 24 \mu\text{m} = 24 \cdot 10^{-3} \text{ mm}$$

$$\bullet \sum_{i=1}^n x_i \cdot \xi_i = [(-17) \cdot (-2) + (-16) \cdot 0 + (-15) \cdot 0 + 0 \cdot 4 + 0 \cdot 4 + 15 \cdot 6 + 16 \cdot 6 + 17 \cdot 6] \cdot 10^{-3} = [34 + (15+16+17) \cdot 6] \cdot 10^{-3}$$

$$\Rightarrow \sum_{i=1}^n x_i \cdot \xi_i = [34 + 48 \cdot 6] \cdot 10^{-3} = [34 + 288] \cdot 10^{-3} = 322 \cdot 10^{-3} \text{ mm}^2$$

On obtient le système d'équations :

$$\begin{cases} 1540 \cdot \gamma + 0 \cdot v = 322 \cdot 10^{-3} & (1) \\ 0 \cdot \gamma + 8 \cdot v = 24 \cdot 10^{-3} & (2) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \gamma = \frac{322}{1540} 10^{-3} \\ v = \frac{24}{8} 10^{-3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \gamma = \frac{2 \cdot 7 \cdot 23}{2 \cdot 7 \cdot 11} 10^{-4} \\ v = 3 \cdot 10^{-3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \gamma = \frac{23}{11} 10^{-7} \\ v = 3 \cdot 10^{-3} \end{cases} \Rightarrow \boxed{\begin{cases} \gamma = 2,09 \cdot 10^{-4} \text{ rad} \\ v = 3 \cdot 10^{-3} \text{ mm} \end{cases}}$$

**Question 49** Le document ressource donne le tableau avec les valeurs  $e_i$  optimisées. Conclure quant à la spécification de planéité.  0,01

Le tableau du document ressource XXI donne les valeurs de  $e_i$ .

Points mesurés	M <sub>1</sub>	M <sub>2</sub>	M <sub>3</sub>	M <sub>4</sub>	M <sub>5</sub>	M <sub>6</sub>	M <sub>7</sub>	M <sub>8</sub>
X (mm)	-17	-16	-15	0	0	15	16	17
Y (μm) = e	-4,55	-2,64	-2,73	-0,08	-0,08	0,57	0,48	0,39

Le défaut de planéité  $d_p$  est donné par :

$$d_p = \underset{i \in [1,8]}{\text{Max}}(e_i) - \underset{i \in [1,8]}{\text{Min}}(e_i) \Rightarrow d_p = (0,57 + 4,55) \mu\text{m} \Rightarrow d_p = 5,12 \mu\text{m} = 5,12 \cdot 10^{-3} \text{mm} = 0,00512 \text{mm}$$

La tolérance de planéité est de 0,01 mm, la spécification de planéité est vérifiée.